Aula 00

Banco do Brasil - Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

24 de Dezembro de 2022

Índice

AVISO IMPORTANTE!

Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

Apresentação do Curso

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

> **Eduardo Mocellin**: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**
>
> **Francisco Rebouças**: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!
>
> **Vinicius Veleda:** Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sulamericano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

A aula de hoje é a **base** da lógica de proposições, sem a qual não podemos avançar no conteúdo.

Primeiramente abordaremos aspectos introdutórios: **introdução às proposições** e **proposições simples**. Tais assuntos não costumam ter uma incidência muito alta em provas de concurso público, porém eles constituem os fundamentos da matéria.

Em seguida, trataremos sobre as **proposições compostas.** Nesse tema, apresentaremos diversos exemplos que contextualizam os valores lógicos resultantes do uso dos conectivos. Por experiência como professor, gravar exemplos não é o melhor caminho. É muito mais importante que você **DECORE** os casos típicos de cada um dos cinco conectivos.

Posteriormente, falaremos sobre a **conversão da linguagem natural para a proposicional**. Essa parte da aula é importante, pois a necessidade de transformar a língua portuguesa em linguagem matemática estará presente em todas as aulas de lógica de proposições.

Logo depois será tratado sobre **tabela-verdade**. Nessa parte da matéria é fundamental o entendimento de como se constrói a tabela.

Para finalizar a aula, falaremos sobre **tautologia, contradição e contingência**.

Vamos exibir, no **início de cada tópico**, um pequeno **resumo** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.

Vamos avançado com calma e constância. A aula apresenta uma teoria um pouco extensa, porém necessária para criarmos os alicerces da lógica de proposições.

Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

@edu.mocellin

INTRODUÇÃO ÀS PROPOSIÇÕES

Introdução às proposições

Proposição lógica

Proposição lógica: é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso.

1.Oração: **sentido completo**, presença de **verbo**.

2.Sentença declarativa (afirmativa ou negativa): **não são** proposições as sentenças **exclamativas**, **interrogativas**, **imperativas** e **optativas**.

- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica uma ordem, um pedido ou um conselho)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)

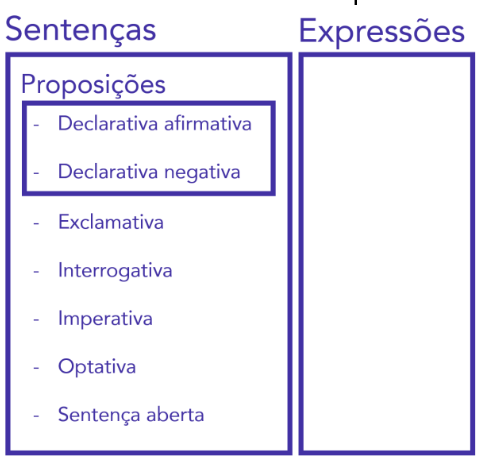
3.Admite um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: **não são** proposições as **sentenças abertas**, nem os **paradoxos**, nem as frases com **alta carga de subjetividade**.

- " $x + 9 = 10$" - **Sentença aberta**
- "Ele correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009." - **Sentença aberta**
- **"**Esta frase é uma mentira." - **Paradoxo**
- **"**Maria é formosíssima." - **Frase que exprime opinião**

Quantificadores: "**todo**", "**algum**", "**nenhum**", "**pelo menos um**", "**existe**" e suas variantes transformam uma sentença aberta em uma proposição.

Distinção entre proposição, sentença e expressão

Sentença: é a exteriorização de um pensamento com **sentido completo**.
Expressões: **não** exprimem um pensamento com sentido completo.



As bancas costumam utilizar a palavra **expressão** como **sinônimo de sentença**.

A lógica bivalente e as leis do pensamento
Lógica Bivalente = **Lógica Proposicional**, **Lógica Clássica**, **Lógica Aristotélica**. Obedece **três princípios**, conhecidos por **Leis do Pensamento**: **1. Identidade**: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa. **2. Não Contradição**: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. **3. Terceiro Excluído**: Uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**. Não existe um terceiro valor "talvez".

Proposição lógica

Uma **proposição lógica** é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. Exemplo:

"Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul."

Perceba que a frase acima **é uma oração** em que **se declara algo** sobre a cidade de Porto Alegre. Além disso, tal frase admite um valor lógico. Não bastasse isso, essa oração **admite somente um valor lógico**: **ou é verdadeiro** que Porto Alegre é realmente a capital do Rio Grande do Sul, **ou é falso** que tal cidade é capital desse estado. Outros exemplos de proposições lógicas:

"A raiz quadrada de 16 é 8."

"Usain Bolt correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

"5 + 5 = 9."
(Lê-se: "Cinco mais cinco é igual a nove.")

É muito importante que você se atenha ao conceito de proposição lógica apresentado. Vejamos como esse conceito pode vir a ser cobrado em prova:

(PETROBRAS/2022) Julgue o item seguinte como CERTO ou ERRADO.

A seguinte afirmação é uma proposição: A quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia.

Comentários:

Uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

Note que a afirmação do enunciado se enquadra nessa definição:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a quantidade de formigas no planeta Terra;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro** que "a quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia", **ou então é falso que** "a quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia".

Gabarito: CERTO.

Nesse momento, vamos nos aprofundar no conceito de proposição.

Uma proposição deve ser uma oração

Uma proposição lógica deve ser uma oração. Isso significa que ela necessariamente deve apresentar um **sentido completo**, identificado pela **presença de um verbo**. As **seguintes expressões não são proposições** por não apresentarem verbo:

"Um excelente curso de raciocínio lógico."

"Vinte e duas horas."

"Teclado."

Uma proposição deve ser declarativa

Uma proposição lógica é uma sentença declarativa, podendo ser uma **sentença declarativa afirmativa** ou uma **sentença declarativa negativa**. São proposições:

- "Taubaté é a capital de São Paulo." - **Sentença declarativa afirmativa**
- "João **não** é nordestino." - **Sentença declarativa negativa**

As seguintes sentenças **não são** proposições por não serem declarativas:

- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica uma ordem, um pedido ou um conselho)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)

Não basta que a sentença apresente um verbo para que ela seja considerada uma proposição.

(PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A frase “Saia daqui!” é uma proposição simples.

Comentários:

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem ou um pedido), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(BNB/2018) A sentença "É justo que toda a população do país seja penalizada pelos erros de seus dirigentes?" é uma proposição lógica composta.

Comentários:

Trata-se de uma sentença interrogativa e, portanto, não é uma proposição lógica.

Gabarito: ERRADO.

Uma proposição deve admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos

Antes de desenvolver essa última característica das proposições, devemos entender o que é um **valor lógico**.

Valor lógico é o resultado do juízo que se faz sobre uma proposição. Na lógica que é tratada nesse curso, a Lógica Formal, o valor lógico pode ser **ou** **verdadeiro** **ou** **falso**, **mas não ambos**.

Observe a seguinte proposição:

"Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul."

Sabemos que ela **ou** é **verdadeira** **ou** é **falsa**, não sendo possível Porto Alegre ser e não ser, ao mesmo tempo, a capital do Rio Grande do Sul.

Nesse momento, é importante que você entenda o seguinte: para a Lógica de Proposições, **via de regra não precisamos contrastar a proposição apresentada com a realidade dos fatos**.

Se você é bom em Geografia, você deve saber que, **quando contrastada com o mundo em que vivemos**, a proposição "Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul" é verdadeira. Apesar disso, para identificarmos se a frase em questão é uma proposição, **não se faz necessário saber se essa frase é de fato verdadeira ou não**, pois **nos interessa saber somente se ela admite um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos (V ou F)**.

Para determinar se determinada frase é uma proposição ou não, **interessa-nos saber se ela admite um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**. **Não é necessário contrastar a frase com a realidade dos fatos**.

Para que não reste dúvidas, veja a seguinte frase:

"Na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas."

E aí, astrônomo? Sabe dizer se essa frase é verdadeira ou se é falsa?

Mesmo que não saibamos se a frase é verdadeira ou falsa, não resta dúvida de que a frase é uma proposição, pois:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "existir";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a Via Láctea;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro** que "na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas ", **ou então é falso que** "na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas".

INDO MAIS FUNDO!

Existem **algumas questões**, relacionadas a conteúdos que ainda serão estudados, em que **se faz necessário contrastar a proposição com a realidade dos fatos** para que possamos determinar se ela é verdadeira ou se ela é falsa. Em regra, essas questões apresentam **proposições que envolvem conceitos matemáticos**. Por exemplo:

$$"5+2=8"$$

(Lê-se: "Cinco mais dois é igual a oito.")

$$"5>2"$$

(Lê-se: "Cinco é maior do que dois.")

Nesses casos, as questões costumam requerer que você saiba que a primeira proposição é falsa e que a segunda proposição é verdadeira.

Agora que sabemos o que é um valor lógico e como esse conceito é usado para definirmos o que é uma proposição, veremos algumas situações de frases que não são proposições.

Sentenças abertas não são proposições

Sentenças abertas são aquelas nas quais **não se pode determinar a entidade a que ela se refere**. Como consequência disso, não se pode dizer que elas admitem um único valor lógico V ou F.

Em resumo, **sentenças abertas não são proposições** porque o **valor lógico** que **poderia** ser atribuído à sentença **depende da determinação da variável**. Exemplo:

$$"x + 9 = 10"$$

Perceba que, na sentença acima, não sabemos o valor de x. Para classificá-la como verdadeira ou falsa, precisaríamos determinar a variável. Veja que, para $\boldsymbol{x = 1}$, a sentença é verdadeira e, para $\boldsymbol{x}$ diferente de 1 ($\boldsymbol{x \neq 1}$), a sentença é falsa.

A questão a seguir apresenta uma aplicação muito interessante do que aprendemos até agora.

(ISS GRU/2019) Dentre as sentenças a seguir, aquela que é uma sentença aberta é

a) $3 \cdot x + 4 – x – 3 – 2 \cdot x = 0$

b) $7 + 3 = 11$

c) $0 \cdot x = 5$

d) $13 \cdot x = 7$

e) $43 – 1 = 42$

Comentários:

Sentenças abertas são aquelas em que o valor logico que poderia ser atribuído à sentença depende da determinação de uma variável. Vamos analisar cada uma das alternativas.

Alternativa A

Observe o desenvolvimento da sentença original:

$$3x + 4 - x - 3 - 2x = 0$$

$$(3x - x - 2x) + 4 - 3 = 0$$

$$0x + 1 = 0$$

$$1 = 0$$

Veja que o valor lógico sentença "$3 \cdot x + 4 – x – 3 – 2 \cdot x = 0$" **independe de uma variável**, pois a sentença corresponde a "$1 = 0$" (lê-se: zero é igual a um). Portanto, **a sentença em questão é uma proposição**. Além disso, caso queiramos contrastar a proposição com a realidade dos fatos, sabemos que essa proposição é falsa.

Alternativa B

"$7 + 3 = 11$" é uma **proposição falsa**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Alternativa C

Vamos desenvolver a equação.

$$0 \cdot x = 5$$

$$0 = 5$$

Veja que o valor lógico sentença original **independe de uma variável**, pois corresponde a "$0 = 5$", que é uma **proposição falsa**.

Alternativa D

"$13 \cdot x = 7$" corresponde a uma **sentença aberta**. Caso atribuíssemos a x o valor $\frac{7}{13}$, a sentença seria verdadeira e, caso atribuíssemos qualquer outro valor, ela seria falsa. Logo, o **gabarito** é a **alternativa D**.

Alternativa E

" $43 - 1 = 42$" é uma **proposição verdadeira**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Gabarito: Letra D.

Sentenças abertas também **podem ser escritas como uma frase**. Exemplo:

"**Ele** correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Perceba que o pronome "ele" funciona como uma variável. Para atribuir o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisamos determinar essa variável. No exemplo, se "ele" for o ex-velocista Usain Bolt, a sentença é verdadeira. De modo diverso, se o pronome se referir ao John Travolta, a sentença é falsa.

Existem situações em que as bancas são bastante sutis quando querem indicar que uma frase é uma sentença aberta. Veja o exercício a seguir.

(TJ CE/2008) A frase "No ano de 2007, o índice de criminalidade da cidade caiu pela metade em relação ao ano de 2006" é uma sentença aberta.

Comentários:

Perceba que não sabemos qual cidade a frase do enunciado se refere. Se atribuíssemos à "variável cidade" uma cidade específica, por exemplo, Porto Alegre, poderíamos averiguar se o índice realmente caiu pela metade ou não. Nesse caso, seria possível afirmar se a sentença é verdadeira ou se ela é falsa. Trata-se, portanto, de uma sentença aberta.

Gabarito: CERTO.

Pode-se **transformar uma sentença aberta em uma proposição** por meio do uso de elementos denominados **quantificadores.**

Estudaremos quantificadores em momento oportuno, caso seja objeto do seu edital. Nesse momento, só precisamos saber que elementos como **"todo"**, **"algum"**, **"nenhum"**, **"pelo menos um"**, **"existe" e suas variantes** transformam sentenças abertas em proposições. Exemplo:

"**Alguém** correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009."

Observe que a frase acima é passível de valoração V ou F. Caso queiramos contrastar a proposição com a realidade, podemos atribuir o valor lógico **verdadeiro**, pois no mundo dos fatos alguém realmente correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009.

É possível utilizar símbolos para transformar sentenças abertas em proposições:

a) **∃:** "existe"; "algum".
b) **∃!:** "existe um único".
c) **∄:** "não existe"; "nenhum".
d) **∀:** "qualquer que seja"; "para todo"; "todo".

O exemplo abaixo é uma proposição que deve ser lida como "existe um $\boldsymbol{x}$ pertencente ao conjunto dos números naturais tal que $\boldsymbol{x+9=10}$". O valor lógico é verdadeiro, pois para $\boldsymbol{x=1}$ a igualdade se confirma.

"$\exists\, x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10$" - **verdadeiro**

O próximo exemplo também é uma proposição e deve ser lida como "para todo $\boldsymbol{x}$ pertencente ao conjunto dos números naturais, $\boldsymbol{x+9=10}$".

"$\forall\, x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10$" - **falso**

(SEBRAE/2008) A proposição "Ninguém ensina ninguém" é um exemplo de sentença aberta.

Comentários:

Observe que o elemento "ninguém" é um quantificador, sendo uma variante do quantificador "nenhum". A frase não é uma sentença aberta, **pois não apresenta uma variável**. Trata-se de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

Paradoxos não são proposições

Frases paradoxais não podem ser proposições justamente porque **não pode ser atribuído um único valor lógico a esse tipo de frase**. Exemplo:

"Esta frase é uma mentira."

Perceba que **se a frase acima for julgada como verdadeira**, então, seguindo o que a frase explica, é verdadeiro que **a frase é falsa**. Nesse caso, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Por outro lado, **se a frase acima for julgada como falsa**, então, segundo o que a frase explica, é falso que a frase é falsa e, consequentemente, **a frase é verdadeira**. Novamente, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(TRF1/2017) "A maior prova de honestidade que realmente posso dar neste momento é dizer que continuarei sendo o cidadão desonesto que sempre fui."

A partir da frase apresentada, conclui-se que, não sendo possível provar que o que é enunciado é falso, então o enunciador é, de fato, honesto.

Comentários:

Primeiramente, devemos pressupor nessa questão que uma **pessoa honesta sempre diz a verdade**, e uma **pessoa desonesta sempre mente**. Seria melhor se a banca tivesse informado isso.

Perceba que sentença apresentada é um paradoxo. Se você considerar que a pessoa é honesta, ou seja, que diz a verdade, então a frase que ela disse é verdadeira. Ocorre que, sendo a frase verdadeira, chega-se à conclusão que a pessoa é desonesta, ou seja, que ela mentiu. Isso significa que a frase é falsa.

Chega-se então ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Trata-se, portanto, de um paradoxo. Não se pode dizer que o enunciador é honesto, ou seja, não se pode dizer que a sentença é verdadeira, pois não se trata de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

Frases que exprimem opinião não são proposições

Em algumas questões de concurso público, podem ser apresentadas algumas frases que apresentam **alta carga de subjetividade**, que mais se aproximam de uma **mera opinião**. Esse tipo de frase não admite um único valor lógico (V ou F) e, portanto, não se trata de uma proposição. Por exemplo:

"Maria é formosíssima."

"Josefa é mais bonita do que Maria."

"O amor é maior do que a dor."

(CARRIS/2021) Dentre as sentenças abaixo, aquela que podemos afirmar ser uma proposição lógica é:

a) A filha de Telma é bonita.

b) João é pai de Maria?

c) Porto Alegre é muito longe.

d) Isso é verdade?

e) Marcio é mais alto do que Júlio.

Comentários:

Sabemos que uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. Conhecida a definição, vamos analisar as alternativas.

a) A filha de Telma é bonita. ERRADO.

Em um primeiro momento, a frase apresentada nessa alternativa pode parecer que é uma proposição. Ocorre, porém, que essa frase carrega uma **alta carga de subjetividade**. Como seria possível afirmar categoricamente que a filha de Telma é bonita?

Veja que **não é possível atribuir um valor lógico V ou F** para essa frase, pois ela **emite uma opinião**, **que não pode ser valorada de modo objetivo**. Logo, **não se trata de uma proposição**.

Cumpre destacar que **muitas questões não chegam a entrar nesse nível de detalhe**, **de modo que é bem comum que essas frases mais subjetivas sejam consideradas proposições**.

Nessa questão, consideramos que esta alternativa não apresenta uma proposição justamente porque não há dúvidas de que a alternativa E apresenta uma proposição.

b) João é pai de Maria? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) Porto Alegre é muito longe. ERRADO.

Essa alternativa apresenta o mesmo caso apresentado na alternativa A. Veja que atribuir a característica "longe" a Porto Alegre é algo **subjetivo**. O que é longe? 100 km? 1.000 km?

Novamente, não é possível atribuir um valor lógico V ou F para essa frase, pois ela **emite uma opinião**, **que não pode ser valorada de modo objetivo**.

d) Isso é verdade? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

e) Marcio é mais alto do que Júlio. CERTO.

Observe que a sentença apresentada é uma proposição lógica.

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a altura de Marcio comparativamente à altura de Júlio;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro** que "Marcio é mais alto do que Júlio", **ou então é falso que** "Marcio é mais alto do que Júlio". Note, ainda, que essa atribuição de valor lógico **não depende de opinião**.

Gabarito: Letra E.

Distinção entre proposição, sentença e expressão

Agora que já vimos a definição de proposição, vamos entender as definições de **sentença** e de **expressão.**

Sentença é a exteriorização de um pensamento com sentido completo. Uma sentença pode ser:

a) **Declarativa afirmativa**;
b) **Declarativa negativa**;
c) **Exclamativa**;
d) **Interrogativa**;
e) **Imperativa** (indica uma ordem ou um pedido);
f) **Optativa** (exprime um desejo);
g) **Sentença aberta**.

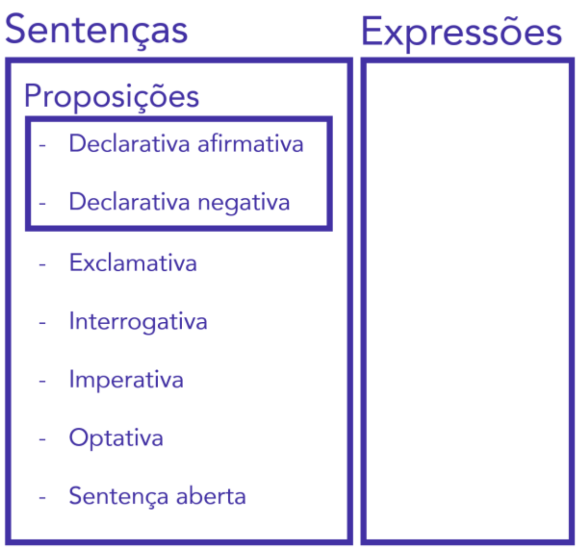
Conforme já vimos, as **sentenças declarativas são proposições**, **e as demais sentenças não são**.

Já as **expressões** são aquelas frases que não exprimem um pensamento com sentido completo. Exemplos:

"Um décimo de segundo."

"A casa de Pedro."

A figura a seguir apresenta a distinção entre proposições, sentenças e expressões.



Note que **proposição** é um caso particular de **sentença** e que, por exclusão, não há proposições lógicas em expressões.

Na maioria dos casos as bancas costumam utilizar a palavra **expressão como sinônimo de sentença**. É necessário avaliar o contexto do enunciado para estabelecer a necessidade de distinção entre esses três conceitos. **Ao longo do curso, expressão e sentença serão tratadas como sinônimos de proposição.**

(TCE-PB/2006) Sabe-se que sentenças são orações com sujeito (o termo a respeito do qual se declara algo) e predicado (o que se declara sobre o sujeito). Na relação seguinte há expressões e sentenças:

1. Três mais nove é igual a doze.
2. Pelé é brasileiro.
3. O jogador de futebol.
4. A idade de Maria.
5. A metade de um número.
6. O triplo de 15 é maior do que 10.

É correto afirmar que, na relação dada, são sentenças apenas os itens de números:

a) 1, 2 e 6.

b) 2, 3 e 4.

c) 3, 4 e 5.

d) 1, 2, 5 e 6.

e) 2, 3, 4 e 5.

Comentários:

Observe que o enunciado distingue os conceitos expressão de sentença. Os itens 3, 4 e 5 são expressões, pois não exprimem um pensamento completo. Já os itens 1, 2 e 6 são **proposições**, ou seja, são **sentenças declarativas**.

Gabarito: Letra A

A lógica bivalente e as leis do pensamento

A lógica que vamos tratar ao longo do curso é a **Lógica Proposicional**, também conhecida por **Lógica Clássica**, **Lógica Aristotélica** ou **Lógica Bivalente**. Essa última forma de se chamar a lógica objeto do nosso estudo relaciona-se ao fato de que toda a proposição pode ser julgada com apenas um único valor lógico: verdadeiro ou falso.

Essa lógica obedece três princípios, conhecidos também por **Leis do Pensamento**:

a) **Princípio da Identidade**: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
b) **Princípio da Não Contradição**: Uma proposição **não pode** ser **verdadeira e falsa ao mesmo tempo**.
c) **Princípio do Terceiro Excluído**: Uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**. Não existe um terceiro valor "talvez".

(PGE-PE/2019) A lógica bivalente não obedece ao princípio da não contradição, segundo o qual uma proposição não assume simultaneamente valores lógicos distintos.

Comentários:

O princípio da **não contradição** enuncia que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. A lógica bivalente obedece a esse princípio e também aos outros dois: **identidade** e **terceiro excluído**.

Gabarito: ERRADO.

(TRE-ES/2011) Segundo os princípios da não contradição e do terceiro excluído, a uma proposição pode ser atribuído um e somente um valor lógico.

Comentários:

O **princípio da não contradição** nos diz que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Somente com esse princípio, poderíamos ter uma proposição ao mesmo tempo com o valor lógico V e com um outro valor lógico que não seja o F. Poderíamos, por exemplo, ter uma proposição ao mesmo tempo V e T ("talvez").

O **princípio do terceiro excluído** nos diz que uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Ele exclui a existência de um terceiro valor lógico, como o “talvez”.

Assim, juntando os dois princípios, conclui-se que a uma proposição pode ser atribuído um e somente um valor lógico.

Gabarito: CERTO

Vamos praticar os conceitos aprendidos até agora.

HORA DE PRATICAR!

(GOINFRA/2022) Proposição é toda oração declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, ou seja, é todo encadeamento de termos, palavras ou símbolos que expressam um pensamento de sentido completo. Assim, qual das alternativas a seguir representa uma proposição?

a) Como está se saindo neste concurso?

b) Fique tranquilo, mas não esqueça de responder nenhuma pergunta.

c) A prova do concurso.

d) Você estudou diariamente para essa prova.

e) Não fique nervoso!

Comentários:

Vamos comentar cada alternativa.

a) Como está se saindo neste concurso? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

b) Fique tranquilo, mas não esqueça de responder nenhuma pergunta. ERRADO.

Trata-se de uma **sentença imperativa**, pois "fique tranquilo" indica uma ordem ou um pedido. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) A prova do concurso. ERRADO.

Note que a frase em questão **não é uma oração**, pois não apresenta verbo. Logo, não se trata se uma proposição.

d) Você estudou diariamente para essa prova. CERTO.

Observe que a frase em questão é uma proposição lógica, pois é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

e) Não fique nervoso! ERRADO.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem ou um pedido), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: Letra D.

(BB/2007) Na lista de frases apresentadas a seguir, há exatamente três proposições.

(i). "A frase dentro destas aspas é uma mentira."

(ii). A expressão X + Y é positiva.

(iii). O valor de $\sqrt{4} + 3 = 7$.

(iv). Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.

(v). O que é isto?

Comentários:

A frase (i) é um exemplo de **paradoxo**.

A frase (ii) apresenta uma **sentença aberta**, sendo necessária a determinação das variáveis X e Y para se obter uma proposição.

As frases (iii) e (iv) são **proposições**, pois são orações declarativas que podem assumir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos.

A frase (v) é uma **sentença interrogativa**.

Temos, portanto, apenas duas proposições.

Gabarito: ERRADO.

(SEFAZ-SP/2006) Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma mesma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem essa característica.

I. Que belo dia!

II. Um excelente livro de raciocínio lógico.

III. O jogo terminou empatado?

IV. Existe vida em outros planetas do universo.

V. Escreva uma poesia.

A frase que não possui essa característica comum é a:

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

Comentários:

Observe que, dentre as cinco frases, apenas a frase IV é uma proposição, pois é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso. As demais frases não são sentenças declarativas (proposições):

I. Sentença exclamativa;

II. Trata-se de uma expressão, pois não exprime um pensamento com sentido completo;

III. Sentença interrogativa; e

V. Sentença imperativa.

Gabarito: Letra D.

(CDP/2012) Os princípios lógicos da Não Contradição e do Terceiro Excluído dizem, respectivamente, que:

a) “Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo” e “Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa”.

b) “A negação de uma proposição falsa é verdadeira” e “A negação de uma proposição verdadeira é falsa”.

c) “Não se pode contradizer o que é verdadeiro” e “Se houver três proposições, a terceira será falsa”.

d) “Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa” e “Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo”.

Comentários:

O **princípio da não contradição** enuncia que "uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo". Já o **princípio do terceiro excluído** nos diz que "uma proposição ou é verdadeira ou é falsa", não existe um terceiro valor.

Gabarito: Letra A

PROPOSIÇÕES SIMPLES

Proposições simples
Definição de proposição simples
Proposição simples: não pode ser dividida proposições menores.
Negação de proposições simples
A negação de uma proposição simples **p** gera uma nova proposição simples **~p**. Uso do "não" e de expressões correlatas: "**não**", "**não é verdade que**", "**é falso que**". A nova proposição **~p** sempre terá o valor lógico oposto da proposição original **p**. Se a proposição original é uma sentença declarativa negativa, a negação dela será uma sentença declarativa afirmativa. **q**: "Taubaté **não é** a capital do Mato Grosso." ~**q**: "Taubaté **é** a capital do Mato Grosso." **Negação usando antônimos**: nem sempre o uso de um antônimo nega a proposição original. "O Grêmio venceu o jogo". É **errado** dizer que a negação é "o Grêmio perdeu o jogo", porque o jogo poderia ter empatado. Para negar uma proposição simples formada por uma oração principal e por orações subordinadas, **devemos negar o verbo da oração principal**. **Dupla negação: ~(~p) ≡ p**. **Várias negações em sequência:** • Número **par** de negações: proposição **equivalente a original**; e • Número **ímpar** de negações: nova proposição é a **negação da proposição original**. **Descompasso entre a língua portuguesa e a linguagem proposicional:** para a linguagem proposicional, "**não** vou comer **nada**" seria equivalente a "vou comer". Na língua portuguesa, tal frase significa que a pessoa realmente não vai comer coisa alguma. **p**: "Vou comer." **~p**: "Vou comer **nada**." **~ (~p)**: "**Não** vou comer **nada**."

Definição de proposição simples

Dizemos que uma proposição é **simples** quando ela **não pode ser dividida proposições menores**.

De outra forma, podemos dizer que a proposição é simples quando ela é formada por uma única parcela elementar indivisível que pode ser julgada como verdadeira ou falsa.

É muito comum representar as proposições simples por uma letra do alfabeto. Exemplo:

p: "Pedro é o estagiário do banco."

q: "Paula não é arquiteta."

r: "$3^2 = 6$."

Observe que as proposições simples **p** e **r** são sentenças **declarativas afirmativas**, enquanto **q** é uma sentença **declarativa negativa**.

Negação de proposições simples

Uso do “não” e de expressões correlatas

A negação de uma proposição simples **p** gera uma nova proposição simples.

Essa nova proposição simples é denotada pelo símbolo **~** ou **¬** seguido da letra que representa a proposição original. Ou seja, a negação de **p** é representada por **~p** ou **¬p (lê-se: "não p")**. Exemplo:

p: "Porto Alegre é a capital do Ceará."

~**p**: "Porto Alegre **não é** a capital do Ceará."

Uma outra forma de se negar a proposição original sugerida é inserir expressões como "não é verdade que...", "é falso que..." no início:

~**p**: "**Não é verdade que** Porto Alegre é a capital do Ceará."

~**p**: "**É falso que** Porto Alegre é a capital do Ceará."

Valor lógico da negação de uma proposição

A nova proposição **~p** sempre terá o valor lógico oposto da proposição original **p**. Isso significa que se **p** é falsa, **~p** é verdadeira, e se **p** é verdadeira, **~p** é falsa. Essa ideia pode ser representada na seguinte tabela, conhecida por **tabela-verdade**:

p	$\sim p$
V	F
F	V

Cada linha da tabela representa uma possível combinação de valores lógicos para as proposições **p** e **~p**. A primeira linha representa o fato de que se **p** assumir o valor V, **~p** deve assumir o valor F. Já a segunda linha representa o fato de que se **p** assumir o valor F, **~p** deve assumir o valor V.

Negação de proposições que são sentenças declarativas negativas

Observe a proposição simples **q** abaixo, que é uma sentença declarativa negativa:

q: "Taubaté **não é** a capital do Mato Grosso."

Sua negação pode ser escrita das seguintes formas:

~**q**: "**Não é verdade que** Taubaté **não é** a capital do Mato Grosso."

~**q**: "**É falso que** Taubaté **não é** a capital do Mato Grosso."

~**q**: "**Taubaté é a capital do Mato Grosso**."

Cuidado! Como visto no exemplo anterior, a negação de uma proposição não necessariamente contém expressões como "não", " não é verdade que ", "é falso que", etc. Isso se deve ao fato de que a proposição original pode conter essas expressões.

Em resumo, se a proposição original é uma sentença declarativa negativa, a negação dela será uma sentença declarativa afirmativa.

(IDAM/2019) A negação de uma negação, na lógica proposicional, é equivalente a:

a)Uma verdade

b)Uma afirmação

c)Uma negação

d)Uma negação duas vezes mais forte

Comentário:

Por "negação de uma negação", entende-se que a questão quis se referir à negação de uma proposição do tipo sentença declarativa negativa.

Ao se negar uma sentença declarativa negativa, obtém-se uma sentença declarativa afirmativa, ou uma "afirmação", conforme a letra B. Exemplo:

p: "Pedro **não é** engenheiro."

~**p**: "Pedro é engenheiro."

Uma possível "pegadinha" seria a alternativa A. Ocorre que **verdade é um valor lógico (V)**, e não sabemos se a proposição original é verdadeira ou se é falsa.

Gabarito: Letra B.

Negação usando antônimos

É possível negar uma proposição simples utilizando antônimos. Exemplo:

p: "João foi **aprovado** no vestibular."

~**p**: "João foi **reprovado** no vestibular."

O uso de antônimos para se negar uma proposição deve ser visto com muito cuidado. Veja a seguinte proposição:

p: "O Grêmio venceu o jogo contra o Inter."

Observe que um antônimo de vencer é perder, porém essa palavra não nega a proposição acima. É **errado** dizer que a negação da proposição é "o Grêmio perdeu o jogo contra o Inter". Isso porque o jogo poderia ter empatado. Nesse caso, não resta outra opção senão negar a proposição com um dos modos tradicionais:

~p: "O Grêmio **não** venceu o jogo contra o Inter."

Perceba que "**não venceu**" **abarca as possibilidades** "**perder**" e "**empatar**".

(Pref. Paraí/2019) A negação da proposição simples "Está quente em Paraí" é:

a) Está frio em Paraí.

b) Se está quente em Paraí então chove.

c) Está quente em Paraí ou frio.

d) Ou está quente em Paraí ou chove.

e) Não é verdade que está quente em Paraí.

Comentários:

Sempre evite o uso de antônimos para negar uma proposição. Lembre-se que uma das formas tradicionais de se negar uma proposição sem utilizar antônimos é incluir "**não é verdade que**" no início dela.

p: "Está quente em Paraí."

~p: "**Não é verdade** que está quente em Paraí."

A pegadinha da questão era a letra A, que utiliza o antônimo "frio" para negar a palavra "quente" presente na proposição original. Observe que "frio" não nega a palavra "quente", **pois a cidade pode estar nem quente nem fria**.

Gabarito: Letra E.

Negação de período composto por subordinação

Seja a proposição simples **p**:

p: "Pedro **respondeu** que **estudou** todo o edital."

Perceba que temos dois verbos, "respondeu" e "estudou" e, portanto, estamos diante de duas orações. Para negar a proposição corretamente, **nega-se a oração principal**.

~p: "Pedro **não** **respondeu** que **estudou** todo o edital."

Note que a oração "que **estudou** todo o edital" é subordinada à oração principal, devendo ser tratada como objeto direto. Podemos reescrever assim:

p: "Pedro **respondeu** ~~que estudou todo o edital~~."

p: "Pedro **respondeu** **isso**."

Nesse caso, podemos negar a proposição simples do seguinte modo:

~p: "Pedro **não** **respondeu** **isso**."

Se voltarmos para a estrutura original, temos:

~p: "Pedro **não** **respondeu** **que estudou todo o edital**."

Observe que é errado negar a oração subordinada. Isso significa que "Pedro **respondeu** que **não** **estudou** todo o edital" **não é a negação** de "Pedro **respondeu** que **estudou** todo o edital".

FIQUE ATENTO!

Para negar uma **proposição simples** formada por uma oração principal e por orações **subordinadas**, devemos **negar o verbo da oração principal**.
Em um período composto por subordinação, **nem sempre a oração principal aparece primeiro**. Isso significa que **nem sempre é o primeiro verbo que deve ser negado**.

(TCDF/2014) A negação da proposição "O tribunal entende que o réu tem culpa" pode ser expressa por "O tribunal entende que o réu não tem culpa".

Comentários:

Estamos diante de uma proposição simples, que pode ser reescrita como:

p: "O tribunal entende ~~que o réu tem culpa.~~"

p: "O tribunal entende **isso.**"

Para negar a proposição, nega-se o verbo da oração principal:

~p: "O tribunal **não** entende **isso.**"

Retornando para os termos da proposição original:

~p: "O tribunal **não** entende **que o réu tem culpa**."

Gabarito: ERRADO.

Dupla negação e generalização para mais de duas negações

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela-verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem **valor lógico igual a proposição p**. Para obter esse resultado importante, primeiramente inserimos na tabela verdade as possibilidades de **p** e **~p**:

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	?
F	V	?

O próximo passo é preencher os valores de **~(~p)** observando que **essa proposição é a negação da proposição ~p.**

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	→ V
F	V	→ F

Agora basta reconhecer que a **primeira coluna e a última coluna da tabela verdade são exatamente iguais**. Isso significa que, para os dois valores lógicos que **p** pode assumir (V ou F), os valores lógicos assumidos pela proposição **~(~p)** são exatamente iguais.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Quando duas proposições assumem valores lógicos necessariamente iguais, dizemos que as **proposições são equivalentes.** O assunto equivalências lógicas será abordado em aula futura, caso seja objeto do seu edital. A representação da equivalência lógica é dada utilizando o símbolo "**≡**" ou "**⇔**". Portanto:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Quando tivermos várias negações em sequência, podemos utilizar a seguinte regra:

- Se tivermos um **número par de negações**, temos uma proposição **equivalente a original**; e
- Se tivermos um **número ímpar de negações**, temos a **negação da proposição original**.

EXEMPLIFICANDO

Julgue o item a seguir como certo ou errado:

A proposição ~(~(~(~p))) sempre tem o valor lógico igual ao de ~p.

Comentários:

Vamos resolver essa questão por dois métodos.

O **primeiro método** consiste em construir a tabela-verdade. Como na tabela a proposição seguinte sempre é a negação da anterior, a coluna posterior sempre tem valores lógicos trocados com relação à anterior. Veja:

p	$\sim p$
V	F
F	V

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$	$\sim(\sim(\sim p))$
V	F	V	F
F	V	F	V

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$	$\sim(\sim(\sim p))$	$\sim(\sim(\sim(\sim p)))$
V	F	V	F	V
F	V	F	V	F

Construída a tabela-verdade, observe que que ~(~(~(~**p**))) sempre tem o valor lógico igual ao de **p,** ou seja, é **equivalente** a **p**.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$	$\sim(\sim(\sim p))$	$\sim(\sim(\sim(\sim p)))$
V	F	V	F	V
F	V	F	V	F

O **segundo método** consiste na aplicação imediata da regra aprendida:

- Se tivermos um **número par de negações**, temos uma proposição **equivalente a original**; e
- Se tivermos um número **ímpar de negações**, temos a **negação da proposição original**.

Como problema apresenta quatro negações, temos que a proposição é equivalente a original, ou seja, a proposição ~ (~ (~ (~**p**))) apresenta sempre o mesmo valor lógico de **p**, não de **~p** como afirma o enunciado.

Gabarito: ERRADO.

Descompasso entre a língua portuguesa e a linguagem proposicional

Na língua portuguesa é comum utilizarmos uma dupla negação para enfatizar uma negação. Como exemplo, uma pessoa que diz "**não** vou comer **nada**" normalmente quer dizer que ela realmente não vai comer. Essa dupla negação da língua portuguesa com sentido de afirmação gera um certo descompasso com a linguagem proposicional. Veja:

p: "Vou comer."

~p: "Vou comer **nada**."

~(~p): "**Não** vou comer **nada**."

Para a linguagem proposicional, "**não** vou comer **nada**" seria equivalente a "vou comer".

Para evitar esses problemas de descompasso relacionado à dupla negação na língua portuguesa, podemos utilizar outras expressões como "**não** vou comer coisa alguma".

(PCSP/2014) Um antropólogo estadunidense chega ao Brasil para aperfeiçoar seu conhecimento da língua portuguesa. Durante sua estadia em nosso país, ele fica muito intrigado com a frase “não vou fazer coisa nenhuma”, bastante utilizada em nossa linguagem coloquial. A dúvida dele surge porque:

a) a conjunção presente na frase evidencia seu significado.

b) o significado da frase não leva em conta a dupla negação.

c) a implicação presente na frase altera seu significado.

d) o significado da frase não leva em conta a disjunção.

e) a negação presente na frase evidencia seu significado.

Comentários:

Observe que, no caso apresentado, a língua portuguesa está em descompasso com a linguagem matemática. As palavras "não" e "nenhuma" são negações que, em conjunto, formariam uma dupla negação. Observe:

p: "Vou fazer alguma coisa."

~p: "Vou fazer coisa **nenhuma**."

~(~p): "**Não** vou fazer coisa **nenhuma**."

Ocorre que, na língua portuguesa, é comum utilizarmos a dupla negação para reforçar a negação.

Assim, **na língua portuguesa**, o significado da frase "**não** vou fazer coisa **nenhuma**" não leva em conta a dupla negação, sendo uma outra forma de escrever "vou fazer coisa **nenhuma**."

Gabarito: Letra B.

Por fim, gostaria de ressaltar que a **negação proposições quantificadas** ("existe", "para todo", etc.) não é objeto desta aula e será vista no decorrer do curso, caso seja objeto do seu edital.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Proposições compostas

• **Proposição composta:** resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de **conectivos.**

• **Valor lógico (V ou F) de uma proposição composta:** depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem.

• O operador lógico de **negação (~) não é um conectivo**.

Tipo	Conectivo mais comum	Notação	Notação alternativa	Conectivos alternativos
Conjunção	e	$p \wedge q$	$p \& q$ $p \cap q$	**p**, mas **q**
Disjunção Inclusiva	ou	$p \vee q$	$p \cup q$	-
Disjunção Exclusiva	ou... ,ou	$p \veebar q$	$p \oplus q$	**p** ou **q**, mas não ambos
				p ou **q** **(depende do contexto)**
Condicional	se... ,então	$p \rightarrow q$	$p \supset q$	Se **p, q**
				Como **p, q**
				p, logo **q**
				p implica **q**
				Quando **p, q**
				Toda vez que **p, q**
				p somente se **q**
				q,se **p**
				q,pois **p**
				q porque **p**
				p é condição suficiente para **q**
				q é condição necessária para **p**
Bicondicional	se e somente se	$p \leftrightarrow q$	-	**p** assim como **q**
				p se e só se **q**
				Se **p** então **q** e se **q** então **p**
				p somente se **q** e **q** somente se **p**
				p é condição necessária e suficiente para **q**
				q é condição necessária e suficiente para **p**

• A palavra "**nem**" corresponde a uma conjunção "**e**" seguida de uma negação "**não**".

• A palavra "**Se**" aponta para a condição **Suficiente: "Se p, então q".**

Condicional ($p \rightarrow q$)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	**Condição necessária**

• A **recíproca** de **p→q** é dada pela troca entre antecedente o e o consequente: **q→p**. **A recíproca é uma proposição completamente diferente da condicional original.**

Conjunção (p∧q): é verdadeira somente quando as proposições **p** e **q** são ambas verdadeiras.
Disjunção Inclusiva (p∨q): é falsa somente quando as proposições **p** e **q** são ambas falsas
Disjunção Exclusiva (p⊻q): é falsa quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.
Condicional (p→q): é falsa somente quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa.
Bicondicional (p↔q): é verdadeira quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p⊻q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional "se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Definição de proposição composta

Proposição composta é uma proposição que resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de **conectivos**. Exemplo: considere as proposições simples **p** e **q**:

p: "Maria foi ao cinema."

q: "João foi ao parque."

Unindo essas duas proposições simples por meio do conectivo "**se...então**", **forma-se uma proposição distinta**, que chamaremos de **R:**

R: "**Se** Maria foi ao cinema, **então** João foi ao parque."

Essa proposição **R** é uma proposição composta, resultante da associação das proposições simples **p** e **q** por meio de um conectivo.

Se unirmos as mesmas proposições simples por meio do conectivo "**e**", forma-se uma nova proposição composta **S** diferente da proposição **R**:

S: "Maria foi ao cinema **e** João foi ao parque."

O **valor lógico** (V ou F) **de uma proposição composta depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem**.

Podemos dizer, no exemplo acima, que o valor lógico (V ou F) que a proposição composta **R** assume é função dos valores lógicos assumidos pelas proposições simples **p** e **q** que a compõem. O mesmo pode ser dito da proposição composta **S,** que utiliza um conectivo distinto.

As relações entre os valores lógicos das proposições simples e o consequente valor lógico da proposição composta obtida pelo uso de conectivos serão estudadas a seguir.

Conectivos lógicos

Os **conectivos** possíveis são divididos em **cinco tipos**, havendo formas diferentes de representá-los na língua portuguesa, conforme será visto adiante.

Os cinco conectivos e as suas formas mais usuais na língua portuguesa são: **Conjunção** ("**e**"), **Disjunção inclusiva** ("**ou**"), **Disjunção exclusiva** ("**ou...ou**"), **Condicional** ("**se...então**") e **Bicondicional** ("**se e somente se**").

A negação de uma proposição simples gera uma nova proposição simples. Assim, **o operador lógico de negação (~) não é um conectivo**.

Conjunção (p∧q)

O operador lógico **"e"** é um conectivo do tipo **conjunção**. É representado pelo símbolo "∧" ou "**&**" (menos comum). As bancas podem também representar a conjunção com o símbolo de intersecção da teoria dos conjuntos: "∩".

Voltando ao exemplo inicial. Sejam **p** e **q** as proposições:

p: "Maria foi ao cinema."

q: "João foi ao parque."

A proposição composta **R**, resultante da união das proposições simples por meio do conectivo **"e"**, é representada por **p∧q**:

p∧q: "Maria foi ao cinema **e** João foi ao parque."

Vamos agora verificar os valores lógicos (V ou F) que a proposição composta **p∧q** pode receber, dependendo dos valores atribuídos a **p** e a **q.**

Exemplo 1: Maria, no mundo dos fatos, realmente foi ao cinema. Nesse caso, **p** é verdadeiro. Além disso, João de fato foi ao parque. Isso significa que **q** também é verdadeiro.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que essa frase é verdadeira. Isso significa que **p∧q** é verdadeiro.

Inserindo este raciocínio em uma tabela-verdade, teremos:

p	q	p∧q
V	V	V

Voltemos à história de Maria e João:

Exemplo 2: consideremos agora que Maria realmente foi ao cinema e, com isso, a proposição **p** é verdadeira. Porém, desta vez, João não foi parque. Isso significa que **q** é falso. Lembre-se que a proposição **q** afirma que "João foi ao parque". Se João não foi de fato ao parque, a proposição **q** é falsa.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois João, no mundo dos fatos, não foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição composta **p∧q** é falso.

Inserindo esse novo resultado na tabela-verdade que começamos a preencher a partir do exemplo 1, teremos:

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F

Considere agora a seguinte possibilidade:

Exemplo 3: dessa vez, no plano dos fatos, Maria resolveu não ir ao cinema. Nesse caso, o valor lógico da proposição **p** é falso. Por outro lado, João realmente foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição **q** é verdadeiro.

Dado esse novo contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois Maria não foi ao cinema. Isso significa que o valor lógico da proposição composta **p∧q** é falso.

A nossa tabela atualizada fica da seguinte forma:

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F

Por fim, a quarta possibilidade para a história dos seus amigos Maria e João é a seguinte:

Exemplo 4: Maria novamente não foi ao cinema. Nesse caso, o valor lógico da proposição **p** é falso. Além disso, seu amigo João também não foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição **q** é falso.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois tanto Maria quanto João não foram ao cinema. Isso significa que o valor lógico da proposição **p∧q** é falso.

Entendido o quarto exemplo, finalmente a tabela-verdade está completa:

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Esqueçamos a história de Maria e João! Ela foi fundamental para você entender o raciocínio por trás dos conceitos, mas podemos generalizar os resultados obtidos. A tabela abaixo, conhecida como **tabela-verdade da conjunção,** resume os valores lógicos que a **conjunção p∧q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

A conjunção **p∧q** é verdadeira somente quando as proposições **p** e **q** são ambas verdadeiras. Nos demais casos, **p∧q** é falsa.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Devemos saber que o **conectivo "mas" é utilizado como conjunção**. Apesar desse conectivo apresentar uma ideia de oposição, ou seja, um sentido adversativo, devemos ter em mente que, para fins de Lógica de Proposições, **"mas"** é igual ao conectivo **"e"**. **O mesmo vale para outras expressões adversativas que correspondem ao "mas"**.

(SEFAZ SP/2006) Considere a proposição "Paula estuda, mas não passa no concurso". Nessa proposição, o conectivo lógico é:

a) disjunção inclusiva.

b) conjunção.

c) disjunção exclusiva.

d) condicional.

e) bicondicional.

Comentários:

Para a lógica de proposições, "mas" corresponde ao conectivo "e". A proposição pode ser reescrita como:

p∧q: "Paula estuda **e** Paula não passa no concurso."

Trata-se, portanto, de uma conjunção.

Gabarito: Letra B.

(CM POA/2012) Considere a proposição: Paula é brasileira, entretanto não gosta de futebol. Nesta proposição, está presente o conetivo lógico denominado como:

a) bicondicional.

b) condicional.

c) conjunção.

d) disjunção inclusiva.

e) disjunção exclusiva.

Comentários:

Observe que "entretanto" corresponde ao conectivo "mas":

p∧q: "Paula é brasileira, **mas** não gosta de futebol"

Trata-se, portanto, de uma conjunção.

Gabarito: Letra C.

É importante também que você saiba que a palavra "**nem**" corresponde a uma conjunção "**e**" seguida de uma negação "**não**". Considere, por exemplo, as seguintes proposições:

e: "Pedro estuda."

t: "Pedro trabalha."

Note que a proposição composta "Pedro **não** estuda **nem** trabalha." corresponde a ~**e∧~t**:

~**e∧~t**: "**[**Pedro **não** estuda**] e [**Pedro **não** trabalha**]**."

Disjunção inclusiva (pvq)

O operador lógico **"ou"** é um conectivo do tipo **disjunção inclusiva**. É representado pelo símbolo "V”. As bancas podem também representar a disjunção inclusiva com o símbolo de união da teoria dos conjuntos: "∪ ". Exemplo:

pVq: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da disjunção inclusiva** sintetiza os valores lógicos que a proposição composta **pVq** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

ATENÇÃO DECORE!

A disjunção inclusiva **pVq** é falsa somente quando as proposições **p** e **q** são ambas falsas. Nos demais casos, **pVq** é verdadeira.

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	pvq
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Para exemplificar, vamos utilizar a mesma história dos seus amigos Maria e João. Digamos que a proposição **p**," João vai ao parque", seja verdadeira e que a proposição **q**, "Maria vai ao cinema", seja falsa.

Nesse caso, a proposição **pVq** "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema" é verdadeira, pois para a disjunção inclusiva ser falsa, ambas as proposições devem ser falsas. Para a disjunção inclusiva ser verdadeira, basta que uma das proposições que a compõem seja verdadeira.

Vamos a um outro exemplo:

a: "7 + 1 =10" **(F)**

b: "Café não é uma bebida." **(F)**

Nesse caso, a disjunção inclusiva **aVb** é dada por**:**

aVb: "7 + 1 = 10 **ou** café não é uma bebida." **(F)**

Essa proposição é falsa, pois ambas as proposições simples **a** e **b** são falsas.

Na lógica de proposições, o uso do **conectivo "ou" sozinho** será, **na grande maioria das situações,** com sentido de **inclusão**. Essa inclusão significa que:

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Pedro vai ao parque e Maria não vai ao cinema;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Maria vai ao cinema e Pedro não vai ao parque; e
- A primeira e a segunda possibilidade **podem ocorrer simultaneamente**: Pedro vai ao parque e também Maria vai ao cinema.

*Professor, por que você disse que o conectivo "ou" sozinho tem sentido de inclusão **na grande maioria das situações**?*

Calma concurseiro, veremos o porquê no tópico seguinte.

Disjunção exclusiva ($p\veebar q$)

O operador lógico **"ou...,ou"** é um conectivo do tipo **disjunção exclusiva**. É representado pelo símbolo "$\veebar$" ou "⊕" (menos comum). Exemplo:

$p\veebar q$: "**Ou** Pedro vai ao parque, **ou** Maria vai ao cinema."

Na **disjunção exclusiva** as duas proposições **não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo**. O sentido de **exclusão** conferido por esse conectivo significa que:

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Pedro vai ao parque e Maria não vai ao cinema;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Maria vai ao cinema e Pedro não vai ao parque; e
- **A primeira e a segunda possibilidade não podem ocorrer simultaneamente**, ou seja:
    - Maria não pode ir ao cinema com Pedro indo ao parque; e
    - Pedro não pode ir ao parque com Maria indo ao cinema.

A **tabela-verdade da disjunção exclusiva** resume os valores lógicos que a proposição composta **$p\veebar q$** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	$p\veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

ATENÇÃO
DECORE!

A disjunção exclusiva **p⊻q** é falsa somente quando ambas proposições apresentam o mesmo valor lógico. Nos demais casos, **p⊻q** é verdadeira.

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p⊻q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Vamos exemplificar essa tabela-verdade com um novo exemplo. Considere as proposições:

p: "Hoje é domingo."

q: "Hoje é segunda-feira."

p⊻q: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira"

Existem quatro possibilidades de atribuição dos valores lógicos V ou F a estas proposições:

1) Primeiro caso: **p:** "Hoje é domingo" e **q**: **"**Hoje é segunda-feira" são ambas verdadeiras. Nesse caso, **p⊻q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é falsa, pois não é possível ser domingo e segunda-feira ao mesmo tempo.

2) Segundo caso: hoje é domingo. Nesse caso, **p⊻q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é verdadeira, pois uma (somente uma) das proposições é verdadeira - no caso, a proposição **p.**

3) Terceiro caso: hoje é segunda-feira. Nesse caso, **p⊻q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" também é verdadeira, pois uma (somente uma) das proposições é verdadeira – no caso, a proposição **q.**

4) Quarto caso: hoje não é domingo nem segunda-feira. Nesse caso **p** e **q** são falsas e **p⊻q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é falsa.

O uso da expressão **"...ou..., mas não ambos"** é utilizado como **disjunção exclusiva**. Exemplo:

p⊻q: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema**, mas não ambos**."

FIQUE ATENTO!

Em algumas questões é necessário **supor que o uso do "ou" sozinho**, exatamente como é usado na disjunção inclusiva, **é uma disjunção exclusiva**.

Esse tipo de "pegadinha" costuma ocorrer quando, considerando o contexto, as proposições simples não podem ser simultaneamente verdadeiras. Exemplo:

$p \underline{\vee} q$: "José é cearense **ou** José é paranaense."

Perceba que José não pode ser cearense e paranaense ao mesmo tempo, e com isso **podemos considerar o "ou" sozinho como exclusivo**.

Muito cuidado ao realizar essa consideração na hora da prova. **Utilize esse entendimento como último recurso.**

(CREFONO 7/2014) Assinale a alternativa que representa o mesmo tipo de operação lógica que "O fonoaudiólogo é gaúcho ou paulista".

a) O pesquisador gosta de música ou de biologia.

b) O comentarista é paranaense ou matemático.

c) O analista é fonoaudiólogo ou dentista.

d) O professor faz musculação ou natação.

e) O gato está vivo ou morto.

Comentários:

Observe que, nessa questão, tanto a proposição do enunciado quanto as alternativas apresentam o conectivo "ou" sozinho e, num primeiro momento, poderíamos achar que todas as assertivas se tratam de disjunção inclusiva.

Ocorre que, ao contextualizar a frase do enunciado, percebe-se que o fonoaudiólogo não pode ser ao mesmo tempo gaúcho e paulista, de modo que devemos procurar nas alternativas um "ou" exclusivo.

Essa situação só ocorre na letra E, que apresenta um "ou" exclusivo justamente porque o gato não pode estar vivo e morto ao mesmo tempo.

Gabarito: Letra E.

Condicional (p→q)

O operador lógico **"se... ,então"** é um conectivo do tipo **condicional**. É representado pelo símbolo "**→**” ou "⊃” (menos comum). Exemplo:

p→q: “Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema.”

A **tabela-verdade da proposição condicional** resume os valores lógicos que a proposição composta **p→q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

Condicional		
"se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A proposição condicional **p→q** é falsa somente quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa. Nos demais casos, **p→q** é verdadeira.

Condicional		
"se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Vamos exemplificar essa tabela-verdade. Considere as proposições sobre Frederico:

p: "Frederico é matemático."

q: "Frederico sabe somar."

p→q: "**Se** Frederico é matemático, **então** Frederico sabe somar."

Analisemos as possibilidades:

1) **p:** "Frederico é matemático" e **q**: "Frederico sabe somar" são ambas verdadeiras. Nesse caso, se realmente Frederico é matemático, não há dúvida que ele sabe somar, e a proposição condicional **p→q**: "**Se** Frederico é matemático, **então** Frederico sabe somar" é verdadeira.

2) **p:** "Frederico é matemático" é verdadeira e **q**: "Frederico sabe somar" é falsa. Na situação apresentada, temos que Frederico é matemático e não sabe somar. A proposição condicional é falsa.

3) **p:** "Frederico é matemático" é falsa e **q**: "Frederico sabe somar" é verdadeira. Nessa situação, temos uma pessoa que não se formou em matemática, mas que sabe somar. A condicional é verdadeira.

4) **p:** "Frederico é matemático" e **q**: "Frederico sabe somar" são ambas falsas. Esse caso é possível, pois Frederico pode ser uma criança recém-nascida, que não é bacharel em matemática e que não sabe somar. A condicional é verdadeira.

(BANESTES/2018) Considere a sentença: “Se Emília é capixaba, então ela gosta de moqueca”. Um cenário no qual a sentença dada é falsa é:

a) Emília é carioca e não gosta de moqueca;

b) Emília é paulista e gosta de moqueca;

c) Emília é capixaba e não gosta de moqueca;

d) Emília é capixaba e gosta de moqueca;

e) Emília é mineira e gosta de moqueca.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Emília é capixaba."

q: "Emília gosta de moqueca."

A sentença apresentada consiste na condicional **p→q**:

p→q: "**Se** [Emília é capixaba], **então** [ela gosta de moqueca]."

Para a sentença em questão ser falsa, o primeiro termo (**p**) deve ser verdadeiro e o segundo termo (**q**) deve ser falso, pois o único caso em que temos uma condicional falsa é o caso **V→F**.

Logo, o cenário no qual a sentença dada é falsa é:

Emília é capixaba (**p** é V) e não gosta de moqueca (**q** é F)

Gabarito: Letra C.

(SEFAZ AM/2022) Considere as sentenças a seguir.

• Paulo é carioca ou Bernardo é paulista.

• Se Sérgio é amazonense, então Paulo é carioca.

Sabe-se que a primeira sentença é verdadeira e a segunda é falsa. É correto concluir que

a) Paulo é carioca, Bernardo é paulista, Sérgio é amazonense.

b) Paulo é carioca, Bernardo não é paulista, Sérgio é amazonense.

c) Paulo não é carioca, Bernardo é paulista, Sérgio é amazonense.

d) Paulo não é carioca, Bernardo é paulista, Sérgio não é amazonense.

e) Paulo não é carioca, Bernardo não é paulista, Sérgio é amazonense.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "Paulo é carioca."

b: "Bernardo é paulista."

s: "Sérgio é amazonense."

Note que a primeira sentença é dada por **pVb**:

pVb: "**[**Paulo é carioca**]** **ou** **[**Bernardo é paulista**]**."

Por outro lado, a segunda sentença é dada por **s→p**:

s→p: "**Se** **[**Sérgio é amazonense**]**, **então** **[**Paulo é carioca**]**."

O enunciado nos diz que a segunda sentença, **s→p**, é falsa. Sabemos que uma condicional é falsa somente no caso **V→F**. Logo, temos que **s** é verdadeiro e **p** é falso.

Além disso, o enunciado nos diz que a primeira sentença, **pVb**, é verdadeira. Para uma disjunção inclusiva ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. Como **p** é falso, devemos ter que **b** é verdadeiro.

Em resumo, temos os seguintes valores lógicos:

• **p** é **falso**;

• **b** é **verdadeiro**; e

• **s** é **verdadeiro**;

Sendo **p** falso, temos que ~**p** é verdadeiro. Logo:

- **~p** é **verdadeiro**;
- **b** é **verdadeiro**; e
- **s** é **verdadeiro**.

Portanto, **podemos concluir corretamente que**:

- "Paulo **não** é carioca." (**~p** é **verdadeiro**);
- "Bernardo é paulista." (**b** é **verdadeiro**); e
- "Sérgio é amazonense." (**s** é **verdadeiro**).

Gabarito: Letra C.

Formas alternativas de se representar a condicional "se...então"

Algumas vezes as bancas gostam de esconder a proposição condicional utilizando conectivos diferentes do clássico "**se...então**". Vamos apresentar aqui as possibilidades que mais aparecem nas provas. Considere novamente as proposições simples:

p: "Pedro vai ao parque."

q: "Maria vai ao cinema."

A forma clássica de se representar a condicional **p→q** é a seguinte:

p→q: "Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

Essa mesma condicional **p→q** pode também ser representada das seguintes formas:

- **Se p**, **q**. Observe que o "então" foi omitido.

p→q: "Se Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **Como p**, **q**. Novamente o "então" foi omitido.

p→q: "Como Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **p**, **logo q**.

p→q: "Pedro vai ao parque, **logo** Maria vai ao cinema."

- **p implica q.**

p→q: "Pedro ir ao parque **implica** Maria ir ao cinema."

- **Quando p**, **q**.

$p \rightarrow q$: "**Quando** Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **Toda vez que p**, **q**.

$p \rightarrow q$: "**Toda vez que** Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **p somente se q.**

$p \rightarrow q$: "Pedro vai ao parque **somente se** Maria vai ao cinema."

Como será visto mais à frente, o conectivo **"se e somente se"** é **bicondicional**. Seu uso é diferente do conectivo **condicional "somente se"**.

- **q, se p**. Nesse caso ocorre a **<u>inversão da ordem</u>** entre **p** e **q**.

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, **se** Pedro ir ao parque."

- **q, pois p**. Novamente ocorre a **<u>inversão da ordem</u>** entre **p** e **q**.

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, **pois** Pedro vai ao parque."

- **q porque p**. Novamente ocorre a **<u>inversão da ordem</u>** entre **p** e **q**.

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema **porque** Pedro vai ao parque."

ACORDE!

Muita atenção para os casos em que ocorre a inversão da ordem entre **p** e **q**. **As quatro condicionais a seguir**, para fins de Lógica de Proposições, **são exatamente iguais** e apresentam a mesma notação **$p \rightarrow q$**:

$p \rightarrow q$: "**Se** Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, **se** Pedro ir ao parque."

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, **pois** Pedro vai ao parque."

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema **porque** Pedro vai ao parque."

Condição suficiente e condição necessária

Quando temos uma condicional **$p \rightarrow q$**, podemos dizer que:

- **p** é condição **suficiente** para **q;**
- **q** é condição **necessária** para **p.**

Uma forma de não trocar condição necessária por suficiente e vice-versa é lembrar que **a palavra "se"** do "**se...então**" **aponta para a condição suficiente.**

Considere a condicional abaixo:

$p \rightarrow q$: "Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

Podemos reescrevê-la dos seguintes modos:

$p \rightarrow q$: "Pedro ir ao parque **é condição suficiente para** Maria ir ao cinema."

$p \rightarrow q$: "Maria ir ao cinema **é condição necessária para** Pedro ir ao parque."

ACORDE!

Como será visto mais à frente, a expressão **"condição necessária e suficiente"** se refere às proposições que compõem o conectivo **bicondicional**.

FIQUE ATENTO!

A palavra "**Se**" aponta para a condição **S**uficiente
"**Se p**, então **q**"

p é a condição **S**uficiente
q é a condição necessária

(BB/2008) A proposição "Se as reservas internacionais em moeda forte aumentam, então o país fica protegido de ataques especulativos" pode também ser corretamente expressa por "O país ficar protegido de ataques especulativos é condição necessária para que as reservas internacionais aumentem".

Comentários:

Veja que a proposição original é uma condicional com o tradicional conectivo "**se... ,então**". Para reescrever na forma "**q** é **condição necessária para p**", devemos escrever invertendo a ordem entre **p** e **q**:

p→q: "**Se** as reservas internacionais em moeda forte aumentam, **então** o país fica protegido de ataques especulativos."

p→q: "O país ficar protegido de ataques especulativos **é condição necessária para que** as reservas internacionais ~~em moeda forte~~ aumentem.**"**

Observe que a questão omitiu a expressão "em moeda forte", que qualifica as "reservas internacionais". Isso em nada altera o gabarito.

Gabarito: CERTO.

(PM BA/2020) Observe as duas proposições P e Q apresentadas a seguir.

P: Ana é engenheira.

Q: Bianca é arquiteta.

Considere que Ana é engenheira somente se Bianca é arquiteta e, assinale a alternativa correta.

a) Ana ser engenheira não implica Bianca ser arquiteta

b) Ana ser engenheira é condição suficiente para Bianca ser arquiteta

c) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana ser engenheira

d) Ana é engenheira se e somente se Bianca não é arquiteta

e) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana não ser engenheira

Comentários:

Sabemos que o conectivo "**somente se**" corresponde ao conectivo "**se...então**". Logo, o enunciado apresenta a condicional **P→Q**, que pode ser representada das seguintes formas:

P→Q: "[Ana é engenheira**] somente se [**Bianca é arquiteta**]."**

P→Q: "Se [Ana é engenheira**], então [**Bianca é arquiteta**]."**

Vamos **avaliar a alternativa que apresenta outra forma de expressar o condicional P→Q em questão**.

a) Ana ser engenheira não implica Bianca ser arquiteta. ERRADO.

Sabemos que a palavra "**implica**" pode expressar uma condicional. Nesse caso, a condicional **P→Q** pode ser representada corretamente da seguinte forma:

P→Q: "[Ana ser engenheira**] implica [**Bianca ser arquiteta**]."**

A alternativa erra ao escrever "**não implica**".

b) Ana ser engenheira é condição suficiente para Bianca ser arquiteta. CERTO.

Quando temos uma condicional **P→Q**, podemos dizer que:

P é condição **suficiente** para **Q**;

Q é condição **necessária** para **P**.

Uma forma de não trocar condição necessária por suficiente e vice-versa é lembrar que **a palavra "se" aponta para a condição suficiente**.

Para o caso em questão, **P** corresponde a "Ana é engenheira" e **Q** é a proposição "Bianca é arquiteta". Logo, a alternativa B apresenta corretamente a condicional **P→Q**:

P→Q: "Se [Ana é engenheira**], então [**Bianca é arquiteta**]."**

P→Q: **[**Ana ser engenheira**] é condição suficiente para [**Bianca ser arquiteta**].**"

c) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana ser engenheira. ERRADO.

Podemos reescrever a proposição composta apresentada nessa alternativa do seguinte modo:

"**[**Ana ser engenheira**] é condição necessária para [**Bianca ser arquiteta**].**"

Essa proposição composta pode ser reescrita novamente da seguinte forma:

"**Se [**Bianca é arquiteta**]**, **então [**Ana é engenheira**].**"

Note que essa proposição composta corresponde a **Q→P**.

d) Ana é engenheira se e somente se Bianca não é arquiteta. ERRADO.

A proposição original é uma condicional. Essa alternativa está errada por apresentar o conectivo **biconditional** "**se e somente se**".

e) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana não ser engenheira. ERRADO.

Podemos reescrever a proposição composta apresentada nessa alternativa do seguinte modo:

"**[**Ana **não** ser engenheira**] é condição necessária para [**Bianca ser arquiteta**].**"

Essa proposição composta pode ser reescrita novamente da seguinte forma:

"**Se** **[**Bianca é arquiteta**]**, **então** **[**Ana **não** é engenheira**]**."

Note que essa proposição composta corresponde a **Q→~P**.

Gabarito: Letra B.

Nomenclatura dos termos que compõem o condicional

Quando temos uma proposição condicional **p→q**, as proposições **p** e **q** que a compõem têm nomes especiais.

Condicional (p →q)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	**Condição necessária**

Não confunda a **condição suficiente** com a **subsequente**, pois essa palavra, no bom português, significa **"aquele que segue imediatamente a outro"**.

(PGE PE/2019) Se uma proposição na estrutura condicional — isto é, na forma **p→q**, em que **p** e **q** são proposições simples — for falsa, então o precedente será, necessariamente, falso.

Comentários:

A questão afirma que, para uma condicional **p→q** ser falsa, devemos ter o precedente **p** necessariamente falso.

Da tabela-verdade condicional, sabemos que a **condicional é falsa somente no caso V→F**, isto é, somente quando o **precedente é verdadeiro** ao mesmo tempo em que o **consequente é falso**.

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

(CM Maringá/2017) Uma proposição condicional tem valor falso se ambos, antecedente e consequente, forem falsos.

Comentários:

Da tabela-verdade condicional, sabemos que a **condicional é falsa somente no caso V→F**, isto é, somente quando o **antecedente é verdadeiro** ao mesmo tempo em que o **consequente é falso**.

Gabarito: ERRADO.

Obtenção da recíproca da condicional

A recíproca da condicional é uma nova proposição composta **completamente distinta da condicional original**, em que os termos antecedente e consequente são trocados.

Em resumo, para uma condicional qualquer **p→q**, a sua recíproca é dada por **q→p**. Considere, por exemplo, a seguinte condicional **p→q**:

p→q: "**Se** Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

A sua recíproca é dada por **q→p**:

q→p: "**Se** Maria vai ao cinema, **então** Pedro vai ao parque."

A **recíproca** de uma condicional é uma proposição completamente distinta da condicional original. Em outras palavras, **a recíproca da condicional não corresponde à condicional original**.

Ao estudarmos equivalências lógicas, veremos que **p→q** **não é equivalente a** **q→p**.

(CM Cabo de Sto. Agostinho/2019) Considere a seguinte proposição condicional:

“Se você usar a pasta dental XYZ, então seus dentes ficarão mais claros”.

Por definição, a recíproca dessa proposição condicional será dada por:

a) “Se você não usou a pasta dental XYZ, então seus dentes não estão mais claros.”

b) “Se você não usou a pasta dental XYZ, então seus dentes estão mais claros.”

c) “Se seus dentes não estão mais claros, então você usou a pasta dental XYZ.”

d) “Se seus dentes ficaram mais claros, então você usou a pasta dental XYZ.”

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Você usa a pasta dental XYZ."

q: "Seus dentes ficam mais claros."

O enunciado deu a condicional **p→q** e pede a sua **recíproca q→p**.

q→p: "**Se** seus dentes ficaram mais claros, **então** você usou a pasta dental XYZ."

Gabarito: Letra D.

Questões criativas envolvendo a condicional

Para fechar o tópico sobre o conectivo condicional, destaco que existem questões bem criativas que fazem uso da ideia de que uma condicional só é falsa no caso **V→F**. Vejamos um exemplo.

(ISS São Luís/2018) Considere as seguintes informações disponíveis sobre os quatro candidatos a uma vaga de professor na faculdade de Economia de uma universidade federal.

Candidato	1	2	3	4
Formação	economista	filósofo	?	?
Titulação acadêmica	?	?	mestre	doutor

De acordo com o edital do concurso, para concorrer à vaga, todo candidato que não seja economista precisa, necessariamente, ter o título de doutor. Para certificar-se de que os quatro candidatos satisfazem essa condição, é necessário verificar apenas

a) as titulações acadêmicas dos candidatos 1 e 2.

b) a titulação acadêmica do candidato 1 e a formação do candidato 3.

c) a titulação acadêmica do candidato 2 e a formação do candidato 3.

d) a titulação acadêmica do candidato 2 e a formação do candidato 4.

e) as formações dos candidatos 3 e 4.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "O candidato **não** é economista."

q: "O candidato tem o título de doutor."

Observe que, para concorrer à vaga, **é necessário que**, **para cada candidato**, **a seguinte condicional** **p→q** **seja verdadeira**:

p→q "**Se** [o candidato **não** é economista]**, então** [o candidato tem o título de doutor]."

Candidato 1

Note que o **candidato 1** é economista e, portanto, **p é falso**. Com essa informação, a condicional **p→q** corresponde a:

F → (?)

Veja que:

- Se o consequente **q** for verdadeiro, a condicional será da forma F→V e, portanto, será **verdadeira**.
- Se o consequente **q** for falso, a condicional será da forma F→F e, portanto, também será **verdadeira**.

Logo, a condicional **p→q** é verdadeira, independentemente do valor de **q**. Portanto, **não precisamos saber a titulação acadêmica do candidato 1.**

Candidato 2

Note que o **candidato 2** é filósofo e, portanto, **p é verdadeiro**. Com essa informação, a condicional **p→q** corresponde a:

V → (?)

Veja que:

- Se o consequente **q** for verdadeiro, a condicional será da forma V→V e, portanto, será **verdadeira**.
- Se o consequente **q** for falso, a condicional será da forma V→F e, portanto, será **falsa**.

Logo, para verificar se a condicional **p→q** é verdadeira, **precisamos saber a titulação acadêmica do candidato 2.**

Candidato 3

Note que o **candidato 3** é mestre e, portanto, **q é falso**. Com essa informação, a condicional **p→q** corresponde a:

(?) → **F**

Veja que:

- Se o antecedente **p** for verdadeiro, a condicional será da forma V→F e, portanto, será **falsa**.
- Se o antecedente **p** for falso, a condicional será da forma F→F e, portanto, será **verdadeira**.

Logo, para verificar se a condicional **p→q** é verdadeira, **precisamos saber a formação do candidato 3.**

Candidato 4

Note que o **candidato 3** é doutor e, portanto, **q é verdadeiro**. Com essa informação, a condicional **p→q** corresponde a:

(?) → **V**

Veja que:

- Se o antecedente **p** for verdadeiro, a condicional será da forma V→V e, portanto, será **verdadeira**.
- Se o consequente **p** for falso, a condicional será da forma F→V e, portanto, também será **verdadeira**.

Logo, a condicional **p→q** é verdadeira, independentemente do valor de **p**. Portanto, **não precisamos saber a formação do candidato 4.**

—

Note, portanto, que para garantir que a condicional **p→q** é verdadeira, **devemos verificar apenas a titulação acadêmica do candidato 2 e a formação do candidato 3**.

Gabarito: Letra C.

Bicondicional (p↔q)

O operador lógico **"se e somente"** é um conectivo do tipo **bicondicional**. É representado pelo símbolo "**↔**". Exemplo:

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da proposição bicondicional** sintetiza os valores lógicos que a proposição composta **p↔q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

ATENÇÃO DECORE!

A proposição bicondicional **p↔q** é verdadeira somente quando ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico.

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Vamos exemplificar essa tabela-verdade com um novo exemplo. Considere as proposições:

p: "Hoje é dia 01/09."

q: "Hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

p↔q: "Hoje é dia 01/09 **se e somente se** hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

Perceba que se **p** e **q** são proposições com valor lógico verdadeiro no exemplo dado, necessariamente a frase "Hoje é dia 01/09 **se e somente se** hoje é o primeiro dia do mês de setembro" é verdadeira. Além disso, se é falso que hoje é dia 01/09 e falso que hoje é o primeiro dia do mês de setembro, a proposição composta continua verdadeira.

Quando somente **p** ou somente **q** forem verdadeiros, chegamos a um absurdo, pois é impossível ser verdade que hoje seja dia 01/09 se hoje não for necessariamente o primeiro dia do mês de setembro. A situação inversa também é absurda, pois não há como ser verdadeiro o fato de hoje ser o primeiro dia do mês de setembro se hoje não for dia 01/09. Assim, o valor lógico da proposição composta é falso.

(CM Gramado/2019) Se P e Q são proposições falsas, então o valor lógico da proposição P↔Q é verdadeiro.

Comentários:

A bicondicional é verdadeira quando ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico. Para o caso em questão, temos duas parcelas falsas. Logo, a bicondicional é **verdadeira**.

Gabarito: CERTO.

Formas alternativas de se representar a bicondicional "se e somente se"

Considere novamente as proposições simples:

p: "Pedro vai ao parque."

q: "Maria vai ao cinema."

A forma clássica de se representar a bicondicional **p↔q** é a seguinte:

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

Essa mesma bicondicional **p↔q** pode também ser representada das seguintes formas:

- **p assim como q**.

p↔q: "Pedro vai ao parque **assim como** Maria vai ao cinema."

- **p se e só se q.**

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e só se** Maria vai ao cinema."

- **Se p, então q e se q, então p.**

p↔q: "Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema **e se** Maria vai ao cinema, **então** Pedro vai ao parque."

- **p somente se q e q somente se p.**

p↔q: "Pedro vai ao parque **somente se** Maria vai ao cinema **e** Maria vai ao cinema **somente se** Pedro vai ao parque."

INDO MAIS FUNDO!

Perceba que as duas últimas formas apresentadas de se representar a **bicondicional** são geradas por meio de:

1. Aplicação de um conectivo condicional por duas vezes;
2. Inversão das proposições **p** e **q** na segunda aplicação do condicional; e
3. Junção dos condicionais por meio da conjunção **"e"**.

$p \rightarrow q$: "Se p, então q."

$q \rightarrow p$: "Se q, então p."

$p \leftrightarrow q$: "**Se p, então q e se q, então p**."

$p \rightarrow q$: "p somente se q."

$q \rightarrow p$: "q somente se p."

$p \leftrightarrow q$: "**p somente se q e q somente se p**."

Essa representação deriva do fato de que a bicondicional pode ser entendida como a aplicação na condicional "na ida" e a aplicação da condicional "na volta". Veremos na aula equivalências lógicas, se for objeto do seu edital, que as expressões $p \leftrightarrow q$ e $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ são equivalentes, ou seja, apresentam a mesma tabela-verdade.

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Condição necessária e suficiente

Em uma bicondicional, dizemos que **p** é **condição necessária e suficiente para q**, bem como dizemos que **q** é **condição necessária e suficiente para p.**

Considere novamente a seguinte bicondicional:

$p \leftrightarrow q$: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

Podemos representar essa bicondicional também desses dois modos:

- **p é condição necessária e suficiente para q**

p↔q: "Pedro ir ao parque **é condição necessária e suficiente para** Maria ir ao cinema."

- **q é condição necessária e suficiente para p**

p↔q: "Maria ir ao cinema **é condição necessária e suficiente para** Pedro ir ao parque."

(MME/2013) A representação simbólica correta da proposição "O homem é semelhante à mulher assim como o rato é semelhante ao elefante" é

a) P↔Q

b) P

c) P∧Q

d) P∨Q

e) P→Q

Comentários:

Se definirmos as proposições simples **P**: "O homem é semelhante à mulher." e **Q**: "O rato é semelhante ao elefante", o conectivo "**assim como**" une as duas proposições em uma bicondicional **P↔Q**.

P↔Q: "O homem é semelhante à mulher **assim como** o rato é semelhante ao elefante."

Gabarito: Letra A.

(TRF 1/2006) Se todos os nossos atos têm causa, então não há atos livres. Se não há atos livres, então todos os nossos atos têm causa. Logo,

a) alguns atos não têm causa se não há atos livres.

b) todos os nossos atos têm causa se e somente se há atos livres.

c) todos os nossos atos têm causa se e somente se não há atos livres.

d) todos os nossos atos não têm causa se e somente se não há atos livres.

e) alguns atos são livres se e somente se todos os nossos atos têm causa.

Comentários:

Observe que, se tratarmos como uma única proposição composta as frases do enunciado, temos a forma alternativa da **bicondicional se p, então q e se q, então p**, onde **p** e **q** são:

p: "Todos os nossos atos têm causa."

q: "Não há atos livres."

Gabarito: Letra C.

Na sequência, realizaremos uma série de questões envolvendo os conectivos lógicos. Antes de prosseguir, peço que você **DECORE** o resumo a seguir.

ATENÇÃO
DECORE!

Conjunção (p∧q): é verdadeira somente quando as proposições **p** e **q** são ambas verdadeiras.
Disjunção Inclusiva (p∨q): é falsa somente quando as proposições **p** e **q** são ambas falsas
Disjunção Exclusiva (p⊻q): é falsa quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.
Condicional (p→q): é falsa somente quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa.
Bicondicional (p↔q): é verdadeira quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.

Decorou? Para reforçar ainda mais o aprendizado, tente reproduzir em uma folha as tabelas-verdade dos cinco conectivos sem espiar o PDF.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p⊻q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional "se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Agora vamos para o "**pancadão de questões**". Peço que você não se preocupe ao errar, pois o enfoque, nesse momento, é o aprendizado. É necessário que você "apanhe um pouco" para pegar o "jeitão" das questões.

HORA DE
PRATICAR!

(SEFAZ CE/2021) Julgue o item seguinte, considerando a estrutura lógica das situações apresentadas em cada caso.

Suponha que a afirmação "Carlos pagará o imposto ou Ana não comprará a casa." seja falsa. Nesse caso, é correto concluir que Ana comprará a casa.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

c: "Carlos pagará o imposto."

a: "Ana comprará a casa."

Note que a afirmação do enunciado é dada pela disjunção inclusiva **c∨~a**:

c∨~a: "**(**Carlos pagará o imposto**)** **ou** **(**Ana **não** comprará a casa**)**."

Para que a disjunção inclusiva seja falsa, ambas as parcelas, **c** e **~a**, devem ser falsas. Como ~**a** é falso, temos que **a** é verdadeiro. Portanto:

"**Ana comprará a casa**." **é verdadeiro**.

Logo, **é correto concluir que Ana comprará a casa**.

Gabarito: CERTO.

(CRECI 14/2021) Sabendo que p, q e r são três proposições simples, julgue o item a seguir.

Se a proposição composta (p∧q)→r for falsa, então p e q são proposições verdadeiras e r é uma proposição falsa.

Comentários:

Sabemos que uma condicional é falsa somente quando o **primeiro termo** é **verdadeiro** e o **segundo é falso**. Para que **(p∧q)→r** seja falsa, devemos ter:

- **(p∧q)** verdadeiro; e
- **r** falso.

Sabemos ainda que uma conjunção é verdadeira somente quando ambos os termos são verdadeiros. Assim, para que **(p∧q)** seja verdadeiro, devemos ter **p** verdadeiro e **q** verdadeiro.

Logo, **é correto afirmar** que, se a proposição composta **(p∧q)→r** for falsa, então **p** e **q** são proposições verdadeiras e **r** é uma proposição falsa.

Gabarito: CERTO.

(PGE PE/2019) Se as proposições "A afirmação foi feita pelo político" e "A população acredita na afirmação feita pelo político" forem falsas, então a proposição "Se a afirmação foi feita pelo político, a população não acredita na afirmação feita pelo político" também será falsa.

Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "A afirmação foi feita pelo político."

p: "A população acredita na afirmação feita pelo político."

O exercício pergunta se a proposição composta **a→~p** é falsa.

a→~p: "**Se** [a afirmação foi feita pelo político], [a população **não** acredita na afirmação feita pelo político]."

Sabemos proposição **a** é falsa. Além disso, temos que a proposição **~p** é verdadeira, pois **p** é falsa. Consequentemente, a condicional **a→~p** apresentada é da forma **F→V**, que é uma **condicional verdadeira**. Isso porque, conforme visto na teoria, a condicional é falsa somente no caso **V→F**.

Logo, **a assertiva está errada**, pois ela diz que a condicional proposta é falsa.

Gabarito: ERRADO.

(Pref. Bagé/2020) Se A e B são proposições simples verdadeiras, então o valor lógico de (A∧~B)→~A é falso.

Comentários:

Vamos substituir os valores lógicos das proposições simples A e B em **(A∧~B)→~A**.

(A∧~B)→~A

(V∧~(V))→~(V)

A negação transforma aquilo que é verdadeiro em falso. Ficamos com:

(V∧F)→F

A conjunção é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras. Logo, **(V∧F)** é falso. Ficamos com:

F→F

O condicional é falso somente quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso. Logo, temos um condicional **verdadeiro**.

Portanto, para A e B verdadeiros, **(A∧~B)→~A** é **verdadeiro**.

Gabarito: ERRADO.

(Pref. Sananduva/2020) Se J, A e Q são proposições simples verdadeiras, então o valor lógico da proposição (~J∧A)↔(~Q∨~A) é falso.

Comentários:

Vamos substituir os valores lógicos das proposições simples J, A e Q em **(~J∧A)↔(~Q∨~A)**.

(~J∧A)↔(~Q∨~A)

(~(V)∧V)↔(~(V)∨~(V))

A negação transforma aquilo que é verdadeiro em falso. Ficamos com:

(F∧V)↔(F∨F)

A conjunção é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras. Logo, **(F∧V)** é **falso**. Além disso, a disjunção inclusiva é falsa somente quando ambas as parcelas são falsas. Portanto, **(F∨F)** é **falso**. Ficamos com:

F↔F

A bicondicional é verdadeira quando ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico. Logo, temos uma bicondicional **verdadeira**.

Portanto, para J, A e Q verdadeiros, **(~J∧A)↔(~Q∨~A)** é **verdadeiro**.

Gabarito: ERRADO.

(GRAMADOTUR/2019) Suponha que seja verdadeiro o valor lógico da proposição **P** e falso o valor lógico das proposições **Q** e **R**. Sendo assim, avalie o valor lógico das seguintes proposições compostas:

I.(**P→Q**)∧**R**

II.(**R→~P**)

III.**~R**∨(**P**∧**Q**)

IV.(**Q⊕P**)∧**R**

Quais têm valor lógico verdadeiro?

a) Apenas I.

b) Apenas II.

c) Apenas I e III.

d) Apenas II e III.

e) Apenas I, III e IV.

Comentários:

Vamos analisar as quatro proposições compostas:

I.(**P→Q**)∧**R** - **Falso**

Temos a conjunção "e" entre dois termos: (**P→Q**) e **R**.

Sabemos que uma conjunção é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras.

Como **R** é falso, temos que **a conjunção em questão é falsa**. Logo, não precisamos sequer analisar o valor de (**P→Q**).

II.(**R→~P**) - **Verdadeiro**

Como o valor lógico de **P** é V, temos que **~P** é falso. Além disso, pelo enunciado, **R** é falso. Logo, a condicional **R→~P** é dada por **F**→**F**. Como a condicional só é falsa somente no caso **V→F**, temos que a condicional é verdadeira.

III.**~R**∨(**P**∧**Q**) - **Verdadeiro**

Temos uma disjunção inclusiva "ou" entre dois termos: **~R** e **(P∧Q)**.

Como o valor lógico de **R** é F, temos que **~R** é verdadeiro.

Sabemos que uma disjunção inclusiva é falsa somente quando ambas as parcelas são falsas.

Como **~R** é verdadeiro, não precisamos avaliar o valor da parcela (**P**∧**Q**), pois **em uma disjunção inclusiva basta um termo ser verdadeiro para que ela seja verdadeira**. Logo, a disjunção inclusiva em questão é verdadeira.

IV.(**Q⊕P**)∧**R** - **Falso**

Temos a conjunção "e" entre dois termos: (**Q⊕P**) e **R**.

Sabemos que uma conjunção é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras.

Como **R** é falso, temos que **a conjunção em questão é falsa**. Logo, não precisamos sequer analisar o valor de (**Q⊕P**).

Observação: o símbolo "⊕" indica disjunção exclusiva (ou...ou).

Portanto, concluímos que **apenas as proposições compostas II e III são verdadeiras**.

Gabarito: Letra D.

(SEFAZ SC/2018) Um avô aconselha a seu neto:

"Se você for estudioso e esforçado, ou se for paciente e ambicioso, você terá sucesso na vida."

Se o conselho do avô for considerado uma proposição verdadeira, o neto pode concluir que, para ter sucesso na vida,

a) basta ser estudioso.

b) é necessário ser ambicioso.

c) se não for ambicioso nem estudioso, é necessário que seja paciente.

d) se for esforçado, é necessário que seja estudioso.

e) não é necessário ser paciente, nem ambicioso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

e: "Você é estudioso."

f: "Você é esforçado."

p: "Você é paciente."

a: "Você é ambicioso."

s: "Você tem sucesso na vida."

Note que o conselho do avô pode ser descrito por $[(e\land f)\lor(p\land a)]\to s$:

$[(e\land f)\lor(p\land a)]\to s$: "**Se** [((você for estudioso) **e** (esforçado)), **ou** se ((for paciente) **e** (ambicioso)], [você terá sucesso na vida]."

O enunciado afirma que o conselho do avô deve ser considerado verdadeiro. Logo, devemos considerar $[(e\land f)\lor(p\land a)]\to s$ verdadeiro.

Assim, na análise das alternativas, **devemos assinalar aquela que apresenta uma situação correta considerando que $[(e\land f)\lor(p\land a)]\to s$ é verdadeiro**.

a) basta ser estudioso. ERRADO.

A alternativa está errada, pois para que $[(e\land f)\lor(p\land a)]\to s$ seja verdadeiro, **não basta que e seja verdadeiro**. Note que, se **e**, **f**, **p** e **a** forem **verdadeiros** com **s falso**, a fala do avô é falsa:

$$[(e\land f)\lor(p\land a)]\to s$$

$$[(V\land V)\lor(V\land V)]\to F$$

$$[(V)\lor(V)]\to F$$

[V]→F

F

b) é necessário ser ambicioso. ERRADO.

A alternativa está errada, pois para que **[(e∧f)∨(p∧a)]→s** seja verdadeiro, **não é necessário que a seja verdadeiro**. Note que, se **e**, **f** e **s** forem **verdadeiros** com **p** e **a** **falsos**, a fala do avô é verdadeira:

[(e∧f)∨(p∧a)]→s

[(V∧V)∨(F∧F)]→V

[(V)∨(F)]→V

[V]→V

V

c) se não for ambicioso nem estudioso, é necessário que seja paciente. ERRADO.

A alternativa está errada, pois para que **[(e∧f)∨(p∧a)]→s** seja verdadeiro, **é possível não ser ambicioso nem estudioso sem que se seja paciente**. Em outras palavras, é possível termos **a** e **e falsos** sem que **p** seja verdadeiro.

Note que, se **a** e **e** forem **falsos**, bem como **p, f** e **s** forem **falsos**, a condicional será verdadeira.

[(e∧f)∨(p∧a)]→s

[(F∧F)∨(F∧F)]→F

[(F)∨(F)]→F

[F]→F

V

d) se for esforçado, é necessário que seja estudioso. ERRADO.

A alternativa está errada, pois para que **[(e∧f)∨(p∧a)]→s** seja verdadeiro, **é possível ser esforçado sem que se seja estudioso**. Em outras palavras, é possível termos **f verdadeiro** sem que **e** seja verdadeiro.

Note que, se **e** for **falso** com **f, p, a** e **s verdadeiros**, a condicional será verdadeira.

[(e∧f)∨(p∧a)]→s

[(F∧V)∨(V∧V)]→V

[(F)∨(V)]→V

[V]→V

V

e) não é necessário ser paciente, nem ambicioso. **CERTO.**

A alternativa está correta, pois para que **[(e∧f)∨(p∧a)]→s** seja verdadeiro, **de fato não é necessário ser paciente nem ambicioso**. Em outras palavras, é possível termos **p** e **a** ambos **falsos**.

Note que, se **p** e **a** forem **falsos** com **e, f** e **s verdadeiros**, a condicional será verdadeira.

$$[(e \wedge f) \vee (p \wedge a)] \rightarrow s$$

$$[(V \wedge V) \vee (F \wedge F)] \rightarrow V$$

$$[(V) \vee (F)] \rightarrow V$$

$$[V] \rightarrow V$$

$$V$$

Gabarito: Letra E.

(PM AM/2022) Sabe-se que a sentença "Se o sapato é preto, então a meia é preta ou o cinto é preto" é FALSA.

É correto concluir que

a) o sapato é preto, a meia não é preta, o cinto não é preto.

b) o sapato é preto, a meia é preta, o cinto não é preto.

c) o sapato é preto, a meia é preta, o cinto é preto.

d) o sapato não é preto, a meia não é preta, o cinto não é preto.

e) o sapato não é preto, a meia é preta, o cinto é preto.

Comentários:

Considere as proposições simples:

s: "O sapato é preto."

m: "A meia é preta."

c: "O cinto é preto."

Note que a sentença apresentada corresponde a **s→m∨c**.

s→m∨c: "**Se** [o sapato é preto], **então** [(a meia é preta) **ou** (o cinto é preto)]."

O enunciado afirma que a condicional anterior é falsa. Isso significa que o antecedente da condicional é verdadeiro e o consequente da condicional é falso. Logo:

- **s** é verdadeiro; e
- **m∨c** é falso.

Para que a disjunção inclusiva **m∨c** seja falsa, é necessário que ambos os termos sejam falsos. Logo:

- **m** é falso; e
- **c** é falso.

Consequentemente, temos:

- **~m** é verdadeiro; e
- **~c** é verdadeiro.

Portanto, **podemos concluir corretamente que**:

- "O sapato é preto." (**s** é **verdadeiro**);
- "A meia **não** é preta." (**~m** é **verdadeiro**); e
- "O cinto **não** é preto." (~**c** é **verdadeiro**).

Gabarito: Letra A.

(CBM AL/2021) Considere a seguinte proposição.

P: "Se a vegetação está seca e sobre ela cai uma faísca, ocorre um incêndio."

Com relação à proposição apresentada, julgue o item seguinte.

Se a proposição "a vegetação está seca" for falsa, a proposição P será verdadeira, independentemente dos valores lógicos das demais proposições simples que constituem a proposição P.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

s: "A vegetação está seca."

f: "Sobre ela (a vegetação) cai uma faísca."

i: "Ocorre um incêndio."

Note que a proposição **P** do enunciado é dada pela condicional **s∧f→i**:

s∧f→i: "**Se** **[(**a vegetação está seca**)** **e** **(**sobre ela cai uma faísca**)]**, **[**ocorre um incêndio**]**."

A questão nos diz que "a vegetação está seca" é uma proposição falsa, isto é, **s** é falso. Nesse caso, note que a conjunção **s∧f** é falsa, pois uma conjunção "e" é verdadeira somente quando ambas as proposições são verdadeiras.

Consequentemente, a nossa condicional **s∧f→i** apresenta o antecedente **s∧f** falso.

$$\underbrace{\mathbf{s \wedge f}}_{\textbf{Falso}} \rightarrow \underbrace{\mathbf{i}}_{?}$$

Sabemos que **uma condicional é falsa somente quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso** (**caso V→F**).

Note, portanto, que o antecedente **s∧f** falso já garante que a condicional é verdadeira, pois ambas as possibilidades de antecedente falso, **F→V e F→F**, são condicionais verdadeiras.

Portanto, é **correto afirmar** que, se **s** é falso, então a proposição **s∧f→i** será verdadeira, independentemente dos valores lógicos das demais proposições simples (**f** e **i**) que constituem a proposição **s∧f→i**.

Gabarito: CERTO.

(PETROBRAS/2022) Julgue o item seguinte, considerando a proposição P: "Como nossas reservas de matéria prima se esgotaram e não encontramos um novo nicho de mercado, entramos em falência".

Caso a proposição "não encontramos um novo nicho de mercado" seja falsa, a proposição P será verdadeira independentemente dos valores lógicos de suas demais proposições simples constituintes.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: "Nossas reservas de matéria prima se esgotaram."

n: "Encontramos um novo nicho de mercado."

f: "Entramos em falência."

Note que a proposição **P** do enunciado é uma condicional da forma "**Como p, q**". Essa condicional pode ser descrita por **e∧~n→i**:

e∧~n→i: "**Como [(**nossas reservas de matéria prima se esgotaram**) e (não** encontramos um novo nicho de mercado**)]**, **[**entramos em falência**]**."

A questão nos diz que "**não** encontramos um novo nicho de mercado" é falsa, isto é, **~n** é falso. Nesse caso, note que a conjunção **e∧~n** é falsa, pois uma conjunção "e" é verdadeira somente quando ambas as proposições são verdadeiras.

Consequentemente, a nossa condicional **e∧~n→i** apresenta o antecedente **e∧~n** falso.

$$\underbrace{\mathbf{e \land {\sim}n}}_{\mathbf{Falso}} \rightarrow \underbrace{\mathbf{i}}_{?}$$

Sabemos que **uma condicional é falsa somente quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso** (**caso V→F**).

Note, portanto, que o antecedente **e∧~n** falso já garante que a condicional é verdadeira, pois ambas as possibilidades de antecedente falso, **F→V e F→F**, são condicionais verdadeiras.

Portanto, é **correto afirmar** que, se **~n** é falso, então a proposição **e∧~n→i** será verdadeira, independentemente dos valores lógicos das suas demais proposições simples constituintes (**e** e **i**).

Gabarito: CERTO

(EBSERH/2020) Considere verdadeira a afirmação I e falsa a afirmação II:

I. Carlos é técnico em análises clínicas.

II. Ana é técnica em análises clínicas.

Com base nas informações apresentadas, assinale a alternativa que contém uma afirmação verdadeira.

a) Se Carlos é técnico em análises clínicas, então Ana é técnica em análises clínicas.

b) Carlos não é técnico em análises clínicas e Ana não é técnica em análises clínicas.

c) Se Ana não é técnica em análises clínicas, então Carlos não é técnico em análises clínicas.

d) Carlos e Ana são técnicos em análises clínicas.

e) Se Ana é técnica em análises clínicas, então Carlos é técnico em análises clínicas.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Carlos é técnico em análises clínicas."

q: "Ana é técnica em análises clínicas."

Sabemos que **p** é **verdadeira** e **q** é **falsa**.

Vamos analisar as alternativas.

a) Se [Carlos é técnico em análises clínicas], então [Ana é técnica em análises clínicas]. ERRADO.

A alternativa apresenta o condicional **p→q**. Trata-se de um **condicional falso**, pois o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **q** é falso (caso **V**→**F**).

b) [Carlos não é técnico em análises clínicas] e [Ana não é técnica em análises clínicas]. ERRADO.

A alternativa apresenta a conjunção **~p∧~q**. Trata-se de uma **conjunção falsa**, pois um de seus termos, **~p**, é falso.

c) Se [Ana não é técnica em análises clínicas], então [Carlos não é técnico em análises clínicas]. ERRADO.

A alternativa apresenta o condicional **~q→~p**. Trata-se de um **condicional falso**, pois o antecedente **~q** é verdadeiro e o consequente **~p** é falso (caso **V**→**F**).

d) [Carlos] e [Ana são técnicos em análises clínicas]. ERRADO.

A alternativa apresenta a conjunção **p∧q**. Trata-se de uma **conjunção falsa**, pois um de seus termos, **q**, é falso.

e) Se [Ana é técnica em análises clínicas], então [Carlos é técnico em análises clínicas]. CERTO.

A alternativa apresenta o condicional **q→p**. Trata-se da **condicional verdadeira** **F→V**. Lembre-se que a condicional só é falsa no caso **V→F.**

Gabarito: Letra E.

CONVERSÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A PROPOSICIONAL

Conversão da linguagem natural para a proposicional
Ordem de precedência da negação e dos conectivos
1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível (~); **2. Conjunção (∧);** **3. Disjunção inclusiva (∨);** **4. Disjunção exclusiva (⊻);** **5. Condicional (→);** **6. Bicondicional (↔).**
Análise do significado das proposições
O termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.
Proposições simples em períodos longos
As bancas costumam colocar uma **proposição simples em períodos longos** para confundir o concurseiro.

Introdução

A língua portuguesa, assim como qualquer linguagem natural, apresenta uma grande variedade de usos, de modo que existem diversas formas de se representar a mesma ideia. Isso faz com que a **língua portuguesa** seja **inexata**.

Para o nosso estudo de Lógica de Proposições, faz-se necessário transformar a língua portuguesa, uma linguagem natural, para a **linguagem proposicional**, que é **exata**.

A representação matemática das proposições é dada por dois fundamentos:

- Uso de letras para representar as proposições simples; e
- Uso de símbolos para representar os conectivos.

Considere, por exemplo, a seguinte frase:

"João é meu amigo, consequentemente empresto dinheiro para ele."

Como podemos descrever essa frase "matematicamente", de modo que possamos trabalhar com a Lógica de Proposições?

Veja que "João ser meu amigo" é a causa, cuja consequência é "emprestar dinheiro para João". Note, portanto, que **a frase em questão nos passa a ideia de uma condicional**. Para descrever essa frase "matematicamente", **precisamos definir duas proposições simples**.

Considere, portanto, as seguintes proposições:

a: "João é meu amigo."

d: "Empresto dinheiro para João."

Note que a frase original pode ser descrita como **"Se a, então d**", que pode ser representada matematicamente por **a→d**.

a→d: "**Se [**João é meu amigo**]**, **então [**empresto dinheiro para João**]**."

É justamente desse desafio de transformar as frases da língua portuguesa para a linguagem matemática que vamos tratar no presente tópico.

Ordem de precedência da negação e dos conectivos

Em diversas situações encontramos proposições compostas sem o devido uso dos parênteses. Quando isso ocorre, surgem diversas dúvidas quanto à ordem em que devem ser feitas as operações. Exemplo:

$$\sim p \rightarrow q \wedge r$$

Qual operação deve ser feita primeiro? A condicional ou a conjunção? E a negação, está negando a proposição composta inteira ou apenas **p**? Em resumo, queremos saber a qual das possibilidades a expressão acima se refere:

- $\sim [p \rightarrow (q \wedge r)]$
- $[(\sim p) \rightarrow q] \wedge r$
- $(\sim p) \rightarrow (q \wedge r)$

Para responder a essa pergunta, devemos obedecer à seguinte **ordem de precedência**, ou seja, a <u>ordem em que os operadores devem ser executados</u>:

Ordem de precedência da negação e dos conectivos
1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível ($\sim$);
2. Conjunção ($\wedge$);
3. Disjunção inclusiva ($\vee$);
4. Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$);
5. Condicional ($\rightarrow$);
6. Bicondicional ($\leftrightarrow$).

No exemplo dado, "$\sim p \rightarrow q \wedge r$", devemos observar que a negação se refere exclusivamente a **p**. Em seguida, realiza-se a conjunção e, por último, a condicional. Desse modo, o exemplo pode ser melhor escrito da seguinte forma:

$$(\sim p) \rightarrow (q \wedge r)$$

Em alguns casos as bancas utilizam vírgulas para indicar parênteses nas proposições. Considere a seguinte proposição composta:

"Se Pedro é matemático, então ele passou no vestibular, e hoje ele sabe calcular integrais"

Se definirmos as proposições simples como segue:

p: "Pedro é matemático."

v: "Ele passou no vestibular."

s: "Hoje ele sabe calcular integrais."

A proposição sugerida ficaria da seguinte forma:

$$(p \rightarrow v) \wedge s$$

Caso não houvesse a vírgula indicada em vermelho, a proposição composta seria:

"Se Pedro é matemático, então ele passou no vestibular e hoje ele sabe calcular integrais."

Nesse caso, deveríamos seguir a **ordem de precedência** para montar a proposição composta, de modo que a conjunção deveria ser realizada antes da condicional. O resultado seria o seguinte:

$$p \rightarrow (v \wedge s)$$

(Pref. Farroupilha/2018) Dada a proposição

$$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$$

Indique o termo com maior prioridade.

a) $\neg q$

b) p

c) $p \wedge q$

d) $\rightarrow$

e) q

Comentários:

Vimos que, na ordem de precedência, a negação apresenta a maior prioridade.

O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Gabarito: Letra A.

(CRA PR/2019) No que se refere à estrutura lógica, julgue o item.

O valor-verdade da expressão lógica $(2>3) \leftrightarrow (1<0) \rightarrow (3 \neq 4)$ é F

Comentários:

Para acertar a questão, devemos obrigatoriamente utilizar o entendimento de que **a condicional tem precedência em relação à bicondicional**. Nesse caso, a expressão ficaria melhor representada desta forma:

$$(2>3) \leftrightarrow ((1<0) \rightarrow (3 \neq 4))$$

$$(F) \leftrightarrow (F \rightarrow V)$$

$$F \leftrightarrow (V)$$

$$F$$

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Caso calculássemos a expressão seguindo diretamente a ordem indicada, o valor final da expressão seria diferente e **não chegaríamos ao gabarito oficial**:

$$((2>3) \leftrightarrow (1<0)) \rightarrow (3 \neq 4)$$

$$(F \leftrightarrow F) \rightarrow V$$

$$(V) \rightarrow V$$

$$V$$

Gabarito: CERTO.

(TCU/2004) Suponha que P represente a proposição "Hoje choveu", Q represente a proposição "José foi à praia" e R represente a proposição "Maria foi ao comércio". Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

A sentença "Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia" pode ser corretamente representada por:

$$\sim P \rightarrow (\sim R \land \sim Q)$$

Comentários:

Observe que a banca omitiu o **"Se"** da condicional apresentada, de modo que podemos entender a sentença original do seguinte modo:

"**Se** hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia"

A principal dúvida que surge na questão é se a sentença apresentada deve ser representada por $(\sim P \rightarrow \sim R) \land \sim Q$ ou por $\sim P \rightarrow (\sim R \land \sim Q)$.

Como não há qualquer indicativo na frase original de que a condicional deve ser executada primeiro, **devemos seguir a ordem de precedência dos conectivos**, que nos diz que **a conjunção "e" precede a condicional "se...então"**. Nesse caso, a representação correta é **~P→(~R∧~Q)**:

~P→(~R∧~Q): "**Se** [hoje **não** choveu], **então** [(Maria **não** foi ao comércio) **e** (José **não** foi à praia)]."

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Caso a banca quisesse como resposta **(~P→~R)∧~Q**, ela deveria dar um indicativo de que a condicional deveria ser executada antes. Esse indicativo poderia ser uma vírgula, conforme exemplificado a seguir:

(~P→~R)∧~Q: "(**Se** [hoje **não** choveu], **então** [Maria **não** foi ao comércio]), **e** (José **não** foi à praia)."

Gabarito: CERTO.

Conversão para a linguagem proposicional

Pessoal, não existe teoria sobre essa conversão da língua portuguesa para a linguagem proposicional, de modo que realizaremos algumas questões como forma de teoria.

(EBSERH/2018) Considere as seguintes proposições: P: O paciente receberá alta; Q: O paciente receberá medicação; R: O paciente receberá visitas.

Tendo como referência essas proposições, julgue o item a seguir, considerando que a notação ~S significa a negação da proposição S.

A proposição ~P→[QVR] pode assim ser traduzida: Se o paciente receber alta, então ele não receberá medicação ou não receberá visitas.

Comentários:

Vamos montar a condicional **~P→(QVR)** para ver se ela corresponde àquilo que o enunciado diz.

~ P: "O paciente **não** receberá alta"

QVR: "(O paciente receberá medicação) **ou** (o paciente receberá visitas)."

Assim, a condicional fica assim:

~P→(QVR): "Se [o paciente **não** receber alta], **então** [(o paciente receberá medicação) **ou** (o paciente receberá visitas)]"

Note que tradução da proposição está errada, pois o enunciado descreveu em língua portuguesa outra proposição: **P→(~QV~R).**

P→(~QV~R): "**Se** [o paciente receber alta], **então** [(ele não receberá medicação) **ou** (não receberá visitas)]."

Gabarito: ERRADO.

(INSS/2016) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Dadas as proposições simples p: "Sou aposentado" e q: "Nunca faltei ao trabalho", a proposição composta "Se sou aposentado e nunca faltei ao trabalho, então não sou aposentado" deverá ser escrita na forma (p∧q) →~p, usando-se os conectivos lógicos.

Comentários:

Perceba que o enunciado já nos dá as proposições **p** e **q.** A negação **~p** é:

~p: "**Não** sou aposentado."

A proposição composta apresenta o conectivo "**Se...então**". Logo, temos uma condicional. Vamos analisar melhor suas componentes:

"**Se** [(sou aposentado) **e** (nunca faltei ao trabalho)], **então** [**não** sou aposentado]."

Note que como antecedente temos a conjunção **p∧q,** e como consequente temos **~p.** Portanto, é correto afirmar que a condicional em questão pode ser descrita por (**p∧q)→~p**

Gabarito: CERTO.

(CAU AC/2019) Considere as proposições a seguir.

p: Tony fala inglês;

q: Antônio fala português.

Qual é a tradução para a linguagem corrente da proposição **~(p ∧~q)**?

a) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio não fala português.

b) Tony fala inglês e Antônio não fala português.

c) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio fala português.

d) Tony fala inglês ou Antônio não fala português.

e) Se Tony fala inglês, então Antônio fala português.

Comentários:

Temos que as proposições simples que compõem a proposição composta requerida são:

p: "Tony fala inglês."

~q: "Antônio **não** fala português."

A proposição composta antes da negação é dada por:

p ∧~q: "(Tony fala inglês**) e (**Antônio **não** fala português**)**."

Para negar essa última proposição composta e chegarmos a **~(p∧~q)**, podemos incluir o termo "**não é verdade que...**". Assim, chegamos no **gabarito** (**Letra A**):

~(p ∧~q): "**Não é verdade que [(**Tony fala inglês**) e (**Antônio **não** fala português**)]**."

Observação 1: ao observar para a alternativa A, alguém poderia alegar que o termo "**não é verdade que**" nega apenas a proposição "Tony fala inglês", de modo que essa alternativa representaria a proposição **~p ∧ ~q**:

~p ∧~q: "**(Não é verdade que** Tony fala inglês**) e (**Antônio **não** fala português**)**."

Esse raciocínio não está completamente errado. Ocorre que, **em regra**, **as bancas consideram que o termo** "**não é verdade que**" **nega a proposição composta como um todo**.

Observação 2: Será visto na aula de equivalências lógicas, se for pertinente ao seu edital, que **existe uma outra forma de negar essa proposição composta** utilizando as **Leis de De Morgan**.

Gabarito: Letra A.

(UFRJ/2022) Sejam as proposições "Marcos é ator", "É falso que Marcos é biólogo" e "Marcos é rico". A alternativa que apresenta a correta tradução para a linguagem simbólica da proposição composta "Marcos não é ator e nem biólogo se e somente se Marcos é biólogo ou não é rico" é:

a) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$

b) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$

c) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (q \wedge \sim r)$

d) $(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$

e) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos considerar que **p**, **q** e **r** são as seguintes proposições:

p: "Marcos é ator."

q: "**É falso que** Marcos é biólogo."

r: "Marcos é rico."

Note que a proposição **q** é uma **sentença declarativa negativa**, correspondendo a:

q: "Marcos **não** é biólogo."

Sua negação, **~q**, é uma **sentença declarativa afirmativa**:

~q: "Marcos é biólogo."

Feita a observação, note que "Marcos **não** é ator e **nem** biólogo." corresponde a **~p∧q**:

~p∧q: "(Marcos **não** é ator) **e** (Marcos **não** é biólogo)."

Além disso, "Marcos é biólogo ou **não** é rico." corresponde a **~q∨~r**:

~q∨~r: "(Marcos é biólogo) **ou** (Marcos **não** é rico)."

Seguindo a ordem de precedência dos conectivos, devemos executar inicialmente a conjunção "e", depois a disjunção inclusiva "ou" e, **por fim**, **a bicondicional** "**se e somente se**". Logo, a proposição procurada é dada por **(~p∧q) ↔ (~q∨~r)**:

(~p∧q) ↔ (~q∨~r): "[(Marcos **não** é ator) **e** (Marcos **não** é biólogo)] **se e somente se** [(Marcos é biólogo) ou (Marcos **não** é rico)]."

Gabarito: Letra A.

Análise do significado das proposições

Em algumas questões as bancas colocam frases complicadas que não apresentam as formas clássicas que aprendemos dos conectivos.

Para resolver esse tipo de problema, devemos saber que:

O termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Isso quer dizer que a proposição **não depende de como tenha sido feita a construção de tais sentenças na língua escrita**. Se frases escritas de modo diferente são proposições e têm o mesmo significado, então essas proposições são iguais! Isso significa que as três frases abaixo são exatamente a mesma proposição:

- **p:** "João bebeu café."
- **p**: "O café foi bebido por João."
- **p: "***John drank coffee.***"** (Em português: João bebeu café.)

Utilize esse entendimento de analisar o significado das proposições como **último recurso**.

Quando aparecer os **conectivos tradicionais**, não fique tentando entender o significado da proposição composta. Apenas aplique a regra.

Exemplo: se em alguma questão aparecer uma proposição da forma tradicional "**q, pois p**", já sabemos que ocorre inversão entre o antecedente e o consequente, isto é, **q, pois p** é o condicional **p→q**.

Vamos a uma questão em que se faz necessário entender o significado da proposição.

(IBAMA/2013) P4: Se o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente, então a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global.

A proposição P4 é logicamente equivalente a "Como o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno e a presença humana no planeta é recente, a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global".

Comentários:

ESTA É DIFÍCIL!

Vamos nos concentrar na proposição **P4** original. Podemos identificar que há ao menos um condicional nela, por conta da presença do conectivo "**se.... ,então**".

P4: "**Se** o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, **como** a presença humana no planeta é recente, **então** a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global."

Porém, uma dúvida que pode surgir é: e aquele "**como**"? Seria esse "**como"** uma condicional da forma não usual "**como**... **então**"? Será que a frase "como a presença humana no planeta é recente" pode ser ignorada?

Para resolver o problema, nessa questão devemos nos recordar que o termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Observe que o antecedente é composto por duas causas: "o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno" e "a presença humana no planeta é recente".

A consequência dessas das causas, que é o consequente da condicional, é: "a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global. "

Nesse caso, a proposição **P4** pode ser reescrita da seguinte forma:

P4:"**Se** [o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente], **então** [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global]."

P4:"**Se** [(o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno) **e** (a presença humana no planeta é recente)], **então** [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global]."

Uma outra forma de se escrever esse condicional é utilizar a forma "**Como** ***p***, ***q***":

P4:"**Como** [(o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno) **e** (a presença humana no planeta é recente)],[a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global]."

Gabarito: CERTO.

Proposições simples em períodos longos

FIQUE ATENTO!

As bancas costumam colocar uma proposição simples em períodos longos para confundir o concurseiro.

(AFT/2013) Julgue o item subsequente, relacionado a lógica proposicional.

A sentença “O crescimento do mercado informal, com empregados sem carteira assinada, é uma consequência do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos” pode ser corretamente representada, como uma proposição composta, na forma $P \rightarrow Q$, em que P e Q sejam proposições simples convenientemente escolhidas.

Comentários:

Embora o período seja longo, nesse caso estamos diante de **uma única oração**. "Do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos" somente complementa "consequência" e pode ser substituído por "disso".

Podemos remover também a expressão "com empregados sem carteira assinada", que somente explica o "mercado informal".

“O crescimento do mercado informal, ~~com empregados sem carteira assinada~~, é uma consequência **~~do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos~~**."

“O crescimento do mercado informal é uma consequência **disso**."

Trata-se, portanto, de uma proposição simples.

Gabarito: ERRADO.

(MEC/2015) Considerando que as proposições lógicas sejam representadas por letras maiúsculas e utilizando os conectivos lógicos usuais, julgue o item a seguir a respeito de lógica proposicional.

A sentença “A aprovação em um concurso é consequência de um planejamento adequado de estudos” pode ser simbolicamente representada pela expressão lógica $P \rightarrow Q$, em que P e Q são proposições adequadamente escolhidas.

Comentários:

Embora o período seja longo, nesse caso estamos diante de uma única oração. "De um planejamento adequado de estudos" somente complementa "consequência" e pode ser substituído por "disso".

"A aprovação em um concurso é consequência **~~de um planejamento adequado de estudos~~**."

" A aprovação em um concurso é consequência **disso**."

Trata-se de uma proposição simples.

TABELA-VERDADE

Tabela-verdade
Número de linhas = **2^n, n** proposições simples **distintas**.
O operador de **negação "~" não altera** o número de linhas.
Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade. **Passo 2**: desenhar o esquema da tabela-verdade. **Passo 3:** atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada. **Passo 4:** obter o valor das demais proposições.

Definição de tabela-verdade

A **tabela-verdade** é uma ferramenta utilizada para **determinar todos os valores lógicos (V ou F) assumidos por uma proposição composta em função dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem.**

Exemplo: queremos **determinar os valores lógicos assumidos pela proposição composta a seguir em função dos valores atribuídos a p, q e r.**

~ (p→~q) V (~r→q)

Para isso, veremos que um dos passos necessários é listar todas as possibilidades que **p**, **q** e **r** podem assumir em conjunto. Nesse caso, serão oito possibilidades de combinações:

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Uma vez listadas todas as combinações de valores lógicos possíveis para **p**, **q** e **r**, a tabela-verdade é uma ferramenta que nos permitirá encontrar todos os valores lógicos assumidos pela expressão ~ (**p**→~**q**) V (~**r**→**q**).

Para o da primeira linha (onde **p**, **q** e **r** assumem o valor verdadeiro), veremos que a proposição composta do exemplo assumirá o valor V. Para o caso da quarta linha (V, F, F) veremos que o valor assumido por ~ (**p**→~**q**) V (~**r**→**q**) será falso.

Número de linhas de uma tabela-verdade

ATENÇÃO
DECORE!

Se uma proposição for composta por n **proposições simples distintas**, o número de **linhas da tabela-verdade será 2^n.**

O operador de negação "~" em nada altera o número de linhas da tabela-verdade.

Vamos continuar com o mesmo exemplo anterior: queremos determinar os valores lógicos assumidos pela proposição composta a seguir em função dos valores atribuídos a **p**, **q** e **r**.

~ (p→~q) V (~r→q)

Como cada proposição simples **p**, **q** e **r** admite dois valores lógicos (V ou F), cada uma dessas três proposições pode assumir somente 2 valores. Assim, o total de combinações dado por:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

O número de possíveis combinações para **p**, **q** e **r** será exatamente o número de linhas da tabela-verdade do exemplo.

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Observe que a inserção do operador de negação "~" na expressão **~(p→~q)V(~r→q)** em nada alterou o número de linhas da tabela-verdade.

Podemos generalizar o resultado, dizendo que se uma proposição for composta por n proposições simples, **o número total de linhas da tabela-verdade será o número 2 multiplicado n vezes, ou seja, 2^n.**

$$\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2 = 2^n}$$

(SEFAZ SE/2022) Proposição P: Se o auditor for diligente e a auditoria bem planejada, a fraude será encontrada e o responsável será punido.

O número de linhas da tabela verdade associada à proposição P é igual a:

a) 2.

b) 4.

c) 8.

d) 16.

e) 32.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

d: "O auditor é diligente."

p: "A auditoria é bem planejada."

f: "A fraude será encontrada."

r: "O responsável será punido."

Note que **a proposição P é uma condicional** em que se omite o "**então**", podendo ser escrita como **d∧p → f∧r**.

d∧p → f∧r: "**Se [(**o auditor for diligente**) e (**a auditoria bem planejada**)]**, **[(**a fraude será encontrada**) e (**o responsável será punido**)]**."

Sabemos que se uma proposição for composta por $\boldsymbol{n}$ **proposições simples distintas**, o número de linhas da tabela-verdade será $\mathbf{2^n}$. Para o caso em questão, temos $n = 4$. Logo, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^4 = 16$$

Gabarito: Letra D.

(PGE PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P, Q, R e S forem proposições simples, então a tabela-verdade da proposição P∧Q→R∨S terá menos de 20 linhas.

Comentários:

Se uma proposição for composta por $\boldsymbol{n}$ **proposições simples distintas**, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n. Para o caso da questão, $n = 4$. Logo, número de linhas será $2^4 = 16$.

Gabarito: CERTO.

(ISS Campinas/2019) Pretende-se analisar se uma proposição P, composta por quatro proposições simples, implica uma proposição Q, composta pelas mesmas quatro proposições simples, combinadas com conectivos distintos. Como são desconhecidos os valores lógicos das proposições simples envolvidas, pretende-se utilizar uma tabela verdade, estudando-se todas as possíveis combinações entre os valores lógicos dessas proposições, a fim de ser utilizada a definição de implicação lógica. Dessa forma, o referido número total de combinações possíveis é

a) 64.

b) 8.

c) 4.

d) 32.

e) 16.

Comentários:

A questão quer analisar a tabela-verdade da condicional **P→Q**, sendo **P** uma proposição composta formada por 4 proposições simples e **Q** uma proposição composta formada pelas mesmas 4 proposições simples.

Note, portanto, que a análise da proposição **P→Q** envolve um total de $\boldsymbol{n = 4}$ **proposições simples distintas**. Temos, portanto, um total de $\boldsymbol{2^n = 2^4 = 16}$ **linhas** na tabela-verdade. Esse total de linhas corresponde justamente ao número de possíveis combinações dos valores lógicos das proposições simples em questão.

Gabarito: Letra E.

Construção de uma tabela-verdade

No início do tópico, explicamos que há **quatro passos** para a estruturação da tabela verdade. Agora veremos em detalhes como utilizá-los na prática, tendo como exemplo a proposição composta **~(p→~q)V(~r→q)**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade

A proposição **~(p→~q)V(~r→q)** é composta por três proposições simples distintas: **p, q** e **r**. Logo o número de linhas da nossa tabela-verdade será:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade

Antes de desenharmos a estrutura da tabela-verdade, precisamos **fragmentar a proposição composta em partes** para entendermos as operações necessárias para se chegar ao resultado desejado: **~(p→~q)V(~r→q)**. Para tanto, utilizaremos uma "engenharia reversa", isto é, partindo desta proposição composta aparentemente complexa, chegaremos nas proposições simples sem o operador de negação (**p**, **q** e **r**). Este passo é fundamental, pois organiza o raciocínio de maneira simples e fácil.

Observe como aplicar esta "engenharia reversa”:

Para determinar **~ (p→~q)V(~r→q)**, precisamos obter **~ (p→~q)** e **(~r→q)**

Para determinar ~ (**p→~q**), precisamos obter **(p→~q)**

Para determinar (**p→~q**), precisamos obter **p** e **~q**

Para determinar **~q**, precisamos obter **q**

Para determinar (**~r→q**), precisamos obter **~r** e **q**

Para determinar **~r**, precisamos obter **r**

Feita a "engenharia reversa", basta desenhar o esquema da tabela. O número de colunas que corresponderá a cada fragmento que importa para a resolução do exercício: as proposições simples, as negações necessárias, as proposições compostas necessárias e, se for o caso, suas negações, até chegarmos na proposição composta mais complexa.

O número de linhas corresponde ao passo 1, isto é, 2^n, sendo n o número de proposições simples. No presente caso, temos 3 proposições simples, **p, q** e **r**, portanto, teremos 8 linhas na tabela-verdade. Vejamos:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada

No terceiro passo, devemos atribuir os valores V ou F às proposições simples (***p***, ***q*** e ***r***) de modo a obter todas as combinações possíveis. O melhor método para fazer isso é conferir os valores lógicos de maneira alternada, conforme demonstrado abaixo:

p	q	r
V		
V		
V		
V		
F		
F		
F		
F		

p	q	r
V	V	
V	V	
V	F	
V	F	
F	V	
F	V	
F	F	
F	F	

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

A nossa tabela fica da seguinte forma:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

Passo 4: obter o valor das demais proposições

Para obter o valor da proposição final, devemos realizar as operações necessárias à solução do caso dado - considerando as cinco operações básicas com os conectivos e a operação de negação.

Vamos agora partir para a solução do nosso exemplo. Para fins didáticos, veremos cada etapa da resolução separadamente em tabelas individualizadas. Na prática você só fará uma tabela e preencherá com os valores lógicos encontrados.

Em cada etapa, para que você possa visualizar as operações de modo individualizado, a coluna pintada em azul corresponderá aos valores lógicos que queremos determinar e as colunas em amarelo são aquelas que estamos utilizando como referência para a operação.

Obtenção de **~q** realizando a negação de **q**:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F					
V	V	F	F					
V	F	V	V					
V	F	F	V					
F	V	V	F					
F	V	F	F					
F	F	V	V					
F	F	F	V					

Obtenção de **~r** realizando a negação de **r**:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F				
V	V	F	F	V				
V	F	V	V	F				
V	F	F	V	V				
F	V	V	F	F				
F	V	F	F	V				
F	F	V	V	F				
F	F	F	V	V				

Obtenção de (**p→~q**) por meio das colunas **p** e **~q**. Observe que a condicional só será falsa quando **p** for verdadeiro e **~q** for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F			
V	V	F	F	V	F			
V	F	V	V	F	V			
V	F	F	V	V	V			
F	V	V	F	F	V			
F	V	F	F	V	V			
F	F	V	V	F	V			
F	F	F	V	V	V			

Obtenção de **~**(**p→~q**) por meio da negação de (**p→~q**).

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V		
V	V	F	F	V	F	V		
V	F	V	V	F	V	F		
V	F	F	V	V	V	F		
F	V	V	F	F	V	F		
F	V	F	F	V	V	F		
F	F	V	V	F	V	F		
F	F	F	V	V	V	F		

Obtenção de (**~r→q**) por meio das colunas **~r** e **q**. Observe que a condicional só será falsa quando **~r** for verdadeiro e **q** for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	
V	V	F	F	V	F	V	V	
V	F	V	V	F	V	F	V	
V	F	F	V	V	V	F	F	
F	V	V	F	F	V	F	V	
F	V	F	F	V	V	F	V	
F	F	V	V	F	V	F	V	
F	F	F	V	V	V	F	F	

Obtenção de **~(p→~q)V(~r→q)** por meio das colunas **~(p→~q)** e (**~r→q**). Observe que a disjunção será falsa somente quando **~(p→~q)** for falso e (**~r→q**) for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F

Finalmente finalizamos a tabela-verdade de **~(p→~q)V(~r→q)**. Perceba que ela nos diz que essa **proposição composta final** só é falsa em dois casos:

- **p** é verdadeiro e **q** e **r** são falsos; e
- **p**, **q** e **r** são falsos.

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F

HORA DE PRATICAR!

(IBGE/2021) Considere a seguinte proposição P:

Se produz as informações de que o Brasil necessita, o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas e justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados.

Verifica-se que a quantidade de linhas da tabela-verdade da proposição P que apresentam valor lógico F é igual a

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "O IBGE produz as informações de que o Brasil necessita."

a: "O IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas."

j: "O IBGE justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados."

Note que **a proposição P é uma condicional** em que se omite o "**então**", podendo ser escrita como **p → a∧j**.

p → a∧j: "**Se** **[**produz as informações de que o Brasil necessita**]**, **[(**o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas**)** **e** **(**justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados**)]**."

Vamos construir a tabela-verdade de **p → a∧j**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos um total de 3 proposições simples distintas. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Note que:

Para determinar **p → a∧j**, precisamos obter **p** e **a∧j**.

Para determinar **a∧j**, precisamos obter **a** e **j**.

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

p	a	j	a∧j	p→a∧j

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	a	j	a∧j	p→a∧j
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A conjunção **a∧j** é verdadeira somente para os casos em que **a** é verdadeiro e **j** é verdadeiro. Nos outros casos, **a∧j** é falso.

p	a	j	a∧j	p→a∧j
V	V	V	V	
V	V	F	F	
V	F	V	F	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	F	F	
F	F	V	F	
F	F	F	F	

A condicional **p→a∧j** só e falsa quando o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **a∧j** é falso. Nos demais casos, a condicional é verdadeira.

p	a	j	a∧j	p→a∧j
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Note, portanto, que a quantidade de linhas da tabela-verdade de **p→a∧j** que apresentam valor lógico F é igual a 3.

Gabarito: Letra C.

(IFF/2018) Considerando-se que P e Q sejam proposições simples, a tabela a seguir mostra o início da construção da tabela verdade da proposição P∨[~(P∧Q)], em que ~X indica a negação da proposição X.

P	Q				P∨[~(P∧Q)]
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Completando a tabela, se necessário, assinale a opção que mostra, na ordem em que estão, os elementos da coluna referente à proposição P∨[~(P∧Q)].

a) F / V / V / F

b) V / F / F / F

c) V / V / F / F

d) F / V / F / F

e) V / V / V / V

Comentários:

Observe que a questão já determinou o número de linhas (**passo 1**) e também já atribuiu V ou F às proposições simples (**passo 3**). Vamos então completar o esquema da tabela-verdade (**passo 2**).

Para determinar **P∨ [~(P∧Q)]**, precisamos obter **P** e **~(P∧Q)**.

Para determinar **~(P∧Q)**, precisamos obter **P∧Q**.

Para determinar **P∧Q**, precisamos obter **P** e **Q**.

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A conjunção **P∧Q** é verdadeira somente quando **P** e **Q** são verdadeiros, caso contrário é falsa.

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V	V		
V	F	F		
F	V	F		
F	F	F		

~ (P∧Q) é obtido pela negação de **P∧Q**.

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V	V	F	
V	F	F	V	
F	V	F	V	
F	F	F	V	

Por fim, a disjunção inclusiva **P∨** [**~**(**P∧ Q**)] é falsa somente quando **P** é falso e **~**(**P∧Q**) é falso. Veja que esse fato não ocorre, de modo que a disjunção em questão é sempre verdadeira.

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Veremos adiante que, quando uma proposição é sempre verdadeira, damos a ela o nome de **tautologia.**

Gabarito: Letra E.

(ABIN/2018) A tabela a seguir mostra as três primeiras colunas das 8 linhas das tabelas verdade das proposições P∧(Q∨R) e (P∧Q)→R, em que P, Q e R são proposições lógicas simples.

	P	Q	R			$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$
1	V	V	V				
2	F	V	V				
3	V	F	V				
4	F	F	V				
5	V	V	F				
6	F	V	F				
7	V	F	F				
8	F	F	F				

Julgue o item que se segue, completando a tabela, se necessário.

Na tabela, a coluna referente à proposição lógica P∧(Q∨R), escrita na posição horizontal, é igual a

	1	2	3	4	5	6	7	8
$P \wedge (Q \vee R)$	V	F	V	F	V	F	F	F

Comentários:

Cuidado! É necessário seguir a tabela-verdade do enunciado. Perceba que as proposições simples **P**, **Q** e **R** não têm seus valores lógicos distribuídos do modo alternado do modo em que estamos acostumados.

Para determinar **P ∧ (Q ∨ R)**, precisamos primeiro obter **Q ∨ R**. O valor dessa proposição será falso somente quando **Q** e **R** forem falsos.

P	Q	R	$(Q \vee R)$		$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$
V	V	V	V			
F	V	V	V			
V	F	V	V			
F	F	V	V			
V	V	F	V			
F	V	F	V			
V	F	F	F			
F	F	F	F			

Agora podemos determinar a conjunção **P ∧ (Q ∨ R),** que será verdadeira somente quando **P** for verdadeiro e **(Q ∨ R)** for verdadeiro.

P	Q	R	$(Q \vee R)$		$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$
V	V	V	V		V	
F	V	V	V		F	
V	F	V	V		V	
F	F	V	V		F	
V	V	F	V		V	
F	V	F	V		F	
V	F	F	F		F	
F	F	F	F		F	

Percebe-se, então, que a coluna **P ∧ (Q ∨ R)** escrita na horizontal é justamente o que afirma o enunciado.

Gabarito: CERTO.

(ABIN/2018) A tabela a seguir mostra as três primeiras colunas das 8 linhas das tabelas verdade das proposições P∧(Q∨R) e (P∧Q)→R, em que P, Q e R são proposições lógicas simples.

	P	Q	R			$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$
1	V	V	V				
2	F	V	V				
3	V	F	V				
4	F	F	V				
5	V	V	F				
6	F	V	F				
7	V	F	F				
8	F	F	F				

Julgue o item que se segue, completando a tabela, se necessário.

Na tabela, a coluna referente à proposição lógica (P∧Q)→R, escrita na posição horizontal, é igual a

	1	2	3	4	5	6	7	8
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	V	V	V	V	F	V	V	V

Comentários:

Para determinar **(P∧Q)→R**, precisamos primeiro obter **P∧Q**. O valor dessa proposição será verdadeiro somente quando **P** e **Q** forem verdadeiros.

P	*Q*	*R*	(*Q*∨*R*)	*P*∧*Q*	*P*∧(*Q*∨*R*)	(*P*∧*Q*)→*R*
V	V	V	V	V	V	
F	V	V	V	F	F	
V	F	V	V	F	V	
F	F	V	V	F	F	
V	V	F	V	V	V	
F	V	F	V	F	F	
V	F	F	F	F	F	
F	F	F	F	F	F	

Determinada essa coluna, precisamos obter (**P∧Q**)→**R**. Temos que a condicional só será falsa quando (**P ∧ Q**) for verdadeiro e **R** for falso.

P	*Q*	*R*	(*Q*∨*R*)	*P*∧*Q*	*P*∧(*Q*∨*R*)	(*P*∧*Q*)→*R*
V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V
V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F	V
V	V	F	V	V	V	F
F	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V

Percebe-se, então, que a coluna (**P∧Q**)**→R** escrita na horizontal é justamente o que afirma o enunciado.

Resposta: CERTO.

TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA

Tautologia, contradição e contingência

Tautologia é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro**.
Contradição é uma proposição cujo **valor lógico é sempre falso**.
Contingência é uma proposição cujos valores lógicos podem ser **tanto V quanto F**, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

p ∨~ p é uma **tautologia**
p ∧~ p é uma **contradição**

Métodos para determinar se uma proposição é uma tautologia ou uma contradição
Primeiro método: determinar a tabela-verdade.
Segundo método: provar por absurdo.
Terceiro método: equivalências lógicas/álgebra de proposições.

Dizemos que uma proposição **p** **implica** **q** quando **a condicional p→q é uma tautologia**. A representação da afirmação "**p implica q**" é representada por **p ⇒ q**.

Tautologia é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro**.

Contradição é uma proposição cujo **valor lógico é sempre falso**.

Contingência é uma proposição cujos valores lógicos podem ser **tanto V quanto F**, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

- **p ∨~ p** ("**p**" ou "não **p**") é uma tautologia;
- **p ∧~ p** ("**p**" e "não **p**") é uma contradição.

Observe a tabla-verdade abaixo e veja que **p∨~ p** é sempre verdadeiro e **p∧~ p** é sempre falso.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	V	F
F	V	V	F

Quando duas proposições assumem valores lógicos necessariamente iguais, dizemos que as **proposições são equivalentes.** O assunto equivalências lógicas será abordado em aula futura, caso seja objeto do seu edital. A representação da equivalência lógica é dada utilizando o símbolo "**≡**" ou "**⇔**".

Podemos representar a tautologia por uma proposição genérica de símbolo "T" ou pela letra **t**. Essa proposição genérica tem o valor lógico verdadeiro independentemente de quaisquer condições. Assim:

$$\mathbf{p \vee \sim p \equiv t}$$

Informalmente, costuma-se representar essa proposição sempre verdadeira com o valor lógico V.

$$\mathbf{p \vee \sim p \equiv V}$$

De modo análogo, a contradição é representada pela proposição genérica de símbolo "⊥" ou pela letra **c**. Essa proposição genérica tem valor lógico falso independentemente de quaisquer condições. Assim:

$$\mathbf{p \wedge \sim p \equiv c}$$

Informalmente, costuma-se representar essa proposição sempre falsa com o valor lógico F.

$$\mathbf{p \wedge \sim p \equiv F}$$

Em algumas questões de Lógica de Proposições, vamos utilizar, **informalmente**, as letras **c** e **t** para representar proposições simples quaisquer, sem que elas sejam uma tautologia ou uma contradição.

Por exemplo, poderíamos utilizar a letra **t** para representar a proposição "Tiago é engenheiro".

Ressalto que, quando utilizarmos a letra **c** ou a letra **t** para nos referirmos a contradições ou a tautologias, essa utilização estará muito clara.

As tautologias e as contradições nem sempre são fáceis de se identificar.

Para descobrirmos se uma proposição composta é uma **tautologia**, podemos utilizar 3 métodos:

1. Tabela-verdade: se a proposição composta final for sempre verdadeira, ela é uma tautologia;
2. Absurdo: **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**. Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, é uma tautologia (sempre verdadeira); ou
3. Equivalências Lógicas/Álgebra de proposições: desenvolver a expressão por equivalências lógicas ou álgebra de proposições e chegar na tautologia **t**.

Já para sabermos se uma proposição composta é uma **contradição**, podemos proceder da seguinte forma:

1. Tabela-verdade: se a proposição composta final for sempre falsa, ela é uma contradição;
2. Absurdo: **tentar aplicar o valor lógico verdadeiro à proposição**. Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo, isso significa que a proposição nunca poderá ser verdadeira e, portanto, é uma contradição (sempre falsa); ou
3. Equivalências Lógicas/Álgebra de proposições: desenvolver a expressão por equivalências lógicas ou álgebra de proposições e chegar na contradição **c**.

Nesse contexto, o termo "**absurdo**" se refere a uma **situação contraditória** que surge ao tentar aplicar o valor **falso a uma tautologia** ou o valor **verdadeiro a uma contradição**.

Exemplo: vamos supor que você aplica o **valor falso** a uma proposição composta que você suspeita que é uma tautologia. Em decorrência disso, você obtém que algumas proposições simples devem ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo. Trata-se de um **absurdo**, pois sabemos que as proposições não podem ser V e F ao mesmo tempo. Como chegamos em um absurdo, isso significa que a **proposição composta original nunca pode ser falsa**. Portanto, temos uma **tautologia**.

Esse conceito ficará mais claro em seguida, quando mostrarmos o segundo método com mais detalhes.

Para ilustrar os **dois primeiros métodos**, vamos utilizar um exemplo. Queremos verificar se a seguinte proposição é uma tautologia:

$$((p \land q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

O **terceiro método**, **equivalências lógicas/álgebra de proposições**, será abordado em aula futura, caso esse assunto faça parte do seu edital.

Primeiro método: determinar a tabela-verdade

Vamos seguir os passos de construção da tabela-verdade.

Passo 1: número de linhas = $2^3 = 8$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade. Devemos determinar:

(p∧q) → r) ↔ (p→ (q→ r)) ; (p∧q) → r ; p→ (q→ r) ;

(p∧q) ; r ;

p ; q ;

(q→ r) ; **p** ; **q** ; **r**

p	q	r	$p \wedge q$	$q \to r$	$(p \wedge q) \to r$	$p \to (q \to r)$	$((p \wedge q) \to r) \leftrightarrow (p \to (q \to r))$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	r	$p \wedge q$	$q \to r$	$(p \wedge q) \to r$	$p \to (q \to r)$	$((p \wedge q) \to r) \leftrightarrow (p \to (q \to r))$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

p∧q é verdadeiro somente quando **p** e **q** são ambos verdadeiros. **q→ r** é falso somente quando **q** é verdadeiro e **r** é falso.

p	q	r	$p\wedge q$	$q\rightarrow r$	$(p\wedge q)\rightarrow r$	$p\rightarrow(q\rightarrow r)$	$((p\wedge q)\rightarrow r)\leftrightarrow(p\rightarrow(q\rightarrow r))$
V	V	V	V	V			
V	V	F	V	F			
V	F	V	F	V			
V	F	F	F	V			
F	V	V	F	V			
F	V	F	F	F			
F	F	V	F	V			
F	F	F	F	V			

(**p∧q**) → **r** só é falso quando (**p∧q**) é verdadeiro e **r** é falso. Nos demais casos é verdadeiro.

p	q	r	$p\wedge q$	$q\rightarrow r$	$(p\wedge q)\rightarrow r$	$p\rightarrow(q\rightarrow r)$	$((p\wedge q)\rightarrow r)\leftrightarrow(p\rightarrow(q\rightarrow r))$
V	V	V	V	V	V		
V	V	F	V	F	F		
V	F	V	F	V	V		
V	F	F	F	V	V		
F	V	V	F	V	V		
F	V	F	F	F	V		
F	F	V	F	V	V		
F	F	F	F	V	V		

p→ (**q→ r**) só é falso quando **p** é verdadeiro e (**q→ r**) é falso. Nos demais casos, a expressão é verdadeira.

p	q	r	$p\wedge q$	$q\rightarrow r$	$(p\wedge q)\rightarrow r$	$p\rightarrow(q\rightarrow r)$	$((p\wedge q)\rightarrow r)\leftrightarrow(p\rightarrow(q\rightarrow r))$
V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	F	F	
V	F	V	F	V	V	V	
V	F	F	F	V	V	V	
F	V	V	F	V	V	V	
F	V	F	F	F	V	V	
F	F	V	F	V	V	V	
F	F	F	F	V	V	V	

Por fim, a bicondicional ((**p∧q**) → **r**) ↔ (**p→** (**q→ r**)) é verdadeira quando ((**p∧q**) → **r**) e (**p→** (**q→ r**)) forem ambos verdadeiros ou ambos falsos. Observe que esse caso sempre ocorre, e isso significa que **a bicondicional proposta é uma tautologia**.

p	q	r	$p\wedge q$	$q\rightarrow r$	$(p\wedge q)\rightarrow r$	$p\rightarrow(q\rightarrow r)$	$((p\wedge q)\rightarrow r)\leftrightarrow(p\rightarrow(q\rightarrow r))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

(EMAP/2018) Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação.

Se P e Q são proposições simples, então a proposição [P→Q]∧P é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de [P→Q]∧P será sempre V.

Comentários:

Vamos resolver essa questão por tabela-verdade.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples e, portanto, $2^2 = 4$ linhas.

Passo 2 e Passo 3: desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Para determinar **[P→Q]∧P**, precisamos obter **[P→Q]** e **P**.

Para determinar **P→Q,** precisamos obter **P** e **Q.**

P	Q	P→Q	(P→Q)∧P
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

P→Q é falsa somente quando **P** é V e **Q** é F. Nos demais casos, é verdadeira.

[P→Q]∧P é verdadeira quando **P→Q** é V e **P** é V. Nos demais casos, é falsa.

P	Q	P→Q	(P→Q)∧P
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Observe que a proposição composta em questão não se trata de uma tautologia. Trata-se de uma **contingência**, pois **[P→Q]∧P** pode ser tanto verdadeiro quanto falso.

Gabarito: ERRADO.

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta Q∨(Q→P) é uma tautologia.

Comentários:

Realizando a tabela verdade, inicialmente temos que a condicional **Q→P** é falsa quando **Q** é verdadeiro e **P** é falso.

P	Q	$Q \rightarrow P$	$Q \vee (Q \rightarrow P)$
V	V	V	
V	F	V	
F	V	F	
F	F	V	

Para obter a expressão final, devemos observar que a disjunção inclusiva é falsa somente quando ambos os termos que a compõem, no caso **Q** e **Q→P**, são falsos. Observe que isso não corre, sendo a proposição composta uma tautologia.

P	Q	$Q \rightarrow P$	$Q \vee (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Gabarito: CERTO.

(PF/2014) Considerando que P, Q e R sejam proposições simples, julgue o item abaixo.

A partir do preenchimento da tabela-verdade abaixo, é correto concluir que a proposição P∧Q∧R→P∨Q é uma tautologia

P	Q	R	P∧Q∧R	P∨Q	P∧Q∧R→P∨Q
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Comentários:

P∧Q∧R só será verdadeira quando todas as suas parcelas são verdadeiras. Nos demais casos é falsa.

Além disso, **P∨Q** só será falsa quando **P** for falsa e **Q** for falsa.

P	Q	R	P∧Q∧R	P∨Q	P∧Q∧R→P∨Q
V	V	V	V	V	
V	V	F	F	V	
V	F	V	F	V	
V	F	F	F	V	
F	V	V	F	V	
F	V	F	F	V	
F	F	V	F	F	
F	F	F	F	F	

A condicional em questão só será falsa quando **P∧Q∧R** for verdadeiro e **P∨Q** for falso. Esse caso não ocorre, portanto **P∧Q∧R→P∨Q** é sempre verdade, ou seja, é uma tautologia.

P	Q	R	P∧Q∧R	P∨Q	P∧Q∧R→P∨Q
V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	F	V
F	F	F	F	F	V

Gabarito: CERTO.

Segundo método: provar por absurdo

Para tentar mostrar que a proposição em questão é uma **tautologia**, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**. Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, é uma tautologia (sempre verdadeira).

Para a bicondicional $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ ser **falsa**, ambos os termos não podem ter o mesmo valor lógico. Isso significa que há duas possibilidades:

1) $(p \wedge q) \rightarrow r$ é **falso** e $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ é **verdadeiro**; ou

2) $(p \wedge q) \rightarrow r$ é **verdadeiro** e $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ é **falso**.

Vamos verificar a primeira possibilidade:

> Para a condicional $(p \wedge q) \rightarrow r$ ser **falsa**, $(p \wedge q)$ deve ser verdadeira e **r** deve ser F. Já para a conjunção $(p \wedge q)$ ser verdadeira, tanto **p** deve ser V e quanto **q** deve ser V.
>
> Para a condicional $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ser **verdadeira,** o antecedente **p** não pode ser V com $(q \rightarrow r)$ falso. Isso significa que **p** não pode ser V com **q** verdadeiro e **r** falso. **Absurdo**!

Ainda não provamos que é impossível que a bicondicional $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ seja falsa, pois existe uma segunda possibilidade: $(p \wedge q) \rightarrow r$ **verdadeiro** e $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$ **falso**. Vamos verificar:

> Para a condicional $(p \wedge q) \rightarrow r$ ser **verdadeira**, essa condicional não pode ser falsa. Isso significa que **r** não pode ser falso ao mesmo tempo em que $(p \wedge q)$ é verdadeira. Assim, **r** não pode ser F com **p** sendo V e **q** sendo V.
>
> Para a condicional $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ser **falsa**, **p** deve ser V e a condicional $(q \rightarrow r)$ deve ser falsa. Isso significa que **q** deve ser V e **r** deve ser F. Mais uma vez chegamos em um **absurdo**.

Como **as duas possibilidades existentes para que a bicondicional seja falsa foram descartadas, só nos resta a possibilidade de ela ser sempre verdadeira**. Logo, a bicondicional em questão é uma tautologia.

> Para fins de resolução de questões de **tautologia** e de **contradição**, **provar por absurdo** costuma ser a **melhor opção** quando comparada com a tabela-verdade. Isso porque a construção de uma tabela-verdade costuma levar mais tempo.

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta Q∨(Q→P) é uma tautologia.

Comentários:

Já resolvemos essa questão por tabela-verdade. Vamos agora resolver pela prova por absurdo.

Para tentar provar que a expressão é uma tautologia, **vamos verificar se ela pode ser falsa**.

Note que, se a disjunção inclusiva de **Q** com **(Q→P)** for falsa, necessariamente **Q** é falso e **(Q→P)** é falso.

Note, porém, que para a condicional **(Q→P)** ser falsa, devemos ter o antecedente **Q** verdadeiro e o consequente **P** falso.

Veja que acabamos de obter um absurdo, pois **Q** não pode ser falso e verdadeiro ao mesmo tempo. **Isso significa que a proposição em questão nunca pode ser falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

(TJ-AC/2012) Considerando que as proposições lógicas sejam representadas por letras maiúsculas, julgue o próximo item, relativo a lógica proposicional e de argumentação.

A expressão [(P→Q) ∨ P]→Q é uma tautologia.

Comentários:

Para tentar provar que a expressão é uma tautologia, **vamos verificar se ela pode ser falsa**.

Se a condicional for falsa, necessariamente **[(P→Q) ∨ P]** é verdadeiro e **Q** é falso. Para a disjunção inclusiva **[(P→Q) ∨ P]** ser verdadeira**,** basta que **P** seja verdadeiro.

Logo, a expressão **[(P→Q) ∨ P]→Q** não é uma tautologia, pois basta que **P** seja **V** e **Q** seja **F**. Informalmente, podemos escrever:

[(P→Q) ∨ P]→Q

[(V→F) ∨ V] → F

[F ∨ V] → F

V→F

F

Gabarito: ERRADO.

(PETROBRAS/2022) A proposição [(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)] é sempre verdadeira, independentemente do valor-verdade das proposições p,q e r.

Comentários:

A questão nos pergunta se a proposição apresentada é uma tautologia. Vamos resolvê-la por meio da prova por absurdo.

Método 1: prova por absurdo

Vamos analisar se a proposição [(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)] pode ser falsa. Se sim, não se trata de uma tautologia. Se chegarmos a um absurdo, isso significa que a proposição é sempre verdadeira e, portanto, é uma tautologia.

Para a condicional **[(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)]** ser falsa, devemos ter **[(p→r)∧(q→r)]** verdadeiro e **[r→(p∨q)]** falso.

Para a condicional **[r→(p∨q)]** ser falsa, devemos ter **r** verdadeiro e **(p∨q)** falso. Sabemos que para a disjunção inclusiva **(p∨q)** ser falsa, **p** e **q** devem ser falsos. Logo, **r** é V, **p** é F e **q** é F.

Bom, sabemos que com **r** verdadeiro, **p** falso e **q** falso temos que o consequente **[r→(p∨q)]** é falso. Agora, devemos verificar se o antecedente **[(p→r)∧(q→r)]** é verdadeiro. Note que, com esses valores lógicos de **r**, **p** e **q,** temos:

[(p→r)∧(q→r)]

[(F→V)∧(F→V)]

[(V)∧(V)]

[V]

Note, portanto, que para **r** verdadeiro, **p** é falso e **q** é falso, temos o antecedente **[(p→r)∧(q→r)]** verdadeiro e o consequente **[r→(p∨q)]** falso. Isso significa que para esses valores lógicos de **r**, **p** e **q**, temos que a condicional **[(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)]** é falsa. Logo, é **errado** dizer que a proposição em questão é sempre verdadeira.

Método 1: tabela-verdade

Alternativamente, poderíamos montar a tabela-verdade com 8 linhas e 9 colunas.

p	q	r	p→q	q→r	p∨q	[(p→r)∧(q→r)]	[r→(p∨q)]	[(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)]
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V	V

Observe que a tabela-verdade nos mostra que a condicional é falsa na sétima linha, justamente para os valores de **p, q** e **r** obtidos pelo método anterior (**p** falso, **q** falso e **r** verdadeiro).

Gabarito: ERRADO.

(SEFAZ-SP/2006) Seja a sentença aberta A: $(\sim p \vee p) \leftrightarrow [\ ]$ e a sentença B: "Se o espaço [ ] for ocupado por uma (I), a sentença A será uma (II)".

A sentença B se tornará verdadeira se I e II forem substituídos, respectivamente, por

a) tautologia e contingência.

b) contingência e contingência.

c) contradição e tautologia.

d) contingência e contradição.

e) tautologia e contradição.

Comentários:

Observe que $\mathbf{p \vee \sim p}$ é uma tautologia, que pode ser representada por **t**.

Vamos verificar as alterativas:

Alternativas A e E: Se o espaço [ ] for uma **tautologia**, teremos uma bicondicional com duas parcelas sempre verdadeiras. Portanto, essa bicondicional sempre será verdadeira (tautologia).

$$\mathbf{t \leftrightarrow t \equiv t}$$

Logo, as alternativas A e E estão erradas, pois elas afirmam que a bicondicional seria, respectivamente, uma contingência e uma contradição.

Alternativas B e D: Se o espaço [ ] for uma **contingência**, a bicondicional pode ser informalmente representada por:

$$\mathbf{V \leftrightarrow [V\ ou\ F?]}$$

Nesse caso, sabemos que a bicondicional pode ser tanto verdadeira quanto falsa, a depender do valor lógico assumido pela segunda parcela. Assim, temos uma contingência e o **gabarito é a letra B**. A letra D afirma que a bicondicional seria uma contradição, o que não é verdade.

Para fins didáticos, vamos verificar a **alternativa C**: Se o espaço [ ] for uma **contradição**, a bicondicional pode ser representada por:

$$\mathbf{t \leftrightarrow c}$$

Nesse caso, a bicondicional sempre assume o valor falso, pois a primeira parcela assume sempre o valor verdadeiro e a segunda parcela sempre o valor falso. Portanto, trata-se de uma contradição, não de uma tautologia.

Gabarito: Letra B.

Implicação

Para finalizar essa parte teórica, vamos entender o conceito de **implicação**.

Dizemos que uma proposição **p** **implica** **q** quando a **condicional** **$p \rightarrow q$** **é uma tautologia**. A representação da afirmação "**p** **implica** **q**" é **$p \Rightarrow q$.**

$p \rightarrow q$ é uma condicional com o antecedente **p** e o consequente **q**.

$p \Rightarrow q$ significa "**p** **implica** **q**", isto é, significa afirmar que "a condicional **$p \rightarrow q$** é uma tautologia".

Apesar dessa distinção, algumas bancas utilizam o símbolo de implicação "⇒" **como se fosse o símbolo da condicional** "→".

Além disso, em algumas questões, as bancas podem utilizar a expressão "**p** **implica** **q**" **para se referir simplesmente a uma condicional** **$p \rightarrow q$**, **sem que ela necessariamente seja uma tautologia**.

(PC SE/2014) Diz-se que uma proposição composta A implica numa proposição composta B, se:

a) a conjunção entre elas for tautologia

b) o condicional entre elas, nessa ordem, for tautologia.

c) o bicondicional entre elas for tautologia

d) A disjunção entre elas for tautologia.

Comentários:

Dizer que uma proposição composta **A** **implica** numa proposição composta **B** significa dizer que **a condicional** **$A \rightarrow B$** **é uma tautologia**.

Gabarito: Letra B.

Questões Comentadas – CESGRANRIO

Introdução às proposições

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições a seguir pertence à classe das declarativas, aceitando apenas dois valores que se excluem, verdadeiro (V) ou falso (F)?

a) Escreva um livro.

b) Onde Maria mora?

c) Que belo automóvel é este amarelo!

d) Duas retas de um plano são paralelas ou incidentes.

e) Verifique a instalação elétrica.

Comentários:

Note que a pergunta comete uma imprecisão ao dizer que as alternativas apresentam proposições (*Qual das proposições a seguir*...).

Na verdade, devemos selecionar a única alternativa que apresenta uma proposição. Lembre-se que uma **proposição lógica** é uma oração **declarativa** à qual pode ser **atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso**.

Vamos analisar as alternativas:

a) Escreva um livro. **Sentença imperativa** (exprime ordem).

b) Onde Maria mora? **Sentença interrogativa**.

c) Que belo automóvel é este amarelo! **Sentença exclamativa**.

d) Duas retas de um plano são paralelas ou incidentes. **Sentença declarativa** (proposição). **Este é o gabarito.**

e) Verifique a instalação elétrica. **Sentença imperativa** (exprime ordem).

Gabarito: Letra D.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Proposições compostas

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Para se construir uma proposição composta, são necessárias duas ou mais proposições simples e o uso de

a) cursores

b) conectivos

c) propositivos

d) preemptivos

e) pontes

Comentários:

Para se construir uma proposição composta, é necessário unir proposições simples por meio dos **conectivos lógicos**, quais sejam:

- Conjunção ($\wedge$);
- Disjunção inclusiva ($\vee$);
- Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$);
- Condicional ($\rightarrow$); e
- Bicondicional ($\leftrightarrow$).

Gabarito: Letra B.

2. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual é o conectivo lógico da proposição "José corre, mas não alcança o ônibus"?

a) Conjunção

b) Condicional

c) Negação

d) Disjunção

e) Disjunção Exclusiva

Comentários:

Vimos na teoria da aula que **o conectivo "mas" é utilizado com conjunção**. Lembre-se que, apesar desse conectivo apresentar uma ideia de oposição, ou seja, um sentido adversativo, devemos ter em mente que, para fins de lógica de proposições, **"mas"** é igual ao conectivo **"e"**.

Gabarito: Letra A.

3. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Sejam p e q duas proposições lógicas simples tais que o valor lógico da implicação (~p) → (~q) é FALSO.

O valor lógico da proposição p∨(~q) é igual ao valor lógico da proposição

a) (~q) → p

b) (~q) → (~p)

c) (~p) ∨ (~q)

d) (~p) ∧ q

e) p ∧ q

Comentários:

O enunciado afirma que a condicional **(~p) → (~q)** é falsa. Logo, temos o caso **V→F**, isto é, temos o antecedente **(~p)** verdadeiro e o consequente **(~q)** falso.

- Como **~p** é verdadeiro, temos que **p é falso**.
- Como ~**q** é falso, temos que **q é verdadeiro**.

Note que o valor lógico da proposição **p∨(~q)** é **falso**. Veja:

p∨(~q)

F∨(~V)

F∨(F)

F

Devemos procurar nas alternativas uma **proposição lógica falsa** sabendo que **p é falso** e **q é verdadeiro**.

a) (~q) → p. **Alternativa ERRADA.**

(~q) → p

(~V) → F

F → F

V

b) (~q) → (~p). **Alternativa ERRADA.**

(~q) → (~p)

(~V) → (~F)

$$(F) \rightarrow (V)$$
$$V$$

c) (~p) ∨ (~q). **Alternativa ERRADA.**

$$(\sim p) \vee (\sim q)$$
$$(\sim F) \vee (\sim V)$$
$$(V) \vee (F)$$
$$V$$

d) (~p) ∧ q. **Alternativa ERRADA.**

$$(\sim p) \wedge q$$
$$(\sim F) \wedge V$$
$$(V) \wedge V$$
$$V$$

e) p ∧ q. **Alternativa CORRETA.** Temos uma **proposição lógica falsa**. Isso porque para a conjunção (∧) ser verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros.

$$p \wedge q$$
$$F \wedge V$$
$$F$$

Gabarito: Letra E.

4. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) p→(q→r)

Que valoração torna a fórmula acima falsa?

a) p = falso, q = verdadeiro, r = falso

b) p = falso, q = falso, r = verdadeiro

c) p = verdadeiro, q = falso, r = verdadeiro

d) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = falso

e) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = verdadeiro

Comentários:

Vamos verificar cada alternativa para identificar qual torna falsa a proposição composta. Para tanto, vamos substituir os valores lógicos na expressão dada.

Antes de avaliarmos as alternativas, lembre-se que uma **condicional é falsa** somente no **caso** **V→F**, isto é, a condicional é falsa quando o **antecedente é verdadeiro** e o **consequente é falso**.

a) p = falso, q = verdadeiro, r = falso. **ERRADO**.

p→(q→r)

F→(V→F)

F→(F)

V

b) p = falso, q = falso, r = verdadeiro. **ERRADO**.

p→(q→r)

F→(F→V)

F→(V)

V

c) p = verdadeiro, q = falso, r = verdadeiro. **ERRADO**.

p→(q→r)

V→(F→V)

V→(V)

V

d) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = falso. **CERTO**. Este é o **gabarito**.

p→(q→r)

V→(V→F)

V→(F)

F

e) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = verdadeiro. **ERRADO**.

p→(q→r)

V→(V→V)

V→(V)

V

Gabarito: Letra D.

5.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Os amigos André, Carlos e Sérgio contavam histórias acerca de suas incursões futebolísticas. André e Sérgio mentiram, mas Carlos falou a verdade. Então, dentre as opções seguintes, aquela que contém uma proposição verdadeira é:

a) Se Carlos mentiu, então André falou a verdade.

b) Se Sérgio mentiu, então André falou a verdade.

c) Sérgio falou a verdade e Carlos mentiu.

d) Sérgio mentiu e André falou a verdade.

e) André falou a verdade ou Carlos mentiu.

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos flexibilizar o fato de realizarmos negações usando antônimos. Sabemos que a melhor forma de negar uma proposição e inserir a palavra "não". Porém, **para essa questão**, **vamos utilizar "mentir" como a negação de "falar a verdade"**.

Considere as seguintes proposições simples:

a: "André falou a verdade."

s: "Sérgio falou a verdade."

c: "Carlos falou a verdade."

Note que as negações das proposições simples são:

~a: "André mentiu."

~s: "Sérgio mentiu."

~c: "Carlos mentiu."

A proposição apresentada no enunciado, que deve ser considerada verdadeira, é dada por **~a∧~s∧ c**:

~a∧~s∧ c:"**[**André mentiu**]** **e** **[**Sérgio mentiu**]**, **mas** **[**Carlos falou a verdade**]**."

Para a conjunção ser verdadeira, nenhum dos termos ~**a**, ~**s** e **c** pode ser falso. Logo:

- ~**a** é verdadeiro, isto é, **a** é falso;
- ~**s** é verdadeiro, isto é, **s** é falso;
- **c** é verdadeiro.

Vamos analisar cada uma das alternativas e identificar qual apresenta uma proposição verdadeira.

a) Se Carlos mentiu, então André falou a verdade. CERTO. Este é o **gabarito**.

A proposição apresentada corresponde à condicional ~**c→a**. Como **c** é verdadeiro, ~**c** é falso. Temos, portanto, uma condicional da forma **F→F**, que é uma **condicional verdadeira**.

b) Se Sérgio mentiu, então André falou a verdade. ERRADO.

A proposição apresentada corresponde à condicional **$\sim$s→a**. Trata-se de uma condicional da forma **V→F**, ou seja, temos uma **condicional falsa**.

c) Sérgio falou a verdade e Carlos mentiu. ERRADO.

A proposição apresentada corresponde à conjunção **s∧$\sim$c**. Para a conjunção ser verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso em questão, tanto **s** quanto **$\sim$c** são falsos, motivo pelo qual a **conjunção** é **falsa**.

d) Sérgio mentiu e André falou a verdade. ERRADO.

A proposição apresentada corresponde à conjunção **$\sim$s∧a**. Para a conjunção ser verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso em questão, temos que **a** é falsa, motivo pelo qual a **conjunção** é **falsa**.

e) André falou a verdade ou Carlos mentiu. ERRADO.

A proposição apresentada corresponde à disjunção inclusiva **a∨$\sim$c**. Para ela ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. No caso em questão, temos que **a** e **$\sim$c** são ambos falsos, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva** é **falsa**.

Gabarito: Letra A.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Conversão da linguagem natural para a proposicional

1.(CESGRANRIO/BNDES/2009) Considere a seguinte proposição composta:

"Você não pode dirigir um trator se tiver menos que 1m, a não ser que tenha habilitação especial.", em que:

"∧" representa "e";

"∨" representa "ou";

"¬" representa "negação";

"→" representa implicação;

"↔" representa equivalência.

Proposições primitivas:

P: "Você pode dirigir um trator."

Q: "Você tem menos de 1m."

R: "Você tem habilitação especial."

Qual alternativa simboliza corretamente a proposição?

a) $(Q \land \neg R) \rightarrow \neg P$

b) $(Q \lor \neg R) \rightarrow P$

c) $(\neg Q \land R) \rightarrow \neg P$

d) $(Q \lor R) \leftrightarrow P$

e) $(Q \land R) \leftrightarrow \neg P$

Comentários:

Nessa questão, devemos nos lembrar que o termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Na **proposição composta** ***"Você não pode dirigir um trator se tiver menos que 1m, a não ser que tenha habilitação especial."***, note que **"*ter menos que 1m*"** e **"*não ter habilitação especial*"** são duas **condições suficientes** que devem ser simultaneamente respeitadas para **"*não poder dirigir*"**.

Com esse entendimento, a proposição composta original apresenta o seguinte significado:

"**Se [(**você tiver menos que 1m**) e (não** tiver habilitação especial**)], então [não** poderá dirigir**]**."

Portanto, a alternativa que simboliza corretamente a proposição é a **letra A**:

$$(Q \land \sim R) \rightarrow \sim P$$

Gabarito: Letra A.

Questões Comentadas - CESGRANRIO

Tabela-verdade

1.(CESGRANRIO/BNDES/2011) Ao analisar a documentação de um sistema de informação, um programador observa uma tabela-verdade T formada pelas proposições P, Q, R, X e Y.

Qual o número de linhas de T?

a) 5

b) 11

c) 20

d) 32

e) 50

Comentários:

Lembre-se que se uma proposição for composta por n **proposições simples**, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n.

Considerando que **P, Q, R, X e Y** são proposições simples, o número de linhas de **T** será:

$$2^n = 2^5 = 32$$

Gabarito: Letra D.

2. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Na lógica sentencial clássica, dada uma linguagem L que contém as proposições p, q e r, quantas linhas deve ter a tabela verdade da proposição [(¬p∧¬q) ∨ (¬p∧r)]↔r?

a) 4

b) 8

c) 16

d) 24

e) 32

Comentários:

Lembre-se que se uma proposição for composta por n **proposições simples**, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n.

Como na proposição composta em questão temos três proposições simples (**p**, **q** e **r**), o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Gabarito: Letra B.

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Uma tabela verdade de proposições é construída a partir do número de seus componentes. Quantas combinações possíveis terá a tabela verdade da proposição composta "O dia está bonito então vou passear se e somente se o pneu do carro estiver cheio."?

a) 1

b) 3

c) 6

d) 8

e) 12

Comentários:

Lembre-se que se uma proposição for composta por n **proposições simples**, o número de linhas da tabela-verdade será $\mathbf{2^n}$.

Na proposição em questão, temos exatamente três proposições simples:

"**(Se** [o dia está bonito] **então** [vou passear]**) se e somente se (**o pneu do carro estiver cheio**)**."

Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Gabarito: Letra D.

4. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Seja a tabela verdade a seguir.

p	q	¬p	¬p→q
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Quantas vezes, sem considerar os valores já preenchidos, o valor F aparece ao se completar essa tabela?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

Comentários:

O enunciado já apresentou a tabela-verdade construída, com valores V ou F atribuídos às proposições simples. Devemos, agora, obter o valor lógico das proposições ~**p** e ~**p→q**.

~**p** é obtido realizando a negação de **p**.

p	q	¬p	¬p→q
V	V	F	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

~**p→q** é a condicional obtida por meio das colunas ~**p** e **q**. Observe que ela só será falsa quando ~**p** for verdadeiro e **q** for falso.

p	q	¬p	¬p→q
V	V	F	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Note que, ao completar a tabela, aparecem **três valores F adicionais**.

Gabarito: Letra B.

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Dada a proposição ((P∨¬Q)→(P→Q)) da lógica sentencial, ela assume a valoração verdadeira para

a) nenhuma valoração de P e Q.

b) apenas uma valoração de P e Q.

c) apenas duas valorações de P e Q.

d) apenas três valorações de P e Q.

e) quatro valorações de P e Q.

Comentários:

Vamos montar a tabela-verdade de **((PV~Q)→(P→Q))**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade

Temos $n = 2$ proposições simples. Logo, o número de linhas é $2^2 = 4$.

Passo 2 e Passo 3: desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada

Para obter **((PV~Q)→(P→Q))**, devemos determinar **(PV~Q)**e **(P→Q)**.

Para obter **(PV¬Q)**, devemos determinar **P** e **~Q**.

Para obter ~**Q**, devemos determinar **Q**

Para obter **(P→Q)**, devemos determinar **P** e **Q**.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

~Q tem o valor lógico oposto ao de **Q**.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F			
V	F	V			
F	V	F			
F	F	V			

PV~Q é falso quando **P** e ~**Q** são ambos falsos. Nos demais casos, é verdadeiro.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F	V		
V	F	V	V		
F	V	F	F		
F	F	V	V		

P→Q é falso somente quando o antecedente **P** é verdadeiro e o consequente **Q** é falso. Nos demais casos, é verdadeiro.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F	V	V	
V	F	V	V	F	
F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	

Finalmente, **(PV~Q)→(P→Q)** é falso quando o antecedente **(PV~Q)** é verdadeiro e o consequente **(P→Q)** é falso. Nos demais casos, **(PV~Q)→(P→Q)** é verdadeiro.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Note, portanto, que a proposição **(PV~Q)→(P→Q)** assume a valoração verdadeira para apenas <u>**três**</u> valorações de **P** e **Q**.

Gabarito: Letra D.

6. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) No cálculo proposicional, dada a fórmula (P→Q)→(¬P∧Q), exatamente em quantas valorações do par (P,Q) essa proposição assume o valor verdade?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentários:

Vamos montar a tabela-verdade de **(P→Q)→(~P∧Q)**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade

Temos $n = 2$ proposições simples. Logo, o número de linhas é $2^2 = 4$.

Passo 2 e Passo 3: desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada

Para obter **(P→Q)→(~P∧Q)**, devemos determinar **(P→Q)** e **(~P∧Q)**.

Para obter **(P→Q)**, devemos determinar **P** e **Q**.

Para obter **(~P∧Q)**, devemos determinar **~P** e **Q**,

Para obter **~P**, devemos determinar **P**.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

~P tem o valor lógico oposto ao de **P**.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			

P→Q é falso somente quando o antecedente **P** é verdadeiro e o consequente **Q** é falso. Nos demais casos, é verdadeiro.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F	V		
V	F	F	F		
F	V	V	V		
F	F	V	V		

~P∧Q é verdadeiro somente quando o ~**P** e **Q** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, é falso.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F	V	F	
V	F	F	F	F	
F	V	V	V	V	
F	F	V	V	F	

Finalmente, **(P→Q)→(~P∧Q)** é falso quando o antecedente **(P→Q)** é verdadeiro e o consequente **(~P∧Q)** é falso. Nos demais casos, **(P→Q)→(~P∧Q)** é verdadeiro.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F

Note, portanto, que a proposição **(P→Q)→(~P∧Q)** assume a valoração verdadeira para apenas <u>**duas**</u> valorações do par (**P**, **Q**).

Gabarito: Letra C.

7. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) x ↔ y possui a mesma tabela verdade que

a) ¬x → y

b) ¬x → ¬y

c) (x → y)∨y

d) (x → y)∧(y → x)

e) (x → y)∨(¬y → x)

Comentários:

Lembre-se que uma das formas de se reescrever "**p se e somente se q**" é dada por "**p somente se q e q somente se p**". Isso significa que **p↔q** e **(p→q)∧(q→p)** apresentam a mesma tabela-verdade.

Para o caso em questão, **x↔y** apresenta a mesma tabela-verdade de **(x → y)∧(y → x)**. Para verificar formalmente o fato, podemos colocar **x↔y** e **(x → y)∧(y → x)** lado a lado na mesma tabela:

x	y	x→y	y→x	(x→y)∧(y→x)	x↔y
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Gabarito: Letra D.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Tautologia, contradição e contingência

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Moléculas sempre falsas, independentemente do valor lógico das proposições que as compõem, constituem uma

a) contingência

b) contradição

c) equivalência

d) geometria

e) tautologia

Comentários:

Pessoal, "**molécula**", para o nosso contexto, é uma palavra que significa "**proposição composta**".

A questão pergunta pelo termo que define as **proposições compostas que são sempre falsas** independentemente do valor lógico das proposições que as compõem. O termo correspondente é "**contradição**".

Gabarito: Letra B.

2.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a presidência, o candidato P será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição constitui um(a)

a) silogismo.

b) contingência.

c) contradição.

d) equivalência.

e) tautologia.

Comentários:

Vamos definir a seguinte proposição simples:

p: " Na eleição para a presidência, o candidato P será eleito."

Note que a negação dessa proposição simples é:

~p: " Na eleição para a presidência, o candidato P **não** será eleito."

Observe que a proposição composta apresentada pelo enunciado corresponde a **p∨~p**:

p∨~p: "Na eleição para a presidência, o candidato P será eleito **ou** **não** será eleito."

Trata-se de uma **tautologia** pois, **p∨~p** sempre assume o valor verdadeiro.

Gabarito: Letra E.

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2012/Adaptada)

p	q	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

Da análise da tabela verdade associada às fórmulas F_i, $1 \leq i \leq 14$, formadas a partir das proposições p e q, onde V significa interpretação verdadeira e F interpretação falsa, conclui-se que

a) $F_4 \cap F_{13}$ é uma tautologia.

b) F_9 implica F_3.

c) $F_3 \leftrightarrow F_{12}$ é uma tautologia.

d) F_1 é uma contradição.

Comentários:

Note que a tabela apresenta proposições compostas dadas por F_1, F_2, ..., F_{14}. Essas proposições compostas são formadas somente pelas proposições simples **p** e **q**.

Vamos comentar cada alternativa.

a) $F_4 \cap F_{13}$ é uma tautologia. ERRADO.

Note que a alternativa usou o símbolo "∩" para se referir ao conectivo "e", mais comumente representado por "∧".

A partir dos valores de F_4 e de F_{13} fornecidos pela tabela, podemos obter a conjunção $F_4 \wedge F_{13}$, que é **verdadeira somente quando** F_4 e F_{13} são **simultaneamente verdadeiros**.

p	q	F_4	F_{13}	$F_4 \wedge F_{13}$
V	V	V	F	F
F	V	V	F	F
V	F	F	F	F
F	F	F	V	F

Veja que a conjunção em questão é sempre falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**, não de uma tautologia.

b) F_9 implica F_3. CERTO.

Ao afirmar que **F_9 implica F_3**, a questão está questionando se a condicional **$F_9 \rightarrow F_3$** é uma **tautologia**. A partir dos valores de **F_9** e de **F_3** fornecidos pela tabela, podemos obter a condicional **$F_9 \rightarrow F_3$**.

p	q	F_9	F_3	$F_9 \rightarrow F_3$
V	V	F	V	V
F	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	F	V	V	V

Como todos os valores obtidos para **$F_9 \rightarrow F_3$** são verdadeiros, trata-se de uma **tautologia**. Em outras palavras, **F_9 implica F_3**.

c) $F_3 \leftrightarrow F_{12}$ é uma tautologia. ERRADO.

A partir dos valores de **F_3** e de **F_{12}** fornecidos pela tabela, podemos obter a bicondicional **$F_3 \leftrightarrow F_{12}$**.

p	q	F_3	F_{12}	$F_3 \leftrightarrow F_{12}$
V	V	V	F	F
F	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	F	V	F	F

Note que a bicondicional é sempre falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**, não de uma tautologia.

d) F_1 é uma contradição. ERRADO.

Note que a proposição composta **F_1,** formada pelas proposições simples **p** e **q**, é sempre verdadeira. Logo, estamos diante de uma **tautologia**.

Gabarito: Letra B.

4.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Sejam p e q proposições. Das alternativas abaixo, apenas uma é tautologia. Assinale-a.

a) p∨q

b) p∧q

c) (p∧q)→q

d) (p∨q)→q

e) ~p∧~q

Comentários:

Vamos identificar a alternativa que apresenta uma tautologia, considerando que **p** e **q** são **proposições simples**.

a) p∨q. **ERRADO.**

A alternativa apresenta uma **disjunção inclusiva**, que é falsa quando os termos **p** e **q** são ambos falsos. Nos demais casos, a disjunção inclusiva é verdadeira. Trata-se, portanto, de uma **contingência**.

b) p∧q. ERRADO.

A alternativa apresenta uma **conjunção**, que é verdadeira quando os termos **p** e **q** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, a conjunção é falsa. Trata-se, portanto, de uma **contingência**.

c) (p∧q)→q. CERTO. Este é o **gabarito**.

Vamos mostrar que **(p∧q)→q** é uma tautologia **provando por absurdo**.

Suponha que é possível que a proposição seja falsa. Nesse caso, para a condicional ser falsa:

- O antecedente **(p∧q)** **deve ser verdadeiro**; e
- O consequente **q** deve ser falso.

Note, porém, que sendo **q** falso, a conjunção **p∧q** **deve ser falsa**!

Observe, portanto, que chegamos ao **absurdo** de que **p∧q** deve ser **verdadeiro e falso ao mesmo tempo**. Isso significa que **não é possível que a proposição (p∧q)→q seja falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

d) (p∨q)→q. ERRADO.

Para mostrar que a proposição composta não é uma tautologia, podemos montar a sua tabela-verdade e verificar que existe um caso em que ela é falsa.

p	q	p∨q	(p∨q)→q
V	V	V	V
V	F	V	F
F	V	V	V
F	F	F	V

e) ~p∧~q. ERRADO.

A alternativa apresenta uma conjunção de duas proposições simples negadas. Trata-se de uma contingência, como se pode verificar na tabela-verdade a seguir:

p	q	~p	~q	~p∧~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Gabarito: Letra C.

5.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Dado que W, Y e Z são proposições no contexto do Cálculo Proposicional, podendo assumir valores falsos ou verdadeiros, conclui-se que

a) se W é contradição, então W ∩ Z é tautologia.

b) se Y é contradição, então Y → Z é tautologia.

c) se Z é tautologia, então W∪Z é contradição.

d) se W e Y são contradições, então W∪Y é tautologia.

e) se W e Y são tautologias e Z contradição, então W∩(Y∪Z) é contradição.

Comentários:

Antes de avaliar cada alternativa, observe que:

- O símbolo "∩" refere-se ao conectivo "e", mais comumente representado por "∧".
- O símbolo "∪" refere-se ao conectivo "ou", mais comumente representado por "∨".

a) se W é contradição, então W ∩ Z é tautologia. ERRADO.

Se **W** é uma **contradição**, **W ∩ Z** é a conjunção de **um termo que é sempre falso** com outro termo que pode ser verdadeiro ou falso.

Isso significa que **conjunção** em questão é **sempre falsa**, pois para que uma conjunção seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros.

b) se Y é contradição, então Y → Z é tautologia. CERTO. Este é o gabarito.

Note que, se o antecedente **Y** do condicional em questão é uma contradição, esse antecedente é sempre falso. Isso significa que podemos ter apenas os seguintes casos para a condicional **Y → Z**:

$$F \rightarrow V$$

$$F \rightarrow F$$

Note, portanto, que a condicional será sempre verdadeira. Logo, estamos diante de uma **tautologia**.

c) se Z é tautologia, então W∪Z é contradição. ERRADO.

Para a disjunção inclusiva W∪Z ser falsa, **ambos os termos devem ser falsos**. **Como Z é uma tautologia**, **um dos termos da disjunção inclusiva é sempre verdadeiro**. Consequentemente, a disjunção inclusiva será sempre verdadeira, ou seja, **W∪Z** é uma **tautologia**

d) se W e Y são contradições, então W∪Y é tautologia. ERRADO.

Como **W e Y** são contradições, **W∪Y** será a disjunção inclusiva de dois termos que são sempre falsos. Logo, essa disjunção inclusiva será sempre falsa, isto é, uma **contradição**.

e) se W e Y são tautologias e Z contradição, então W∩(Y∪Z) é contradição. ERRADO.

Se W e Y são tautologias e Z contradição, então podemos definir o valor lógico de **W∩(Y∪Z)**:

$$W \wedge (Y \vee Z)$$

$$V \wedge (V \vee F)$$

$$V \wedge (V)$$

$$V$$

Portanto, se W e Y são tautologias e Z contradição, **W∩(Y∪Z)** é **sempre verdadeira**, isto é, trata-se de **tautologia.**

Gabarito: Letra B.

6.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições abaixo é uma tautologia?

a) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p))$

b) $(p \rightarrow q) \vee (p \leftrightarrow q)$

c) $(\neg p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow p$

e) $(p \vee q \rightarrow q) \rightarrow p$

Comentários:

Para resolver essa questão, vamos montar a tabela-verdade em cada alternativa. Quando a proposição for sempre verdadeira, estaremos diante de uma tautologia.

a) (q→p)→(p→(q→p)). CERTO. Este é o gabarito, pois trata-se de uma **tautologia**.

p	q	q→p	p→(q→p)	(q→p)→(p→(q→p))
V	V	V	V	**V**
V	F	V	V	**V**
F	V	F	V	**V**
F	F	V	V	**V**

b) (p→q)V(p↔q). ERRADO. Temos uma **contingência**.

p	q	p→q	p↔q	(p→q)V(p↔q)
V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	**F**
F	V	V	F	**V**
F	F	V	V	**V**

c) (¬pVq)→(q→p) ERRADO. Temos uma **contingência**.

p	q	~p	~pVq	q→p	(~pVq)→(q→p)
V	V	F	V	V	**V**
V	F	F	F	V	**V**
F	V	V	V	F	**F**
F	F	V	V	V	**V**

d) (p→q)→p. **ERRADO**. Temos uma **contingência**.

p	q	p→q	(p→q)→p
V	V	V	**V**
V	F	F	**V**
F	V	V	**F**
F	F	V	**F**

e) (pVq→q)→p. ERRADO. Temos uma **contingência**.

Lembre-se que, pela ordem de precedência dos conectivos, a disjunção inclusiva precede a condicional, de modo que **(pVq→q)** **deve ser entendido como ((pVq)→q)**, **não como (pV(q→q))**.

p	q	pvq	(pvq)→q	((pvq)→q)→p
V	V	V	V	**V**
V	F	V	F	**V**
F	V	V	V	**F**
F	F	F	V	**F**

Gabarito: Letra A.

7.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Qual das proposições abaixo é uma contradição?

a) (P→Q)V¬Q

b) (P∧¬P)→Q

c) ¬(PVQ)↔(PVQ)

d) (P↔P)∧(PVQ)

e) (P↔Q)V(QV¬Q)

Comentários:

Para resolver a questão, vamos evitar usar a tabela-verdade;

Sabemos que **contradição** é uma proposição composta cujo **valor lógico é sempre falso**. Vamos verificar as alternativas, **eliminando aquelas em que a proposição composta pode ser verdadeira**.

a) (P→Q)V~Q. ERRADO.

Para uma disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, basta que um de seus termos seja verdadeiro,

Note que o termo **(P→Q)** apresenta três possibilidades em que ele é verdadeiro: V→V, F→V e F→F. Logo, qualquer que seja o valor de ~**Q**, **é possível que (P→Q)V~Q seja verdadeiro**, pois sabemos que um de seus termos, **(P→Q)**, pode ser verdadeiro. Portanto, **não estamos diante de uma contradição**.

b) (P∧¬P)→Q. ERRADO.

Na condicional em questão, sabemos que o antecedente **(P∧~P)** é sempre falso (conforme vimos na teoria da aula). Portanto, o condicional apresentado é da seguinte forma:

$$\mathbf{F} \rightarrow \mathbf{Q}$$

Trata-se se uma **condicional cujo antecedente é sempre falso**. Logo, **temos uma condicional que é sempre verdadeira**, pois **F**→V e **F**→F são ambos verdadeiros. Portanto, temos uma **tautologia**.

c) ¬(PVQ)↔(PVQ). CERTO. Este é o gabarito.

Lembre-se que, para uma **bicondicional** ser **verdadeira**, **ambos os termos devem apresentar o mesmo valor lógico**.

Note que a bicondicional apresentada é composta por um termo **(P∨Q)** e pela sua negação ~**(P∨Q)**:

- Quando **(P∨Q)** for verdadeiro, ~**(P∨Q)** será falso.
- Quando **(P∨Q)** for falso, ~**(P∨Q)** será verdadeiro.

Isso significa que a bicondicional em questão poderá apresentar os seguintes formatos:

$$F \leftrightarrow V$$

$$V \leftrightarrow F$$

Logo, a **bicondicional** em questão é **sempre falsa**. Portanto, estamos diante de uma **contradição**.

d) (P↔P)∧(P∨Q). ERRADO.

Lembre-se que, para uma **bicondicional** ser **verdadeira**, **ambos os termos devem apresentar o mesmo valor lógico**. Como os dois termos da bicondicional **P↔P** são iguais, **P↔P** é sempre verdadeiro. Logo, a conjunção em questão é:

$$V \wedge (P \vee Q)$$

Temos, portanto, a conjunção de um termo sempre verdadeiro com o termo (**P∨Q**). Note, portanto, que o valor lógico dessa conjunção depende exclusivamente de **(P∨Q)**, que pode ser verdadeiro ou falso.

- Se **(P∨Q)** for verdadeiro, teremos a conjunção **V** ∧ **V**, que é verdadeira;
- Se **(P∨Q)** for falso, teremos a conjunção **V** ∧ **F**, que é falsa;

Veja, portanto, que **(P↔P)∧(P∨Q)** **pode ser verdadeira** e, portanto, **não se trata de uma contradição**.

e) (P↔Q)∨(Q∨¬Q). ERRADO.

Vimos na teoria que **P∨~P** é uma tautologia, isto é, trata-se de uma proposição sempre verdadeira. Analogamente, (**Q∨~Q**) é uma tautologia.

Isso significa que a proposição composta apresentada na alternativa, **(P↔Q)∨(Q∨~Q)**, é a disjunção inclusiva de **(P↔Q)** com um termo sempre verdadeiro: **(Q∨~Q).**

Logo, estamos diante de uma **disjunção inclusiva sempre verdadeira**, pois um de seus termos é sempre verdadeiro. Portanto, temos uma **tautologia**, não uma contradição.

Gabarito: Letra C.

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Introdução às proposições

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições a seguir pertence à classe das declarativas, aceitando apenas dois valores que se excluem, verdadeiro (V) ou falso (F)?

a) Escreva um livro.

b) Onde Maria mora?

c) Que belo automóvel é este amarelo!

d) Duas retas de um plano são paralelas ou incidentes.

e) Verifique a instalação elétrica.

GABARITO – CESGRANRIO

Introdução às proposições

1. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Proposições compostas

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Para se construir uma proposição composta, são necessárias duas ou mais proposições simples e o uso de

a) cursores

b) conectivos

c) propositivos

d) preemptivos

e) pontes

2. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual é o conectivo lógico da proposição "José corre, mas não alcança o ônibus"?

a) Conjunção

b) Condicional

c) Negação

d) Disjunção

e) Disjunção Exclusiva

3. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Sejam p e q duas proposições lógicas simples tais que o valor lógico da implicação $(\sim p) \rightarrow (\sim q)$ é FALSO.

O valor lógico da proposição $p \vee (\sim q)$ é igual ao valor lógico da proposição

a) $(\sim q) \rightarrow p$

b) $(\sim q) \rightarrow (\sim p)$

c) $(\sim p) \vee (\sim q)$

d) $(\sim p) \wedge q$

e) $p \wedge q$

4. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Que valoração torna a fórmula acima falsa?

a) p = falso, q = verdadeiro, r = falso

b) p = falso, q = falso, r = verdadeiro

c) p = verdadeiro, q = falso, r = verdadeiro

d) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = falso

e) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = verdadeiro

5.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Os amigos André, Carlos e Sérgio contavam histórias acerca de suas incursões futebolísticas. André e Sérgio mentiram, mas Carlos falou a verdade. Então, dentre as opções seguintes, aquela que contém uma proposição verdadeira é:

a) Se Carlos mentiu, então André falou a verdade.

b) Se Sérgio mentiu, então André falou a verdade.

c) Sérgio falou a verdade e Carlos mentiu.

d) Sérgio mentiu e André falou a verdade.

e) André falou a verdade ou Carlos mentiu.

GABARITO – CESGRANRIO

Proposições compostas

1. LETRA B
2. LETRA A
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Conversão da linguagem natural para a proposicional

1.(CESGRANRIO/BNDES/2009) Considere a seguinte proposição composta:

"Você não pode dirigir um trator se tiver menos que 1m, a não ser que tenha habilitação especial.", em que:

"∧" representa "e";

"∨" representa "ou";

"¬" representa "negação";

"→" representa implicação;

"↔" representa equivalência.

Proposições primitivas:

P: "Você pode dirigir um trator."

Q: "Você tem menos de 1m."

R: "Você tem habilitação especial."

Qual alternativa simboliza corretamente a proposição?

a) $(Q \land \neg R) \rightarrow \neg P$

b) $(Q \lor \neg R) \rightarrow P$

c) $(\neg Q \land R) \rightarrow \neg P$

d) $(Q \lor R) \leftrightarrow P$

e) $(Q \land R) \leftrightarrow \neg P$

GABARITO – CESGRANRIO

Conversão da linguagem natural para a proposicional

1. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES - CESGRANRIO

Tabela-verdade

1.(CESGRANRIO/BNDES/2011) Ao analisar a documentação de um sistema de informação, um programador observa uma tabela-verdade T formada pelas proposições P, Q, R, X e Y.

Qual o número de linhas de T?

a) 5

b) 11

c) 20

d) 32

e) 50

2. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Na lógica sentencial clássica, dada uma linguagem L que contém as proposições p, q e r, quantas linhas deve ter a tabela verdade da proposição $[(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)] \leftrightarrow r$?

a) 4

b) 8

c) 16

d) 24

e) 32

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Uma tabela verdade de proposições é construída a partir do número de seus componentes. Quantas combinações possíveis terá a tabela verdade da proposição composta "O dia está bonito então vou passear se e somente se o pneu do carro estiver cheio."?

a) 1

b) 3

c) 6

d) 8

e) 12

4. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Seja a tabela verdade a seguir.

p	q	¬p	¬p→q
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Quantas vezes, sem considerar os valores já preenchidos, o valor F aparece ao se completar essa tabela?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Dada a proposição ((P∨¬Q)→(P→Q)) da lógica sentencial, ela assume a valoração verdadeira para

a) nenhuma valoração de P e Q.

b) apenas uma valoração de P e Q.

c) apenas duas valorações de P e Q.

d) apenas três valorações de P e Q.

e) quatro valorações de P e Q.

6. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) No cálculo proposicional, dada a fórmula (P→Q)→(¬P∧Q), exatamente em quantas valorações do par (P,Q) essa proposição assume o valor verdade?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

7. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) $x \leftrightarrow y$ possui a mesma tabela verdade que

a) $\neg x \rightarrow y$

b) $\neg x \rightarrow \neg y$

c) $(x \rightarrow y) \vee y$

d) $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$

e) $(x \rightarrow y) \vee (\neg y \rightarrow x)$

GABARITO - CESGRANRIO

Tabela-verdade

1. LETRA D
2. LETRA B
3. LETRA D
4. LETRA B
5. LETRA D
6. LETRA C
7. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Tautologia, contradição e contingência

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Moléculas sempre falsas, independentemente do valor lógico das proposições que as compõem, constituem uma

a) contingência

b) contradição

c) equivalência

d) geometria

e) tautologia

2.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a presidência, o candidato P será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição constitui um(a)

a) silogismo.

b) contingência.

c) contradição.

d) equivalência.

e) tautologia.

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2012/Adaptada)

p	q	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

Da análise da tabela verdade associada às fórmulas F_i, $1 \le i \le 14$, formadas a partir das proposições p e q, onde V significa interpretação verdadeira e F interpretação falsa, conclui-se que

a) $F_4 \cap F_{13}$ é uma tautologia.

b) F_9 implica F_3.

c) $F_3 \leftrightarrow F_{12}$ é uma tautologia.

d) F_1 é uma contradição.

4.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Sejam p e q proposições. Das alternativas abaixo, apenas uma é tautologia. Assinale-a.

a) p∨q

b) p∧q

c) (p∧q)→q

d) (p∨q)→q

e) ~p∧~q

5.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Dado que W, Y e Z são proposições no contexto do Cálculo Proposicional, podendo assumir valores falsos ou verdadeiros, conclui-se que

a) se W é contradição, então W ∩ Z é tautologia.

b) se Y é contradição, então Y → Z é tautologia.

c) se Z é tautologia, então W∪Z é contradição.

d) se W e Y são contradições, então W∪Y é tautologia.

e) se W e Y são tautologias e Z contradição, então W∩(Y∪Z) é contradição.

6.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições abaixo é uma tautologia?

a) (q→p)→(p→(q→p))

b) (p→q)∨(p↔q)

c) (¬p∨q)→(q→p)

d) (p→q)→p

e) (p∨q→q)→p

7.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Qual das proposições abaixo é uma contradição?

a) (P→Q)∨¬Q

b) (P∧¬P)→Q

c) ¬(P∨Q)↔(P∨Q)

d) (P↔P)∧(P∨Q)

e) (P↔Q)∨(Q∨¬Q)

GABARITO – CESGRANRIO

Tautologia, contradição e contingência

1. LETRA B
2. LETRA E
3. LETRA B
4. LETRA C
5. LETRA B
6. LETRA A
7. LETRA C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.