Aula 11

PRF (Policial) Raciocínio Lógico Matemático - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

21 de Março de 2023

Índice

FRAÇÕES

Frações

Introdução

$$\frac{a}{b}\ \begin{matrix} \longrightarrow \text{Numerador} \\ \longrightarrow \text{Denominador} \end{matrix}$$

A fração $\boldsymbol{a/b}$ é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **não apresentam fatores primos em comum**. Em outras palavras, uma fração $\boldsymbol{a/b}$ é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **são primos entre si**.

Duas frações são **equivalentes** quando **representam o mesmo número**.

Para **somar e subtrair** frações, devemos transformar todas as frações em **frações equivalentes com o mesmo denominador**.

Para realizar a **multiplicação de frações**, realiza-se a multiplicação dos numeradores e a multiplicação dos denominadores.

Para realizar a **divisão** de uma fração pela outra, devemos inverter a segunda fração e realizar a multiplicação.

Para **comparar frações**, devemos encontrar frações equivalentes que apresentem o mesmo denominador.

Problemas envolvendo frações

A palavra "**de**" costuma significar uma **multiplicação**.
Uma forma prática de se **obter o todo a partir da parte** do problema é utilizar o recurso "**inverte e multiplica**".
Dada uma fração $\boldsymbol{a/b}$, a **fração complementar** corresponde a $\boldsymbol{1 - a/b}$.

Dízima periódica

O **período** é a porção que se repete em uma dízima periódica.

- Um número da forma $\mathbf{0,AAA\ldots = 0,\overline{A}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{A}}{9}$;
- Um número da forma $\mathbf{0,ABABAB\ldots = 0,\overline{AB}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{AB}}{99}$;
- Um número da forma $\mathbf{0,ABCABCABC\ldots = 0,\overline{ABC}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{ABC}}{999}$;
- E assim sucessivamente.

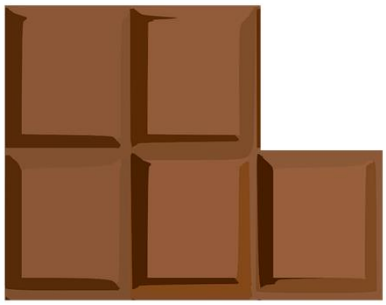
Para dízimas periódicas que fogem desse padrão, devemos modificá-las de modo a deixá-las no formato que conhecemos.

Introdução

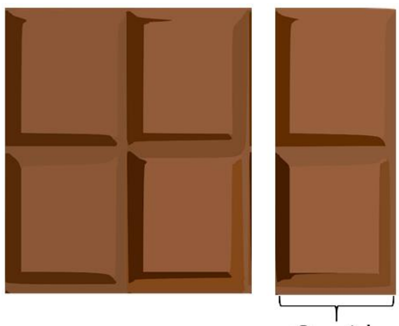
Conceitos preliminares

A assimilação plena do conceito de frações é fundamental para se entender diversos outros assuntos de matemática. Para ilustrar a ideia, considere a barra de chocolate a seguir com 6 pedaços.

Comer 5/6 (cinco sextos) da barra de chocolate significa comer 5 dos 6 pedaços. Para o caso em questão, 5/6 representa a seguinte parte que foi comida:

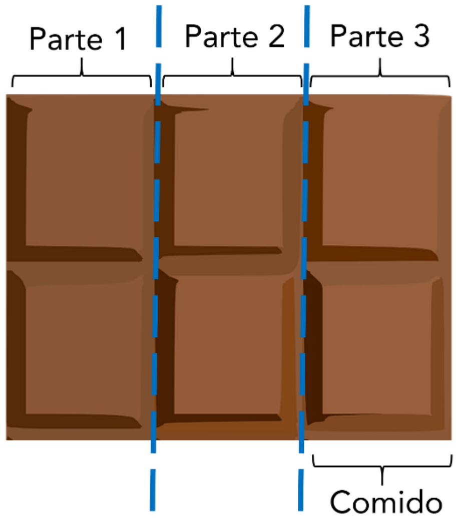


Comer 2/6 (dois sextos) da barra de chocolate significa comer 2 dos 6 pedaços:



E se disséssemos que comemos 1/3 (um terço) da barra de 6 pedaços, o que isso significa? Significa que, a cada três pedaços existentes na barra, comemos um pedaço. Como a nossa barra tem 6 pedaços, 1/3 da nossa barra corresponde a 2 pedaços.

Uma outra forma de se pensar que foi comido 1/3 da barra é dividir a barra em três e comer um desses três pedaços.



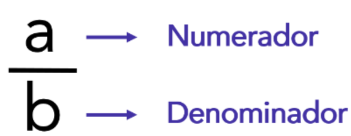
Note, portanto, que dizer que se comeu 2/6 da barra é a mesma coisa do que dizer que se comeu 1/3 da barra. Isso porque as duas frações são equivalentes:

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Composição básica de uma fração

Uma fração é um número racional que representa uma divisão composta por dois termos:

- O numerador, que representa o dividendo; e
- O denominador, que representa o divisor.



Frações equivalentes e frações irredutíveis

Considere uma fração com numerador $\boldsymbol{a}$ e denominador $\boldsymbol{b}$, representada por $\boldsymbol{a}/\boldsymbol{b}$. Dizemos que a fração é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **não apresentam fatores primos em comum**. Em outras palavras, uma fração $\boldsymbol{a}/\boldsymbol{b}$ é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **são primos entre si**. Exemplos:

- $\frac{2}{7}$ é uma fração irredutível, pois 2 e 7 não apresentam fatores primos em comum;

- $\frac{3}{6}$ **não** é uma fração irredutível, pois 3 e 6 apresentam fatores primos em comum, uma vez que 6 pode ser decomposto por $2\times\mathbf{3}$;

- $\frac{14}{15}$ é uma fração irredutível, pois 14 e 15 não apresentam fatores primos em comum, uma vez que suas decomposições são $14=2\times 7$ e $15=3\ \times 5$;

- $\frac{14}{84}$ **não** é uma fração irredutível, pois 14 e 84 apresentam fatores primos em comum, uma vez que suas decomposições são $14 = \mathbf{2} \times \mathbf{7}$ e $84 = \mathbf{2}^2 \times 3 \times \mathbf{7}$.

Para simplificar uma fração e torná-la irredutível, podemos dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número sucessivamente até que tal divisão não seja mais possível. Exemplo:

$$\frac{84}{120} \overset{\div 2}{\underset{\div 2}{=}} \frac{42}{60} \overset{\div 2}{\underset{\div 2}{=}} \frac{21}{30} \overset{\div 3}{\underset{\div 3}{=}} \frac{7}{10}$$

Uma outra forma de tornar uma fração irredutível é decompor o numerador e o denominador em fatores primos e "simplificar" os fatores comuns. Exemplo:

$$\frac{84}{120} = \frac{\cancel{2}^{2}.\cancel{3}.7}{\cancel{2}^{3}_{\;2}.\cancel{3}.5} = \frac{7}{2.5} = \frac{7}{10}$$

Veja que não necessariamente precisamos decompor em fatores primos para simplificar a fração. Podemos também transformar o numerador em produtos "convenientes" para assim realizar a simplificação.

$$\frac{84}{120} = \frac{\cancel{12}.7}{\cancel{12}.10} = \frac{7}{10}$$

Duas **frações são equivalentes quando representam o mesmo número**, ou seja, quando são iguais. No exemplo acima, $\frac{84}{120}$, $\frac{42}{60}$, $\frac{21}{30}$ e $\frac{7}{10}$ são equivalentes, pois:

$$\frac{84}{120} = \frac{42}{60} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

(Pref. Sto. Augusto/2020) Ao simplificar a fração $\frac{12}{36}$ obtém-se:

a) 1/6

b) 1/3

c) 1/2

d) 1/4

e) 1/5

Comentários:

Podemos transformar o denominador em 3×12

$$\frac{12}{36} = \frac{\mathbf{12}}{3 \times \mathbf{12}}$$

Simplificando o número **12**, obtém-se:

$$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: Letra B.

Soma e subtração de frações

Para somar e subtrair frações, devemos transformar todas as frações em **frações equivalentes com o mesmo denominador**.

Para que todas as frações tenham o mesmo denominador, devemos obter o **mínimo múltiplo comum (MMC) de todos os denominadores**. Exemplo:

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} + \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}}$$

O mínimo múltiplo comum dos denominadores é $\text{MMC}\ (3;\ 5; 10)\ =\ 30$. Logo, os denominadores das três frações devem ser 30. Para acharmos os numeradores, devemos determinar as frações equivalentes cujo denominador é 30.

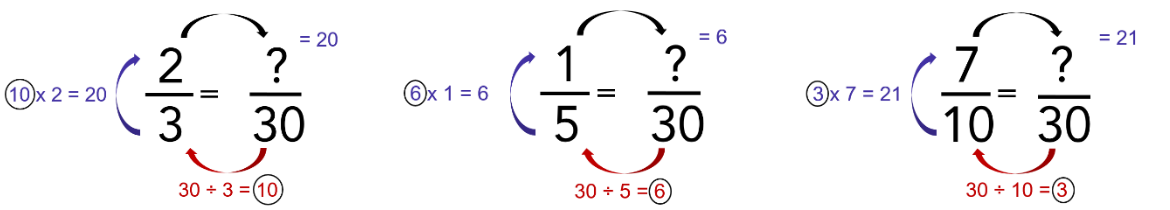
$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{(30 \div 3) \times 2}{30} = \frac{10 \times 2}{30} = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{30}}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} = \frac{(30 \div 5) \times 1}{30} = \frac{6 \times 1}{30} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{30}}$$

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}} = \frac{(30 \div 10) \times 7}{30} = \frac{3 \times 7}{30} = \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{30}}$$

ESCLARECENDO!

Uma forma prática de obter essas frações equivalentes de denominador 30 é realizar o seguinte procedimento:



Voltando ao problema, temos:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{7}{10}=$$

$$\frac{20}{30}+\frac{6}{30}+\frac{21}{30}=$$

$$\frac{20+6+21}{30}=$$

$$\frac{47}{30}$$

Para realizar uma subtração de frações, devemos realizar o mesmo procedimento.

$$\frac{44}{60}-\frac{20}{30}$$

$$\frac{44}{60}-\frac{40}{60}$$

$$\frac{44-40}{60}=\frac{4}{60}$$

No caso em questão, **podemos tornar a fração 4/60 irredutível**. Se dividirmos o numerador e o denominador por 4 (ou seja, se dividirmos duas vezes por 2), obtemos:

$$\frac{4}{60}=\frac{1}{15}$$

(PC RJ/2022) Considere a soma

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{8}+\frac{7}{10}=\frac{a}{b}$$

sendo os números naturais a e b primos entre si.

O valor da soma $a+b$ é:

a) 35;

b) 47;

c) 181;

d) 227;

e) 269.

Comentários:

Primeiramente, vamos realizar a soma das frações do lado esquerdo da equação.

Para realizar a soma, devemos escrever as frações em um denominador comum. O menor denominador comum possível para realizar a soma é o **MMC entre 6, 8 e 10**. Decompondo esses números em fatores primos, temos:

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2^3$$

$$10 = 2 \times 5$$

Devemos selecionar <u>todos</u> os fatores primos obtidos com os <u>maiores expoentes</u> e realizar o produto.

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2^3$

$10 = 2 \quad \times 5$

Logo, $\text{MMC}(6; 8; 10) = 2^3 \times 3 \times 5 = \mathbf{120}$.

Portanto:

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} + \frac{7}{10}$$

$$= \frac{(120 \div 6) \times 1}{\mathbf{120}} + \frac{(120 \div 8) \times 3}{\mathbf{120}} + \frac{(120 \div 10) \times 7}{\mathbf{120}}$$

$$= \frac{20}{120} + \frac{45}{120} + \frac{84}{120}$$

$$= \frac{20 + 45 + 84}{120}$$

$$= \frac{\mathbf{149}}{\mathbf{120}}$$

Temos que $\frac{\mathbf{149}}{\mathbf{120}}$ **é igual a** $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$, <u>**sendo $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ primos entre si**</u>.

Dois números são primos entre si quando <u>não apresentam fatores primos em comum</u>. Em outras palavras, sendo os números a e b <u>primos entre si</u>, temos que $\frac{a}{b}$ é uma fração em que não se pode simplificar o numerador com o denominador. Consequentemente, $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ <u>**é uma fração irredutível**</u>. **Devemos, portanto, obter a fração irredutível equivalente a** $\frac{\mathbf{149}}{\mathbf{120}}$.

Veja que:

$$120 = 10 \times 12$$

$$= (2 \times 5) \times (3 \times 4)$$

$$= (2 \times 5) \times (3 \times 2^2)$$

$$= 2^3 \times 3 \times 5$$

Isso significa que **o número 120 apresenta os fatores primos 2, 3 e 5**. Ao tentar dividir 149 por 2, 3 e 5, percebe-se que sempre temos um resto. Isso significa que 120 e 149 não apresentam fatores primos em comum. Assim, 149 e 120 são primos entre si. Consequentemente, a fração irredutível $\frac{a}{b}$ é $\frac{149}{120}$. Logo:

$$a = 149$$

$$b = 120$$

Portanto:

$$a + b = 149 + 120$$
$$= 269$$

Gabarito: Letra E.

(MANAUSPREV/2015) Considere as expressões numéricas, abaixo.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

O valor, aproximado, da soma entre A e B é

a) 2.

b) 3.

c) 1.

d) 2,5.

e) 1,5.

Comentários:

Primeiramente, vamos realizar a soma para A. Note que todos os denominadores 2, 4, 8, 16 e 32 são potências de 2 e o MMC entre eles é 32.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$
$$= \frac{16}{32} + \frac{8}{32} + \frac{4}{32} + \frac{2}{32} + \frac{1}{32}$$
$$= \frac{16 + 8 + 4 + 2 + 1}{32}$$
$$= \frac{31}{32}$$

Vamos agora realizar a soma para B. Perceba que os denominadores 3, 9, 27, 81 e 243 são potências de 3 e o MMC entre eles é 243.

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$
$$= \frac{81}{243} + \frac{27}{243} + \frac{9}{243} + \frac{3}{243} + \frac{1}{243}$$
$$= \frac{81 + 27 + 9 + 3 + 1}{243}$$
$$= \frac{121}{243}$$

A soma entre A e B é:

$$A + B = \frac{31}{32} + \frac{121}{243}$$

Note que 31/32 é aproximadamente 32/32. Logo:

$$\frac{31}{32} \approx \frac{32}{32} = 1$$

Além disso, 121/243 é aproximadamente 121/242. Logo:

$$\frac{121}{243} \approx \frac{121}{242} = 0{,}5$$

Portanto, a soma de A e B é, aproximadamente:

$$A + B \approx 1 + 0{,}5 = 1{,}5$$

Gabarito: Letra E.

Multiplicação e divisão de frações

Para realizar a **multiplicação de frações**, realiza-se a multiplicação dos numeradores e a multiplicação dos denominadores, obtendo-se a fração resultante:

$$\frac{3}{4} \times \frac{20}{9} = \frac{3 \times 20}{4 \times 9} = \frac{60}{36}$$

Veja que a fração obtida não é irredutível. Uma forma mais rápida de se obter a fração irredutível é simplificar a expressão antes de realizar a multiplicação:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{5}{3}$$

Para realizar a **divisão** de uma fração pela outra, devemos inverter a segunda fração e realizar a multiplicação:

$$\frac{3}{4} \div \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{20}} = \frac{3}{4} \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{9}}$$

O mesmo ocorre para quando temos um denominador que corresponde a uma fração:

$$\frac{3}{\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{20}}} = 3 \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{9}}$$

(TRF 4/2014) O número que corresponde ao resultado da expressão numérica

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{4}$$

é igual a

a)5 /9.

b) 13/36.

c) 3.

d) 1.

e)7/18.

Comentários:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{7}{10} + \frac{1}{9} \times \frac{9}{4}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2.2} + \frac{5}{6} \times \frac{7}{2.5} + \frac{1}{9} \times \frac{9}{4}$$

Simplificando os produtos, temos:

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \times \frac{7}{2} + \frac{1}{1} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + \frac{1}{4}$$

O **MMC** entre **4**, **6** e **12** é **12**. Logo:

$$\frac{2}{12} + \frac{7}{12} + \frac{3}{12}$$

$$= \frac{2 + 7 + 3}{12}$$

$$= \frac{12}{12}$$

$$= 1$$

Gabarito: Letra D.

(ALERN/2013) Sendo x e y números racionais positivos, definiremos a operação denotada por □ da seguinte forma:

$$x\square y = \frac{x}{x + \frac{x}{y}}$$

Por exemplo, fazendo os cálculos verifica-se que 5□1/2, em fração irredutível, é igual a 1/3. De acordo com essa operação que acaba de ser definida, para qualquer número racional positivo representado por x temos que x □$1/3$ será igual a

a)2/3.

b)1/2.

c)1/5.

d)1/4.

e)2/5.

Comentários:

Note que:

$$x\square y = \frac{x}{x + \frac{x}{y}}$$

$$= \frac{x}{\frac{\boldsymbol{x.y+x}}{\boldsymbol{y}}}$$

Quando o denominador é uma fração, inverte-se o denominador e realiza-se a multiplicação:

$$= x \times \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x.y+x}}$$

$$= \frac{x.y}{x(y+1)}$$

$$= \frac{y}{y+1}$$

Logo, a operação $x\square\boldsymbol{y}$ independe de x e equivale a $\frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{y+1}}$.

Para o caso em questão, x □$\boldsymbol{1/3}$ é dado por:

$$\frac{\boldsymbol{\frac{1}{3}}}{\boldsymbol{\frac{1}{3}} + 1}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1+3}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Gabarito: Letra D.

Comparação de frações

Para compararmos frações, ou seja, para descobrir qual fração é maior ou menor do que outra, devemos deixá-las sob um mesmo denominador. Isso significa que, para todas as frações que serão objeto de comparação, devemos encontrar **frações equivalentes** **que apresentem o mesmo denominador**.

Outra forma válida de comparar frações é realizar a divisão do numerador pelo denominador, comparando-se os números decimais encontrados. Veja o exemplo a seguir:

(Pref. Salvador/2017) Considere as frações: $a = \frac{2}{5}, b = \frac{3}{10}, c = \frac{7}{20}$.

A ordem crescente dessas frações é

a) a, b, c.

b) b, a, c.

c) c, a, b.

d) b, c, a.

e) c, b, a.

Comentários:

O mínimo múltiplo comum entre os denominadores de **a**, **b**, e **c** é 20. As frações equivalentes com denominador 20 são:

$$a = \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \qquad b = \frac{3}{10} = \frac{6}{20} \qquad c = \frac{7}{20}$$

Temos, portanto, que a ordem crescente das frações é $\frac{6}{20}, \frac{7}{20}, \frac{8}{20}$, ou seja, **b, c a**.

Outra forma de se comparar as frações é realizar a divisão do numerador pelo denominador:

$$a = \frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad b = \frac{3}{10} = 0{,}3 \qquad c = \frac{7}{20} = 0{,}35$$

Novamente, encontramos que a ordem crescente das frações é **b**, **c**, **a**.

Gabarito: Letra D.

Problemas envolvendo frações

O uso da palavra “de”

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo frações é a palavra "**de**". Isso porque, via de regra, essa palavra nos indica uma **multiplicação**.

Considere novamente uma barra de chocolate de 6 pedaços:

Para a essa barra de chocolate, 1/3 de 6 pedaços corresponde a:

$$\frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ 6\ \text{pedaços} =$$

$$\frac{1}{3} \times 6\ \text{pedaços} =$$

$$\frac{6}{3} = 2\ \text{pedaços}$$

Agora, vamos supor que João tem direito a 1/3 dessa barra **de** 6 pedaços e que, **da** parte de João, Maria comeu a metade (1/2). Quantos pedaços Maria comeu? Maria comeu 1/2 **de** 1/3 **de** 6 pedaços:

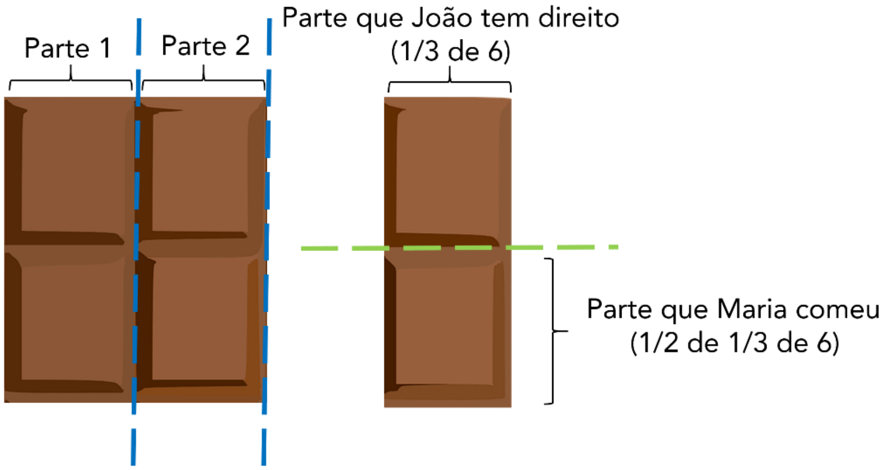
$$\frac{1}{2}\ \mathbf{de}\ \frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ 6\ \text{pedaços} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times\ 6\ \text{pedaços} =$$

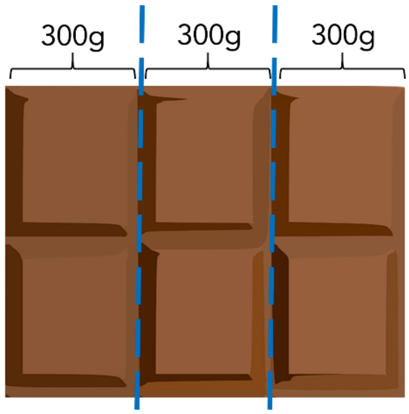
$$\frac{1 \times 1 \times 6}{2 \times 3} =$$

$$\frac{6}{6} = 1\ \text{pedaço}$$

Observe a figura abaixo, que representa a parte que Maria comeu:



E se disséssemos que essa barra de chocolate tem 900 gramas, quantos gramas temos em 1/3 dessa barra? Para resolver o problema, basta observar que, ao dividirmos a barra em 3 partes de 300 gramas, temos que a barra toda tem justamente 3 × 300g = 900g. Logo, 1/3 da barra apresenta 300 gramas.



Uma outra forma de se obter o resultado é trocar o "**de**" pela **multiplicação**:

$$\frac{1}{3}\ \textbf{de}\ 900\text{g} =$$

$$\frac{1}{3} \times 900\text{g} =$$

$$\frac{900\text{g}}{3} = 300\text{g}$$

(AVAREPREV/2020) Uma empresa tem 120 funcionários, entre homens e mulheres. Se 2/5 desses funcionários são mulheres, é correto afirmar que o número de mulheres é igual a

a) 36.

b) 48.

c) 60.

d) 72.

Comentários:

São mulheres 2/5 de 120 funcionários.

$$\frac{2}{5}\ \textbf{de}\ 120 =$$

$$\frac{2}{5} \times 120 =$$

$$2 \times \frac{120}{5} =$$

$$2 \times 24 = 48$$

Gabarito: Letra B.

(Pref. Angra/2019) A família de Flávio pediu uma pizza, que veio dividida em 8 fatias iguais. Flávio comeu uma fatia inteira e dividiu uma outra fatia igualmente com sua irmã.

Da pizza inteira Flávio comeu

a) 1/4.

b) 1/3.

c) 3/8.

d) 1/6.

e) 3/16.

Comentários:

Uma fatia da pizza corresponde a $\frac{1}{8}$ da pizza. Flávio comeu uma fatia mais a metade de outra fatia. Ao comer metade da outra fatia, Flávio comeu $\frac{1}{2}$ **de** $\frac{1}{8}$ da pizza.

Isso significa que Flávio comeu ao todo:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\ \textbf{de} \frac{1}{8}\ \text{da pizza}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8}\ \text{da pizza}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\ \text{da pizza}$$

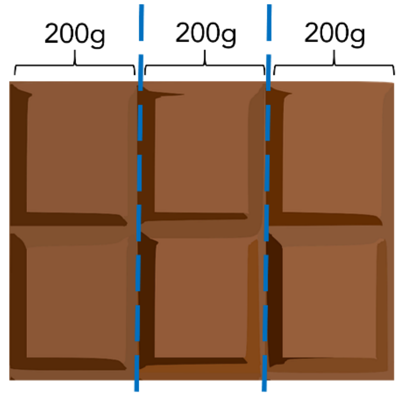
$$= \frac{2+1}{16} = \frac{3}{16}\ \text{da pizza}$$

Gabarito: Letra E.

Obtenção do todo a partir da parte

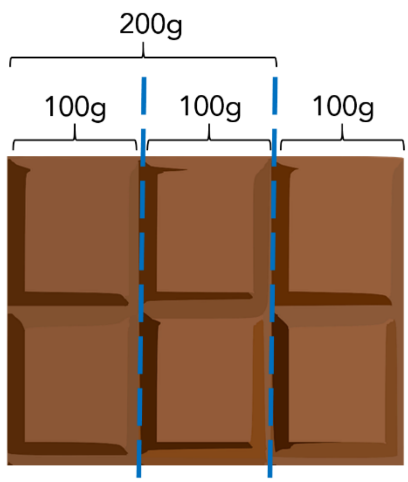
Se disséssemos que 1/3 de uma barra de chocolate tem 200g, quantos gramas tem a barra de chocolate inteira? Para se responder essa pergunta, basta observar que, se uma parte de 3 tem 200g, as três partes que compõem o todo da barra têm:

$$3 \times 200\text{g} \;=\; 600\text{g}.$$



E se disséssemos que 2/3 da barra tem 200g, quantos gramas tem a barra de chocolate inteira? **Ora, se 2 partes de 3 tem 200g, 1 parte de 3 tem 100g**. **Logo, as três partes** que compõem o todo devem ter:

$$3 \;\times 100\text{g} \;=\; \mathbf{300g}$$



Uma **forma prática de se obter o todo a partir da parte** do problema é **utilizar o recurso** "**inverte e multiplica**".

Veja que, se 2/3 corresponde a 200g, podemos obter o todo invertendo a fração e multiplicando pelo valor que representa a parte (200g):

$$\frac{3}{2} \times 200\text{g} =$$

$$3 \times \frac{\mathbf{200g}}{\mathbf{2}} =$$

$$\mathbf{3 \times 100g} =$$

$$300\text{g}$$

Por que esse recurso funciona? Perceba que, ao "inverter e multiplicar" a fração 2/3 que corresponde à parte, na verdade **estamos dividindo o valor de 200g por 2, obtendo o valor de uma parte de 3 (100g),** para em seguida **multiplicar essa terça parte por 3, obtendo assim o valor do todo (300g).**

(MPE BA/2017) Em certo reservatório, $\frac{2}{3}$ do volume de água correspondem a 120 litros.

Portanto, $\frac{3}{2}$ do volume de água desse mesmo reservatório correspondem a:

a) 270 litros;

b) 240 litros;

c) 210 litros;

d) 180 litros;

e) 150 litros.

Comentários:

Uma **forma prática de se obter o todo a partir da parte** do problema é **utilizar o recurso** "**inverte e multiplica**".

Se 2/3 correspondem a 120 litros, a **capacidade total** do reservatório é:

$$\frac{3}{2} \times 120 = 3 \times \frac{120}{2} = 3 \times 60 = 180 \text{ litros}$$

Note que a questão **não nos pede a capacidade total** do reservatório, mas sim **3/2 da capacidade**.

$$\frac{3}{2} \textbf{ de } 180 \text{ litros}$$

$$\frac{3}{2} \times 180 = 270 \text{ litros}$$

Gabarito: Letra A.

Obtenção da fração complementar

Observe a seguinte barra com 8 pedaços de chocolate.

Se comermos 5/8 da barra, **qual fração da barra original ainda resta**?

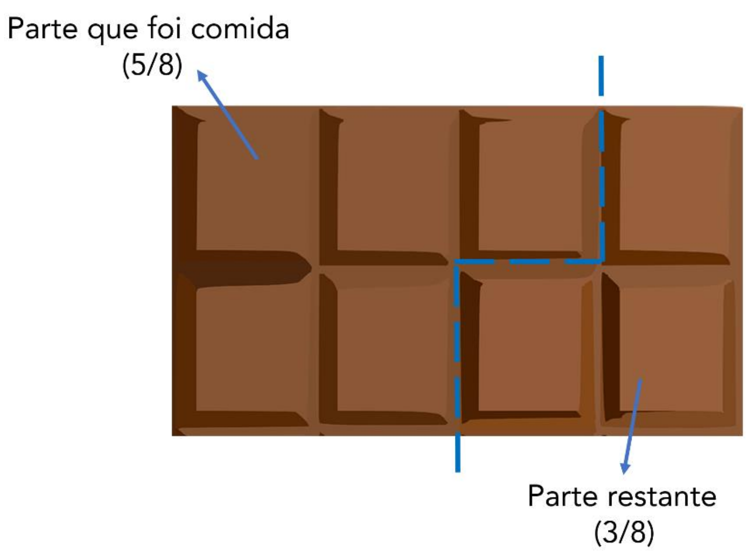
Note que a parte que **não foi comida** é dada pela **subtração de 5/8 da barra inteira**. A barra inteira pode ser representada por 8/8 (8 pedaços de um total de 8 pedaços) ou então pelo número inteiro 1. Logo, a parte que não foi comida é:

$$1 - \frac{5}{8} =$$

$$\frac{8}{8} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$

Note que, para a barra em questão, o que restou após se comer 5/8 é justamente 3 pedaços de 8 (3/8):



Podemos dizer, então, que dada uma fração a/b, a **fração complementar** corresponde a:

$$1 - \frac{a}{b} =$$

$$\frac{b}{b} - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b}$$

(IBGE/2019) Marlene comeu, inicialmente, um quarto da barra de chocolate que comprou. Depois, comeu um terço do que tinha sobrado.

A fração da barra de chocolate que Marlene ainda tem para comer é:

a) 1/2;

b) 1/3;

c) 1/4;

d) 3/4;

e) 1/12.

Comentários:

Inicialmente, Marlene **comeu $\frac{1}{4}$ da barra de chocolate**. **Sobrou:**

$$1 - \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{3}{4}}\ \textbf{da barra}$$

Depois, ao comer $\frac{1}{3}$ **do que tinha sobrado**, Marlene comeu:

$$\frac{1}{3}\ \textbf{de}\ \mathbf{\frac{3}{4}}\ \textbf{da barra}$$

$$\frac{1}{3} \times \mathbf{\frac{3}{4}}\ \textbf{da barra}$$

$$= \frac{1}{4}\ \text{da barra}$$

O total da barra de chocolate que Marlene comeu nas duas vezes foi:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Como ela comeu no total $\frac{1}{2}$ da barra, a quantidade que restou foi:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\ \text{da barra}$$

Gabarito: Letra A.

(Pref. Cananéia/2020) Mauro comprou um carro. Deu $\frac{1}{3}$ do valor total como entrada e financiou $\frac{3}{4}$ do valor restante. A quantia que falta para completar o valor total será paga em uma única parcela, após o término do financiamento. O valor dessa parcela final corresponde, do valor total do carro, a

a)1/8

b)1/6

c)1/5

d)1/4

e)1/3

Comentários:

Como Mauro deu $\frac{1}{3}$ do valor total como entrada, o **valor restante após a entrada** é a fração complementar:

$$1 - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3-1}{3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

Como Mauro financiou 3/4 **do valor restante após a entrada**, **ele financiou $\mathbf{\frac{3}{4}}$ de $\mathbf{\frac{2}{3}}$**.

Isso significa que ele **não financiou $\mathbf{\frac{1}{4}}$ de $\mathbf{\frac{2}{3}}$**, pois a fração complementar de $\frac{3}{4}$ é:

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Logo, a quantia não financiada do valor restante após a entrada, que corresponde à parcela final, corresponde a:

$$\frac{1}{4}\ \mathbf{de}\ \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{\cancel{2}.2} \times \frac{\cancel{2}}{3} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Gabarito: Letra B.

Vamos agora resolver algumas questões a mais sobre problemas envolvendo frações.

HORA DE PRATICAR!

(Pref. B dos Coqueiros/2020) No início de determinado mês, uma escola tinha um estoque de 720 kg de alimentos. Nas três primeiras semanas desse mês, foram consumidos, respectivamente, 1/6, 5/24 e 1/5 desse estoque de alimentos.

Considerando essa situação hipotética, assinale a opção que apresenta a quantidade de alimentos restante nesse estoque logo após essas três semanas.

a) 144 kg

b) 180 kg

c) 210 kg

d) 306 kg

e) 414 kg

Comentários:

A fração que corresponde ao total de alimentos consumidos é:

$$\frac{1}{6}+\frac{5}{24}+\frac{1}{5}$$
$$=\frac{20}{120}+\frac{25}{120}+\frac{24}{120}$$
$$=\frac{69}{120}$$

A fração que corresponde ao total de alimentos **não consumidos** é dada pela **fração complementar:**

$$1-\frac{69}{120}=\frac{51}{120}$$

O total de alimentos não consumidos é dado por:

$$\frac{51}{120}\ \textbf{de}\ 720\text{ kg}$$
$$=\frac{51}{120}\times 720$$
$$=51\times\frac{720}{120}$$
$$=51\times 6$$
$$=306\text{ kg}$$

Gabarito: Letra D.

(TRF 4/2019) Um ciclista pedalou durante três horas. Na primeira hora percorreu $\frac{5}{18}$ do trajeto, na segunda hora percorreu $\frac{7}{25}$ do trajeto e na terceira hora percorreu $\frac{11}{45}$ do trajeto. A fração do trajeto que falta percorrer é

a) $\frac{361}{460}$

b) $\frac{351}{460}$

c) $\frac{89}{450}$

d) $\frac{99}{450}$

e) $\frac{250}{460}$

Comentários:

O total do trajeto percorrido é dado pela seguinte soma:

$$\frac{5}{18}+\frac{7}{25}+\frac{11}{45}$$

Devemos tomar o **MMC** entre **18**, **25** e **45**. Note que:

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$25 = 5^2$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

O MMC é dado tomando-se os maiores expoentes de todos os fatores:

$$\text{MMC}\ (18,25,45) = 2 \times 3^2 \times 5^2 = \mathbf{450}$$

Logo, a soma que corresponde à fração do **trajeto percorrido** é:

$$\frac{5}{18}+\frac{7}{25}+\frac{11}{45}$$

$$=\frac{125}{\mathbf{450}}+\frac{126}{\mathbf{450}}+\frac{110}{\mathbf{450}}$$

$$=\frac{125+126+110}{450}=\frac{361}{450}$$

O trajeto **não percorrido** pedido pela questão é dado pela **fração complementar**:

$$1-\frac{361}{450}$$

$$=\frac{450}{450}-\frac{361}{450}=\frac{89}{450}$$

Gabarito: Letra C.

(VALIPREV/2020) Em uma empresa trabalham 80 funcionários, dos quais $\frac{1}{5}$ trabalha no setor administrativo. Entre os funcionários restantes, $\frac{7}{8}$ trabalham no setor operacional e os demais na manutenção. Em relação ao número total de funcionários que trabalha nessa empresa, aqueles que trabalham na manutenção correspondem a

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{10}$

e) $\frac{1}{20}$

Comentários:

Observe que, se 1/5 dos funcionários trabalham no setor administrativo, os "**funcionários restantes**" aos quais a questão se refere correspondem à fração complementar:

$$\text{Funcionários restantes } = 1 - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5}$$

$$= \frac{4}{5} \text{ do total de funcionários}$$

7/8 <u>**dos funcionários restantes**</u> trabalham no setor de operacional, e os <u>demais trabalham no setor de manutenção</u>. Isso significa que os que trabalham no setor de manutenção correspondem a:

$$\text{Trabalham no setor de manutenção } = 1 - \frac{7}{8} = \frac{8-7}{8} = \frac{1}{8} \text{ dos funcionários restantes}$$

Quanto corresponde **1/8 dos "funcionários restantes"** em relação ao total de funcionários?

$$\frac{1}{8} \text{ dos (funcionários restantes) } =$$

$$\frac{1}{8} \times \text{ (funcionários restantes) } =$$

$$\frac{1}{8} \times (\frac{4}{5} \text{ do total de funcionários) } =$$

$$\frac{1}{10} \text{ do total de funcionários}$$

Note que, para resolver a questão, não é necessário saber que na empresa trabalham 80 funcionários.

Gabarito: Letra D.

Quando nos deparamos com problemas envolvendo frações, um recurso importante para resolvê-los consiste em **modelar o problema atribuindo uma incógnita a determinado valor que se desconhece**. Esse recurso será utilizado com frequência na resolução dos exercícios. Vejamos:

(PC AM/2022) Geraldo resolveu se desfazer de sua coleção de miniaturas. Assim, ele deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson; das que sobraram, ele deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson e as 48 restantes ele deu para sua irmã Glória.

O número de miniaturas que Gilson recebeu foi

a) 12.

b) 16.

c) 18.

d) 24.

e) 48.

Comentários:

Considere que o total de miniaturas de Geraldo seja M.

"...ele (Geraldo) deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson..."

Note que o total de miniaturas que ficou com Gerson é:

$$\text{(Miniaturas Gerson)} = \frac{2}{5} \text{ de } M = \frac{2}{5} \times M = \frac{2}{5}M$$

"...das que sobraram, ele (Geraldo) deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson..."

Após a distribuição para Gerson, o total de miniaturas que sobraram foi:

$$\text{(Total)} - \text{(Miniaturas Gerson)}$$

$$= M - \frac{2}{5}M$$

$$= \frac{5M - 2M}{5}$$

$$= \boldsymbol{\frac{3}{5}M}$$

<u>Desse total que restou</u>, $\frac{1}{3}$ ficou com o Gilson. Logo, o número de miniaturas que ficaram com Gilson foi:

$$\text{(Miniaturas Gilson)} = \frac{1}{3} \text{de} \boldsymbol{\frac{3}{5}M} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}M = \frac{1}{5}M$$

"...e as 48 restantes ele (Geraldo) deu para sua irmã Glória..."

O número de miniaturas que restou para Glória foi:

$$(\text{Total}) - (\text{Miniaturas Gerson}) - (\text{Miniaturas Gilson})$$

$$M - \frac{2}{5}M - \frac{1}{5}M$$

$$= \frac{5M - 2M - 1M}{5}$$

$$= \frac{2}{5}M$$

Esse número de miniaturas corresponde a 48. Logo:

$$\frac{2}{5}M = 48$$

$$M = \frac{48 \times 5}{2}$$

$$M = 120$$

Portanto, **o total de miniaturas é 120**. Queremos obter o número de miniaturas que ficaram com Gilson:

$$(\text{Miniaturas Gilson}) = \frac{1}{5}M$$

$$= \frac{1}{5} \times 120$$

$$\mathbf{= 24}$$

Gabarito: Letra D.

(SSP AM/2022) Os alunos de uma turma estavam se preparando para um concurso. Constatou-se que: a terça parte do total de alunos torce pelo Manaus FC, a quarta parte do total de alunos torce pelo Nacional-AM, e os 35 alunos restantes torcem por outros clubes ou não são ligados em futebol.

O número de alunos dessa turma que torcem pelo Manaus FC é

a) 21.

b) 25.

c) 26.

d) 28.

e) 35.

Comentários:

Considere que o total de alunos da turma seja A.

"...a terça parte do total de alunos torce pelo Manaus FC..."

Logo, o total de alunos que torce pelo Manaus FC é:

$$\text{(Manaus FC)} = \frac{1}{3}\,\textbf{de}\;\text{A} = \frac{1}{3} \times \text{A} = \frac{1}{3}\,^{\text{a}}$$

"...a quarta parte do total de alunos torce pelo Nacional-AM..."

Logo, o total de alunos que torce pelo Nacional-AM é:

$$\text{(Nacional} - \text{AM)} = \frac{1}{4}\,\textbf{de}\;\text{A} = \frac{1}{4} \times \text{A} = \frac{1}{4}\,^{\text{a}}$$

"...e os 35 alunos restantes torcem por outros clubes ou não são ligados em futebol."

O número de alunos restantes é:

$$\text{(Total de alunos)} - \text{(Manaus FC)} - \text{(Nacional-AM)}$$

$$A - \frac{1}{3}A - \frac{1}{4}A$$

$$= \frac{12A - 4A - 3A}{12}$$

$$= \frac{5A}{12}$$

Esse número de alunos corresponde a 35. Logo:

$$\frac{5A}{12} = 35$$

$$A = 35 \times \frac{12}{5}$$

$$A = 84$$

Portanto, **o total de alunos é 84**. Queremos obter o número de alunos que torcem pelo Manaus FC:

$$\text{(Manaus FC)} = \frac{1}{3}A$$

$$= \frac{1}{3} \times 84$$

$$= 28$$

Gabarito: Letra D.

Dízima periódica

Definição e representação

Uma dízima periódica ocorre quando, ao realizar uma divisão, obtém-se um número com casas decimais que se repetem indefinidamente.

Exemplo: Ao realizar a divisão de 23 por 99, obtém-se o número "0,23232323...". Note que que a porção "23" se repete indefinidamente. Nesse caso, dizemos que 23 é o período da dízima periódica "0,23232323...". Isso significa que **o período é a porção que se repete na dízima periódica**.

Podemos **representar uma dízima periódica com um traço sobre o período**. Isto é:

$$0{,}23232323\ldots = 0{,}\overline{23}$$

A dízima periódica "5,77898989..." apresenta o período "89", pois esta é a porção que se repete indefinidamente. Podemos representar essa dízima periódica da seguinte forma:

$$5{,}77898989\ldots = 5{,}77\overline{89}$$

Transformação da dízima periódica em fração

Os principais problemas relacionados às dizimas periódicas consistem em transformar o número em uma fração. Para realizar essa transformação, a única coisa que você precisa se lembrar é que:

- Um número na forma $\mathbf{0,AAA}\ldots = \mathbf{0,\overline{A}}$ corresponde a $\frac{A}{9}$;
- Um número na forma $\mathbf{0,ABABAB}\ldots = \mathbf{0,\overline{AB}}$ corresponde a $\frac{AB}{99}$;
- Um número na forma $\mathbf{0,ABCABCABC}\ldots = \mathbf{0,\overline{ABC}}$ corresponde a $\frac{ABC}{999}$;
- E assim sucessivamente.

ATENÇÃO DECORE!

$\mathbf{0,\overline{ABC}}$ corresponde a $\frac{ABC}{999}$

Vamos a alguns exemplos.

Transforme 0,3333.... em uma fração

$$0{,}3333\ldots = 0,\overline{3} = \frac{3}{9}$$

Transforme 0,45454545... em uma fração

$$0{,}4545\ldots = 0,\overline{45} = \frac{45}{99}$$

Transforme 0,672346723467234... em uma fração

$$0{,}672346723467234\ldots = 0,\overline{67234} = \frac{67234}{99999}$$

Para dízimas periódicas que fogem desse padrão, devemos modificá-las de modo a deixá-las no formato que conhecemos. Vejamos:

Transforme 0,553333... em uma fração

Veja que o período da dízima periódica é 3. Vamos separar 0,55 do restante do número:

$$0{,}55\overline{3} = 0{,}55 + \mathbf{0,00\overline{3}}$$

Note que ainda não podemos transformar a parte que apresenta o período em uma fração. Devemos escrevê-la de uma outra forma:

$$= 0{,}55 + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}} \times \mathbf{0,\overline{3}}$$

Agora sim temos $0,\overline{3}$. Esse número corresponde a 3/9.

$$= 0{,}55 + \frac{1}{100} \times \frac{3}{9}$$

$$= \frac{55}{100} + \frac{3}{900}$$

$$= \frac{9 \times 55 + 3}{900}$$

$$= \frac{498}{900}$$

Transforme 6,453121212... em uma fração

Devemos realizar o mesmo procedimento, separando a parte que não se repete do período da dízima periódica.

$$6{,}453\overline{12}\ldots = 6{,}453 + 0{,}000\overline{12}$$

$$= 6{,}453 + \frac{1}{1000} \times 0,\overline{12}$$

$$= 6{,}453 + \frac{1}{1000} \times \frac{12}{99}$$
$$= \frac{6453}{1000} + \frac{12}{99000}$$
$$= \frac{99 \times 6453 + 12}{99000}$$
$$= \frac{638859}{99000}$$

INDO MAIS FUNDO!

Uma decorrência interessante sobre a dízima periódica é que 0,999... é igual a 1. Não se trata de uma aproximação. Os números são exatamente iguais.

$$0{,}999\ldots = 0,\overline{9} = \frac{9}{9} = 1$$

Vamos resolver algumas questões.

(DPE RS /2017) Sabendo que o número decimal F é 0,8666 ... , que o número decimal G é 0,7111 ... e que o número decimal H é 0,4222 ... , então, o triplo da soma desses três números decimais, F, G e H, é igual a

a) 6,111 . . .

b) 5,888 . . .

c) 6

d) 3

e) 5,98

Comentários:

A soma de F, G e H é dada por:

$$0{,}8\overline{6} + 0{,}7\overline{1} + 0{,}4\overline{2}$$

Separando as partes que não se repetem dos períodos, temos:

$$= \mathbf{(0,8 + 0,7 + 0,4)} + 0{,}0\overline{6} + 0{,}0\overline{1} + 0{,}0\overline{2}$$
$$= \mathbf{1,9} + \frac{1}{10}0,\overline{6} + \frac{1}{10}0,\overline{1} + \frac{1}{10}0,\overline{2}$$
$$= 1{,}9 + \frac{1}{10} \times (0,\overline{6} + 0,\overline{1} + 0,\overline{2})$$
$$= 1{,}9 + \frac{1}{10} \times \left(\frac{6}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right)$$

$$= 1{,}9 + \frac{1}{10} \times \left(\frac{9}{9}\right)$$

$$= 1{,}9 + 0{,}1$$

$$= 2$$

A questão pede o triplo da soma de F, G e H, que é dado por $3 \times 2 = 6$.

Gabarito: Letra C.

(MIN/2013) Julgue o seguinte item, relativo a sistemas numéricos e sistema legal de medidas.

Se A = 1,232323... e B = 0,434343..., então A + B = 165/99.

Comentários:

Observe que A apresenta o período 23.

$$A = 1,\overline{23}$$

$$= \ 1 \ + \frac{23}{99}$$

$$= \frac{99 + 23}{99} = \frac{122}{99}$$

B apresenta o período 43.

$$B = 0,\overline{43}$$

$$= \frac{43}{99}$$

Ao somar A e B, temos:

$$A + B = \frac{122}{99} + \frac{43}{99}$$

$$= \frac{165}{99}$$

Gabarito: CERTO.

RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão e proporção

Razão

A **razão** entre os números A e B é a divisão de A por B.

- Razão entre A e B;
- Razão de A para B;
- A está para B;
- A:B;
- A/B;
- $\frac{A}{B}$.

Proporção

Proporção é a igualdade entre duas **ou mais razões**.

Sejam as **razões A/B e C/D**. A **proporção** é dada pela igualdade: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$.

- A e D são os extremos; e
- B e C são os meios.

Multiplicação cruzada

Em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Em outras palavras, dada a proporção $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, temos que $C \times B = A \times D$.

Uma outra forma de entender a "**multiplicação cruzada**" é perceber que **podemos rearranjar os meios e os extremos**.

Não confundir a razão entre duas entidades com a razão entre uma entidade e a totalidade de casos do problema.

Propriedade fundamental da soma

Considerando que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$,então é verdade que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

Não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção:

Considerando que $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$, então é verdade que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{\boldsymbol{a+c}}{\boldsymbol{b+d}}$

Propriedade fundamental da subtração

Considerando que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então é verdade que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

Uso conjunto das propriedade da soma e da subtração

Podemos somar e subtrair os numeradores e os denominadores seguindo a mesma lógica:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-a+c+e+g}{-b+d+f+h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-a+c-e+g}{-b+d-f+h}$$

São diversas as possibilidades. **Não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção.**

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-c+e-g}{-d+f-h}$$

Escala

A **escala** é um **tipo específico de razão**. Trata-se da razão entre uma medida representada em um desenho e a medida real do objeto que se representa.

$$\text{Escala}=\frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

Dois conceitos importantes derivados das frações são a **razão** e a **proporção**. Vamos compreendê-los.

Razão

Sejam dois números **A** e **B**, com **B** diferente de zero. A **razão entre os números A e B é a divisão de A por B**, podendo ser expressa por:

- Razão entre **A** e **B**;
- Razão de **A** para **B**;
- **A** está para **B;**
- **A:B**;
- **A/B**;
- $\frac{A}{B}$.

O conceito de razão nos permite fazer a comparação entre dois números. Se, por exemplo, tivermos em uma sala 10 adultos e 5 crianças, a razão entre o **número de adultos** e o **número de crianças** é:

$$\frac{\text{Número de adultos}}{\text{Número de crianças}} = \frac{10}{5} = 2$$

Note, portanto, que a razão entre o número de adultos e o número de crianças representa quantas vezes o número de adultos é maior do que o número de crianças. Para o exemplo em questão, representa quantas vezes o número 10 é maior do que o 5: duas vezes.

Se quisermos a razão entre o **número de crianças** e o **número de adultos**, temos:

$$\frac{\text{Número de crianças}}{\text{Número de adultos}} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

Vamos exercitar esse conceito.

(SEFAZ-BA/2019) Durante a campanha para eleições presidenciais em determinado país foram compartilhadas 30 milhões de vezes fakenews a favor do candidato A. Já fakenews a favor do candidato B foram compartilhadas 6 milhões de vezes. De acordo com esses dados, pode-se estimar que a razão entre a diferença entre o número de compartilhamentos de fakenews pró-A e pró-B em relação ao número de compartilhamentos de fakenews pró-B é igual a

a) 4.

b) 3.

c) 2.

d) 5.

e) 6.

Comentários:

O número de compartilhamentos de fakenews pró-A é $N_A = 30\ milhões$.

O número de compartilhamentos de fakenews pró-B é $N_B = 6\ milhões$.

A diferença **D** entre o número de compartilhamentos de fakenews pró-A e pró-B é dada por:

$$D = N_a - N_b = 24\, milhões$$

A questão pede **razão entre** a diferença entre o número de compartilhamentos de fakenews pró-A e pró-B **em relação ao** número de compartilhamentos de fakenews pró-B.

Trata-se da **razão entre $\boldsymbol{D}$ e $\boldsymbol{N_b}$:**

$$\frac{D}{N_b} = \frac{24\, milhões}{6\, milhões} = \frac{24}{6} = 4$$

Gabarito: Letra A.

(CREF 12/2013) Se a razão A/B vale 3, sendo B diferente de 0, então a razão de (2A—B)/2A vale:

a) 1

b) 1/2

c) 4/5

d) 3/5

e) 5/6

Comentários:

Podemos escrever A em função de B.

$$\frac{A}{B} = 3$$

$$A = 3B$$

Substituindo **A = 3B** na razão **(2A—B)/2A**, temos:

$$\frac{2A - B}{2A}$$

$$= \frac{2 \times 3B - B}{2\ \times 3B}$$

$$\frac{6B - B}{6B}$$

$$\frac{5B}{6B} = \frac{5}{6}$$

O **gabarito**, portanto, é **Letra E**.

Outra forma de se resolver a questão é "fazer aparecer" a razão **A/B** na razão **(2A—B)/2A**.

$$\frac{2\mathrm{A} - \mathrm{B}}{2\mathrm{A}}$$

$$= \frac{2A}{2A} - \frac{B}{2A}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{B}{A}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{A}{B}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$= 1 - \frac{1}{6}$$

$$\frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$$

Gabarito: Letra E.

Assim como ocorre em problemas envolvendo frações, um recurso importante para resolver exercícios envolvendo o conceito de razão consiste em **modelar o problema atribuindo uma incógnita a determinado valor que se desconhece**. Vejamos:

(CBM AM/2022) Em um grupo de pessoas, o número de homens é igual ao número de mulheres. Selecionam-se então $\frac{2}{5}$ dos homens $\frac{3}{4}$ das mulheres e forma-se um novo grupo.

Nesse novo grupo, em relação ao total de pessoas, as mulheres representam

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{7}{20}$

d) $\frac{15}{23}$

e) $\frac{17}{25}$

Comentários:

Considere que originalmente o número de **homens** e o número de **mulheres** seja **igual a X**, **totalizando $2X$ pessoas**.

No novo grupo, temos $\frac{2}{5}$ dos homens. O total de homens nesse novo grupo é:

$$\text{Homens}_{\substack{\text{novo}\\\text{grupo}}} = \frac{2}{5}\ \textbf{de}\ X = \frac{2}{5} \times X = \frac{2}{5}X$$

Ainda no novo grupo, temos $\frac{3}{4}$ das mulheres. O total de mulheres nesse novo grupo é:

$$\text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\\text{grupo}}} = \frac{3}{4}\ \textbf{de}\ X = \frac{3}{4} \times X = \frac{3}{4}X$$

Nesse novo grupo, **a razão entre o número de mulheres e o total de pessoas é**:

$$\frac{\text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}}}{\text{Homens}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}} + \text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{2}{5}X + \frac{3}{4}X}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{8X + 15X}{20}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{23}{20}X}$$

Simplificando X, temos:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{23}{20}}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{20}{23}$$

$$= \mathbf{\frac{15}{23}}$$

Gabarito: Letra D.

Proporção

Conceito de proporção

Proporção é a igualdade entre duas **ou mais** **razões**.

Sejam as razões **A/B** e **C/D**. A proporção é dada pela igualdade:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Podemos representar uma proporção das seguintes formas:

- **A** está para **B** assim como **C** está para **D**;
- **A:B::C:D**;
- **A/B = C/D**;
- $\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}} = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{D}}$.

Ainda em uma proporção **A/B = C/D**, diz-se que:

- **A** e **D** são os extremos; e
- **B** e **C** são os meios.

Multiplicação cruzada

A propriedade das proporções conhecida por "multiplicação cruzada" nos diz o seguinte:

Em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.
Em outras palavras, dada a proporção $\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}} = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{D}}$, temos que $C \times B = A \times D$.

Considere, por exemplo, a proporção:

$$\frac{5}{10} = \frac{20}{40}$$

Note que o produto dos meios, 10×20, é igual ao produto dos extremos, 5×40, pois ambas multiplicações nos retornam o resultado 200.

Vamos a um exemplo.

Determine o valor de incógnita "x" na proporção $\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$.

Realizando a "multiplicação cruzada", obtemos:

$$4 \times 9(x+1) = 3(x-2) \times 20$$

$$36 \times (x+1) = 60 \times (x-2)$$

$$36x + 36 = 60x - 120$$

$$120 + 36 = 60x - 36x$$

$$156 = 24x$$

$$24x = 156$$

$$x = \frac{156}{24}$$

$$x = 6{,}5$$

Uma outra forma de entender a "multiplicação cruzada" é perceber que podemos rearranjar os meios e os extremos. Para exemplificar esse conceito, considere a mesma proporção:

$$\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$$

Os meios da proporção considerada são 4 e $9\,(x+1)$.

$$\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$$

Podemos rearranjar os meios da proporção original da seguinte forma:

$$\frac{3(x-2)}{1} = \frac{4 \times 9(x+1)}{20}$$

Também podemos rearranjar os meios da proporção original assim:

$$\frac{3(x-2)}{4 \times 9\,(x+1)} = \frac{1}{20}$$

Uma outra possibilidade é trocar os meios de posição:

$$\frac{3(x-2)}{9\,(x+1)} = \frac{4}{20}$$

A mesma ideia vale para os extremos da proporção.

Os extremos da proporção considerada são $3(x-2)$ e 20.

$$\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$$

Podemos rearranjar os extremos das seguintes formas:

$$\frac{3(x-2)\times 20}{4} = \frac{9\,(x+1)}{1}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{9\,(x+1)}{3(x-2)\times 20}$$

$$\frac{20}{4} = \frac{9\,(x+1)}{3(x-2)}$$

Entendida essa nova percepção da "multiplicação cruzada", vamos determinar o valor da incógnita "x" de uma outra maneira.

Determine o valor de incógnita "x" na proporção $\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$.

$$\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9(x+1)}{20}$$

$$\frac{3(x-2)}{1} = \frac{4\times 9\,(x+1)}{20}$$

$$\frac{(x-2)}{1} = \frac{4\times 9\,(x+1)}{3\times 20}$$

$$(x-2) = \frac{4\times 9}{3\times 20}\times(x+1)$$

Simplificando 4 com 20 e 9 com 3, obtemos:

$$(x-2) = \frac{3}{5}\times(x+1)$$

$$x-2 = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$$

$$x - \frac{3}{5}x = 2 + \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{13}{5}$$

$$2x = 13$$

$$x = \frac{13}{2}$$

$$x = 6{,}5$$

Vamos praticar o que aprendemos sobre "multiplicação cruzada".

(Pref. P das Missões/2019) O valor de “x” na proporção $\frac{x}{2} = \frac{x+7}{4}$ é:

a) 2.

b) 5.

c) 7.

d) 9.

e) 10.

Comentários:

Sabemos que:

$$\frac{x}{2} = \frac{x+7}{4}$$

Para determinar o valor de "x", devemos utilizar a "multiplicação cruzada".

$$x \times 4 = 2 \times (x + 7)$$

$$4x = 2x + 14$$

$$4x - 2x = 14$$

$$2x = 14$$

$$x = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

Gabarito: Letra C.

(CODESG/2019) Considere que os números 0,6; 1,6; 0,3; e k formam, nessa ordem, uma proporção. Qual o valor de k?

a) 0,8

b) 1,8

c) 2,4

d) 2,6

Comentários:

Como os números 0,6; 1,6; 0,3; e k formam uma proporção na ordem indicada, então:

$$\frac{0{,}6}{1{,}6} = \frac{0{,}3}{k}$$

Para determinar o valor de "k", devemos utilizar a "multiplicação cruzada".

$$0{,}6 \times k = 1{,}6 \times 0{,}3$$

$$0{,}6k = 0{,}48$$

$$k = \frac{0{,}48}{0{,}6}$$

$$k = 0{,}8$$

Gabarito: Letra A.

(Pref. Peruíbe/2019) Em um experimento químico, a razão entre uma quantidade do produto A para 2/3 da quantidade do produto B é igual a 1/3. Para obter esse resultado é(são) necessário(s), do produto A,

a) 1/6 da quantidade do produto B.

b) 2/9 da quantidade do produto B.

c) 1/3 da quantidade do produto B.

d) 2/5 da quantidade do produto B.

e) 1/2 da quantidade do produto B.

Comentários:

Seja Q_A a quantidade do produto A e Q_B a quantidade do produto B.

A razão entre Q_A e $\frac{2}{3}Q_b$ é igual a 1/3. Logo:

$$\frac{Q_A}{\left(\frac{2}{3}Q_B\right)} = \frac{1}{3}$$

Rearranjando os meios, temos:

$$\frac{Q_A}{1} = \frac{\left(\frac{2}{3}Q_B\right)}{3}$$

$$Q_A = \frac{2Q_B}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$Q_A = \frac{2}{9} Q_B$$

Logo, são necessários do produto A 2/9 da quantidade do produto B.

Gabarito: Letra B.

Um ponto muito importante na resolução de problemas é **não confundir** a razão entre duas entidades com a razão entre uma entidade e a totalidade de casos do problema. Vejamos o exemplo a seguir:

(Pref. Peruíbe/2019) No ano de 2015, uma pesquisa revelou que, no Brasil, a razão entre o número de pessoas que apresentam algum tipo de deficiência e o número de pessoas que não apresentam deficiência é de 1/3. Com base nessa informação, é correto afirmar que, no Brasil, a cada

a) seis pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

b) cinco pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

c) quatro pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

d) três pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

e) duas pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

Comentários:

Perceba que o problema pergunta sobre a razão entre as pessoas com deficiência (C) e a **totalidade da população** brasileira (T).

A razão apresentada pelo enunciado é entre as pessoas com deficiência (C) e as pessoas sem deficiência (S):

$$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{S}} = \frac{1}{3}$$

Ao realizar a "multiplicação cruzada", obtemos que o número de pessoas sem deficiência é o triplo do número de pessoas com deficiência:

$$1\mathrm{S} = 3\mathrm{C}$$

O total de pessoas no Brasil (T) corresponde à soma das pessoas com e sem deficiência:

$$\mathrm{T} = \mathrm{C} + \mathrm{S}$$

A razão entre o número de pessoas com deficiência e a totalidade da população é:

$$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{T}} = \frac{C}{C + S}$$

Como **S = 3C**, temos:

$$= \frac{C}{C + 3C}$$

$$= \frac{C}{4C} = \frac{1}{4}$$

Logo, no Brasil, a cada quatro pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

Gabarito: Letra C.

Propriedades fundamentais das proporções

As propriedades a seguir serão de grande valia para problemas de proporcionalidade, especialmente a propriedade fundamental da soma.

Propriedade fundamental soma

Considerando a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, são validas também as proporções $\frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}$ e também $\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$. Em resumo, temos que:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{a}+\mathrm{c}}{\mathrm{b}+\mathrm{d}}$$

O mesmo vale para uma proporção composta por **mais de duas razões**:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}=\frac{\mathrm{a}+\mathrm{c}+\mathrm{e}+\mathrm{g}}{\mathrm{b}+\mathrm{d}+\mathrm{f}+\mathrm{h}}$$

Vale ressaltar que **não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção**, sendo também verdade, <u>por exemplo</u>, casos como os seguintes:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}=\frac{\mathbf{a}+\mathbf{c}}{\mathbf{b}+\mathbf{d}}$$

$$\text{Considerando que } \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{h}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}=\frac{\mathbf{a}+\mathbf{c}+\mathbf{g}}{\mathbf{b}+\mathbf{d}+\mathbf{h}}$$

Vamos a um exemplo que mostra a utilidade dessa propriedade.

Considere a proporção com três razões $\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}$. Determine a, b e c, sabendo que $a+b+c=140$.

Utilizando a propriedade fundamental da soma, temos que:

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=\frac{a+b+c}{5+10+20}$$

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=\frac{140}{35}$$

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=4$$

A sequência de igualdades acima significa que:

$$\frac{a}{5}=4 \rightarrow a=20$$

$$\frac{b}{10} = 4 \rightarrow b = 40$$
$$\frac{c}{20} = 4 \rightarrow c = 80$$

Propriedade fundamental da subtração

Considerando a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, são validas as proporções $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$ e também $\frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$. Em resumo, temos que:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}} = \frac{\mathrm{a}-\mathrm{c}}{\mathrm{b}-\mathrm{d}}$$

Vamos a um exemplo que mostra a utilidade dessa propriedade.

Considere a proporção $\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5}$. Determine a incógnita "x".

Ao subtrair os numeradores, podemos eliminar a incógnita "x". Observe:

$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5} = \frac{(x+1)-(x-4)}{10-5}$$
$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5} = \frac{5}{5}$$
$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5} = 1$$

Utilizando a igualdade $\frac{x+1}{10} = 1$, obtemos:

$$x + 1 = 10$$
$$x = 9$$

Poderíamos também utilizar a igualdade $\frac{x-4}{5} = 1$:

$$x - 4 = 5$$
$$x = 9$$

Uso conjunto das propriedades da soma e da subtração

Em uma mesma proporção composta por duas ou mais razões, podemos utilizar as duas propriedades anteriores em conjunto. Por exemplo, se tivermos a proporção:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}$$

Podemos somar e subtrair os numeradores e denominadores seguindo a mesma lógica:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-a+c+e+g}{-b+d+f+h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a-c+e-g}{b-d+f-h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c-e-g}{b+d-f-h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c-e+g}{b+d-f+h}$$

Enfim, são diversas as possibilidades. O importante é não esquecer que, ao realizar uma operação (soma ou subtração) com o numerador de uma das razões, devemos realizar a <u>mesma operação</u> (soma ou subtração) <u>com o denominador dessa razão</u>.

Vale ressaltar que não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c-e}{b+d-f}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-c+e-g}{-d+f-h}$$

Escala

A escala é um tipo específico de razão. Trata-se da razão entre uma medida representada em um desenho e a medida real do objeto que se representa.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

É muito comum que a escala seja representada na forma **A:B**.

Quando temos, por exemplo, um mapa na escala 1:50.000, significa que cada unidade de comprimento do mapa corresponde a 50.000 unidades de comprimento do mundo real, seja qual for essa unidade de comprimento:

- Se estivermos falando de metros, cada metro do mapa corresponde a 50.000 metros no mundo real;
- Se estivermos falando de centímetros, cada centímetro do mapa corresponde a 50.000 centímetros no mundo real;
- Se estivermos falando de milímetros, cada milímetro do mapa corresponde a 50.000 milímetros no mundo real;
- Etc.

(ANAC/2009) Acerca de grandezas proporcionais e de matemática financeira, julgue o item que segue.

Se a maquete de um helicóptero, construída na escala de 1:24, tiver o comprimento igual a 20 cm, então o comprimento real dessa aeronave será inferior a 5 m.

Comentários:

A escala 1:24 apresenta 20cm como medida representada.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{24} = \frac{20\text{ cm}}{\text{Medida real}}$$

$$1 \times (\text{Medida real}) = 24 \times 20\text{ cm}$$

$$(\text{Medida real}) = 480\text{ cm}$$

Lembre-se que o prefixo "**centi**" (**c**) corresponde a 10^{-2}. O valor da medida real, em metros, é:

$$(\text{Medida real}) = 480 \times \mathbf{10^{-2}}\text{ m}$$

$$(\text{Medida real}) = 4{,}8\text{ m}$$

Logo, o comprimento real dessa aeronave será inferior a 5 m.

Gabarito: CERTO.

(Pref. Olímpia/2019) A tabela a seguir apresenta algumas escalas e medidas:

Escala	Medida na representação gráfica	Medida real
1:1 000	6 cm	60 m
1:2 500	20 cm	X
1:4 000	Y	600 m

As medidas X e Y são, respectivamente, iguais a

a) 25 m e 15 cm.

b) 60 m e 80 cm.

c) 500 m e 12 cm.

d) 500 m e 15 cm.

e) 800 m e 60 cm.

Comentários:

A escala 1:2.500 apresenta 20cm como medida representada e X como medida real.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{2.500} = \frac{20\text{cm}}{\text{X}}$$

$$1 \times \text{X} = 20\text{cm} \times 2.500$$

$$\text{X} = 50.000 \text{ cm}$$

Lembre-se que o prefixo "**centi**" (**c**) corresponde a 10^{-2}. O valor de X, em metros, é:

$$\text{X} = 50.000 \times \mathbf{10^{-2}}\text{m}$$

$$\text{X} = 500\text{m}$$

A escala 1:4.000 apresenta Y como medida representada e 600m como medida real.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{4.000} = \frac{\text{Y}}{600\text{m}}$$

$$\frac{600\text{m}}{4.000} = \text{Y}$$

$$\text{Y} = 0{,}15 \text{ m}$$

0,15m correspondem a 15cm. Logo, $\text{Y} = 15\text{cm}$.

Gabarito: Letra D.

Proporcionalidade

Proporcionalidade

Grandezas diretamente proporcionais

Uma grandeza A é diretamente proporcional às grandezas B, C e D quando

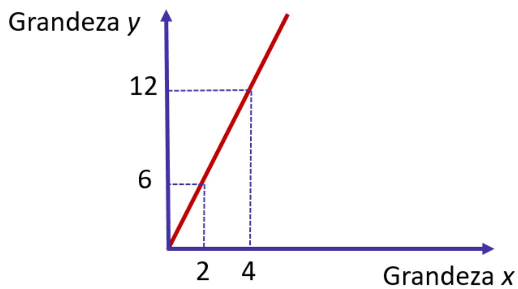
$$\frac{\text{Grandeza A}}{(\text{Grandeza B})\times(\text{Grandeza C})\times(\text{Grandeza D})}=\text{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D

Quando uma questão disser que duas ou mais grandezas são **proporcionais**, entenda que elas são **diretamente proporcionais**.

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são diretamente proporcionais quando:

$$\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_3}{y_3}=\cdots=\frac{x_n}{y_n}=\text{k}$$



Para resolver problemas de divisão em partes diretamente proporcionais, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Grandezas inversamente proporcionais

As expressões a seguir querem dizer a mesma coisa:

- A é **inversamente proporcional** a B;
- A é **diretamente proporcional ao inverso de B**;
- A é **diretamente proporcional a** $\frac{1}{B}$.

Uma grandeza A é inversamente proporcional às grandezas B, C e D quando:

$$\frac{\text{Grandeza A}}{\frac{1}{(\text{Grandeza B})}\times\frac{1}{(\text{Grandeza C})}\times\frac{1}{(\text{Grandeza D})}}=\text{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D

De outra forma, podemos dizer que grandeza A é inversamente proporcional às grandezas B, C e D quando:

$$(\text{grandeza A})\times(\text{gradeza B})\times(\text{grandeza C})\times(\text{grabdeza D})=\text{k}$$

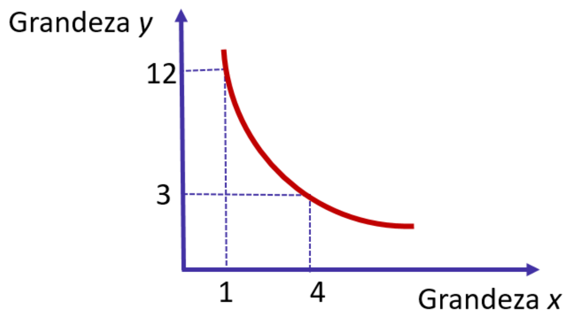
Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são inversamente proporcionais quando:

$$\frac{x_1}{\frac{1}{y_1}} = \frac{x_2}{\frac{1}{y_2}} = \frac{x_3}{\frac{1}{y_3}} = \cdots = \frac{x_n}{\frac{1}{y_n}} = k$$

De outra forma, podemos dizer que são inversamente proporcionais quando:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \cdots = x_n \times y_n = k$$



Para resolver problemas de divisão em partes inversamente proporcionais, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Grandezas direta e inversamente proporcionais

Se uma grandeza A for **diretamente** proporcional às **grandezas B e C** e **inversamente** proporcional às **grandezas D e E**, então:

$$\frac{\text{Grandeza A}}{(\text{grandeza B}) \times (\text{grandeza C}) \times \frac{1}{(\text{Grandeza D})} \times \frac{1}{(\text{Grandeza E})}} = k$$

Para resolver problemas de divisão em partes direta e inversamente proporcionais, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Nesse capítulo, apresentaremos primeiro as definições para, em seguida, mostrar a aplicação delas em problemas que podem aparecer na sua prova.

Sabemos que a apresentação "crua" das definições pode não ser "facilmente digerível" em um primeiro momento, porém a resolução de problemas tornará as definições mais claras.

Grandezas diretamente proporcionais

Definição de grandezas diretamente proporcionais

Uma grandeza A é **diretamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, a razão entre elas é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\textbf{Grandeza B}} = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A e B.

Esse conceito pode ser estendido para quando temos mais de uma grandeza. Uma grandeza A é **diretamente proporcional** às grandezas B, C e D quando:

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{(\textbf{Grandeza B})\times(\textbf{Grandeza C})\times(\textbf{Grandeza D})} = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D.

Problemas com grandezas diretamente proporcionais

Para resolver problemas com grandezas diretamente proporcionais, devemos utilizar os conceitos vistos anteriormente. Sem mais delongas, vamos a dois exemplos.

Quando uma questão disser que duas ou mais grandezas são **proporcionais,** entenda que elas são **diretamente proporcionais**

Em uma pizzaria, a produção diária de pizzas é proporcional ao número de horas trabalhadas pelos seus funcionários.

Em um determinado dia, foram produzidas 80 pizzas em 5 horas.

Quantas pizzas foram produzidas em um dia em que os funcionários trabalharam 7 horas?

Veja que a grandeza "pizzas produzidas" é diretamente proporcional à grandeza "horas trabalhadas".

$$\frac{\text{pizzas produzidas}}{\text{horas trabalhadas}} = \text{k}$$

Em um determinado dia, foram produzidas 80 pizzas em 5 horas. Logo:

$$\frac{80}{5} = k$$

Suponha que, ao trabalhar 7 horas, foram produzidas x pizzas. Então:

$$\frac{x}{7} = k$$

Com as duas igualdades acima, podemos escrever:

$$\frac{80}{5} = \frac{x}{7} = k$$

Podemos realizar a "multiplicação cruzada" na igualdade $\frac{80}{5} = \frac{x}{7}$. Temos:

$$5x = 80 \times 7$$

$$x = \frac{80 \times 7}{5}$$

$$x = 112 \text{ pizzas}$$

Observação: a partir desse momento, vamos escrever diretamente a igualdade do tipo $\frac{80}{5} = \frac{x}{7} = k$.

Vamos a um novo problema com mais grandezas envolvidas.

Em uma pizzaria, a produção diária de pizzas é proporcional ao número de horas trabalhadas pelos seus funcionários e ao número de funcionários presentes no expediente.

Em um determinado dia, foram produzidas 80 pizzas em 5 horas com 8 funcionários.

Quantas pizzas foram produzidas em um dia em que estavam presentes 10 funcionários trabalhando 7 horas?

Veja que a grandeza "pizzas produzidas" é diretamente proporcional às grandezas "horas trabalhadas" e "número de funcionários".

$$\frac{\text{(pizzas produzidas)}}{\text{(horas trabalhadas)} \times \text{(número de funcionários)}} = \text{k}$$

Supondo que foram produzidas x pizzas no dia em que 10 funcionários trabalharam 7 horas, temos:

$$\frac{80}{5 \times 8} = \frac{x}{7 \times 10} = k$$

Podemos simplificar $\frac{80}{5\times8} = \frac{x}{7\times10}$ e realizar a "multiplicação cruzada" na igualdade.

$$\frac{80}{5 \times 8} = \frac{x}{7 \times 10}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{70}$$

$$2 \times 70 = 1 \times x$$

$$x = 140 \text{ pizzas}$$

Sequências diretamente proporcionais

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são diretamente proporcionais quando:

$$\frac{\mathrm{x}_1}{\mathrm{y}_1} = \frac{\mathrm{x}_2}{\mathrm{y}_2} = \frac{\mathrm{x}_3}{\mathrm{y}_3} = \cdots = \frac{\mathrm{x}_\mathrm{n}}{\mathrm{y}_\mathrm{n}} = \mathrm{k}$$

Onde **k** é uma constante denominada **constante de proporcionalidade.**

(Pref. Ananindeua/2019) A sequência numérica (6,X,Y,12) é diretamente proporcional a sequência (3,4,5,6). Qual o valor de X+Y?

a) 8

b) 18

c) 16

d) 20

Comentários:

Como a sequência $(6, \mathrm{X}, \mathrm{Y}, 12)$ é proporcional à sequência $(3,4,5,6)$, temos que:

$$\frac{6}{3} = \frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{12}{6} = k$$

Qual é a constante de proporcionalidade **k**? $\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2.$

Temos, portanto, que:

$$\frac{6}{3} = \frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{12}{6} = 2$$

Logo:

$$\frac{X}{4} = 2 \ \rightarrow X = 8$$
$$\frac{Y}{5} = 2 \rightarrow Y = 10$$

A soma procurada é $X + Y = 8 + 10 = 18$

Gabarito: Letra B.

Aspecto gráfico da proporcionalidade direta

Se duas grandezas são **diretamente proporcionais**, quando uma grandeza aumenta, a outra também aumenta, e quando uma grandeza diminui, a outra também diminui.

Ocorre que essa descrição qualitativa não é suficiente para descrever por completo o conceito de grandezas diretamente proporcionais, pois há uma condição a mais que deve ser respeitada: **uma grandeza aumenta ou diminui na mesma proporção em que a outra aumenta ou diminui.**

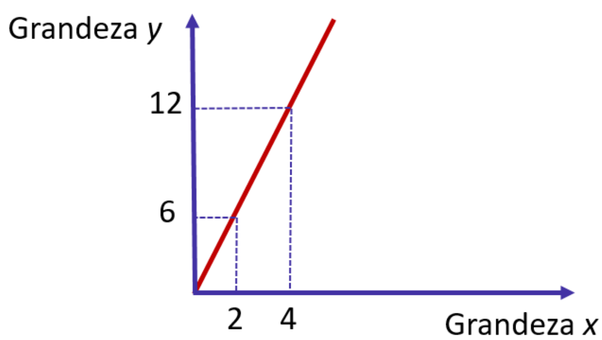
Isso significa que se a primeira grandeza dobrar, a segunda grandeza deve dobrar. Se a primeira grandeza quintuplicar, a segunda grandeza também deve ser multiplicada por 5. Se a primeira grandeza for dividida por 3, a segunda grandeza também deve ser dividida por 3.

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, graficamente, temos uma reta que passa pela origem. Isso porque quando uma grandeza y é diretamente proporcional à grandeza x, temos:

$$\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}} = \mathrm{k}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{kx}$$

(Equação da reta que passa pela origem do plano cartesiano)



Perceba, no exemplo do gráfico, que temos um ponto $(x; y)$ dado pelo par $(2; 6)$. Quando x é multiplicado por 2, o y é multiplicado por 2, e o novo ponto $(x; y)$ obtido é $(4; 12)$.

(Pref. SJC/2019) Duas grandezas y e x, diretamente proporcionais, são representadas, graficamente, por uma função cuja expressão algébrica é:

a) $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais e $a \cdot b \cdot c \neq 0$

b) $y = ax^2 + bx$, com a e b reais e $a \cdot b \neq 0$

c) $y = ax^2$, com $a \neq 0$, real

d) $y = ax + b$, com a e b reais e $a \cdot b \neq 0$

e) $y = ax$, com $a \neq 0$, real

Comentários:

Duas grandezas diretamente proporcionais podem ser representadas graficamente por uma reta que passa pela origem do plano cartesiano.

Assim, as grandezas y e x podem ser relacionadas pela função $y = ax$, com a diferente de zero. Nesse caso, a é a constante de proporcionalidade k.

Gabarito: Letra E.

Divisão em partes diretamente proporcionais

Problemas de divisão em **partes proporcionais** (ou seja, em **partes diretamente proporcionais**) tratam da divisão de uma quantia em partes proporcionais a alguns números.

Para resolver esse tipo de problema, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Vamos a um exemplo:

Divida o número 2200 em partes proporcionais a 5, 7 e 10.

Se as partes proporcionais a 5, 7 e 10 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = k$$

A soma das partes é 2.200. Logo, $a + b + c = 2.200$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10}$, temos:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = \frac{a+b+c}{5+7+10}$$

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = \frac{2.200}{22}$$

$$\boxed{\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = 100}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 100.

$$\frac{a}{5} = 100 \ \rightarrow a = 500$$

$$\frac{b}{7} = 100 \ \rightarrow b = 700$$

$$\frac{c}{10} = 100 \ \rightarrow c = 1.000$$

Logo, ao dividir o número 2.200 em partes proporcionais a 5, 7 e 10, obtemos, respectivamente, 500, 700 e 1.000.

As questões de concurso público costumam apresentar uma contextualização. Veja um exemplo.

(Pref. Buritizal/2018) Três amigos fizeram um bolão para um jogo de loteria, sendo que um deles colaborou com R$ 13,00, outro com R$ 14,00 e o terceiro com R$ 22,00. Eles foram sorteados e receberam um prêmio de R$ 7.350,00, que será dividido em partes diretamente proporcionais ao que cada um contribuiu no bolão. O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia será

a) R$ 1.950,00.

b) R$ 2.000,00.

c) R$ 2.050,00.

d) R$ 2.100,00.

e) R$ 2.150,00.

Comentários:

Se as partes proporcionais a R$13 , R$14 e R$22 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = k$$

A soma das partes é o total do prêmio, isto é, $a + b + c = R\$\ 7.350$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22}$, temos:

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = \frac{a+b+c}{13+14+22}$$

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = \frac{7350}{49}$$

$$\boxed{\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = 150}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 100. O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia é tal que:

$$\frac{a}{13} = 150$$

$$a = 1.950$$

Gabarito: Letra A.

Algumas questões sobre divisões proporcionais podem ser mais complexas. Para resolvê-las, devemos nos ater aos princípios apresentados neste capítulo.

(SABESP/2019) Um pai pretende dividir R$ 750,00 entre seus 3 filhos de tal forma que cada um receba uma quantia diretamente proporcional à sua própria idade. Se dois dos filhos receberão, respectivamente, R$ 225,00 e R$ 240,00, e se a soma das idades dos dois filhos mais novos é 31 anos, então a idade do filho mais velho é

a) 15

b) 21

c) 19

d) 20

e) 16

Comentários:

Se as quantias recebidas por dois filhos foram R$225 e R$240, a quantia recebida pelo terceiro filho é o que restou do total de R$750:

$$750 - 225 - 240 = \text{ R\$285}$$

Como cada filho recebeu uma quantia proporcional à idade, os filhos mais novos, de idades N_1 e N_2, receberam as duas menores quantias, ou seja, receberam R$225 e R$240. Se a idade do filho mais velho é V, então temos a seguinte proporção:

$$\frac{225}{N_1} = \frac{240}{N_2} = \frac{285}{V} = k$$

Lembre-se que a soma das idades dos dois filhos mais novos é 31. Logo, $N_1 + N_2 = 31$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" com as **duas primeiras razões** da proporção acima, temos:

$$\frac{\mathbf{225}}{\boldsymbol{N_1}} = \frac{\mathbf{240}}{\boldsymbol{N_2}} = \frac{285}{V} = \frac{\mathbf{225 + 240}}{\boldsymbol{N_1 + N_2}}$$

$$\frac{225}{N_1} = \frac{240}{N_2} = \frac{285}{V} = \frac{465}{\mathbf{31}}$$

$$\boxed{\frac{225}{N_1} = \frac{240}{N_2} = \frac{285}{V} = 15}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 15. Vamos obter a idade do filho mais velho:

$$\frac{285}{V} = 15$$

$$\frac{285}{15} = V$$

$$V = 19$$

Gabarito: Letra C.

Problemas de regra de sociedade

Em uma sociedade empresarial, os lucros ou os prejuízos costumam ser distribuídos entre as pessoas de maneira diretamente proporcional ao capital investido.

Em resumo, problemas de "regra de sociedade" são problemas de divisão proporcional com uma historinha envolvendo sócios de uma empresa ou de um negócio. Vejamos um exemplo.

(BB/2013) Uma empresa obteve um lucro líquido de R$ 263.500,00. Esse lucro será dividido proporcionalmente às cotas da sociedade que cada um dos seus quatro sócios possui. O sócio majoritário detém 9 das cotas e os outros três sócios possuem, respectivamente, 1, 3 e 4 cotas da sociedade. A quantia, em reais, que o sócio que possui 3 cotas receberá nessa divisão é igual a

a) 15.500,00.

b) 139.500,00.

c) 46.500,00.

d) 62.000,00.

e) 31.000,00.

Comentários:

O lucro líquido será dividido em partes proporcionais às cotas da sociedade. Se as partes proporcionais a 1 , 3, 4 e 9 forem respectivamente a, b, c e d, temos:

- $$\frac{a}{1} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{9} = k$$

A soma das partes é o lucro líquido total, isto é, $a + b + c + d = R\$\ 263.500$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{1} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{9}$, temos:

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{9} = \frac{a + b + c + d}{1 + 3 + 4 + 9}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{9} = \frac{263.500}{17}$$

$$\boxed{\frac{a}{1} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{9} = 15.500}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 15.500. Vamos obter a quantia recebida pelo sócio que tem 3 cotas:

$$\frac{b}{3} = 15.500$$

$$b = 46.500$$

Gabarito: Letra C.

Grandezas inversamente proporcionais

Para trabalhar com **grandezas inversamente proporcionais**, devemos saber que as expressões a seguir querem dizer a mesma coisa:

- A é **inversamente proporcional** a B;
- A é **diretamente proporcional ao inverso de B**;
- A é **diretamente proporcional a $\frac{1}{B}$**.

Essa breve introdução é suficiente para resolver todos os problemas sobre grandezas inversamente proporcionais: basta **converter o problema de grandezas inversamente proporcionais em um problema de grandezas diretamente proporcionais**.

Vamos entrar em detalhes.

Definição de grandezas inversamente proporcionais

Uma grandeza A é **inversamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, a razão entre a grandeza A e o inverso da grandeza B é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\frac{\textbf{1}}{\textbf{Grandeza B}}} = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A e B.

Note que:

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\frac{\textbf{1}}{\textbf{Grandeza B}}} = (\textbf{Grandeza A}) \times (\textbf{Grandeza B})$$

Podemos, então, reescrever a definição assim:

Uma grandeza A é **inversamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, o produto da grandeza A pela grandeza B é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$(\textbf{Grandeza A}) \times (\textbf{Grandeza B}) = \boldsymbol{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A e B.

Esse conceito pode ser estendido para quando temos mais de uma grandeza. Uma grandeza A é **inversamente proporcional** às grandezas B, C e D quando:

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\left(\frac{1}{\textbf{Grandeza B}}\right)\times\left(\frac{1}{\textbf{Grandeza C}}\right)\times\left(\frac{1}{\textbf{Grandeza D}}\right)} = \boldsymbol{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D.

Novamente, podemos reescrever o conceito, dizendo que uma grandeza A é **inversamente proporcional** às grandezas B, C e D quando:

$$(\textbf{Grandeza A}) \times (\textbf{Grandeza B}) \times (\textbf{Grandeza C}) \times (\textbf{Grandeza D}) = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D.

Problemas com grandezas inversamente proporcionais

Para resolver problemas com grandezas inversamente proporcionais, devemos utilizar os conceitos vistos anteriormente. Vamos a um exemplo.

Em uma fábrica de peças automotivas, o "custo fixo unitário da produção" é inversamente proporcional à quantidade de peças produzidas do tipo A e do tipo B.

Em um determinado mês, foram produzidas 50 peças do tipo A e 100 peças do tipo B, gerando um custo fixo unitário de R$ 50.

Determine o "custo fixo unitário da produção" em um mês em que foram produzidas 25 peças do tipo A e 250 peças do tipo B.

Veja que a grandeza "custo fixo unitário" é **inversamente proporcional** às grandezas "peças tipo A" e "peças tipo B".

Logo, a grandeza "custo fixo unitário" é **diretamente proporcional** **ao inverso** da grandeza "peças tipo A" e **ao inverso** da grandeza "peças tipo B".

$$\frac{(\text{custo fixo unitário})}{\frac{1}{(\text{peças tipo A})} \times \frac{1}{(\text{peças tipo B})}} = \text{k}$$

Em um determinado mês, foram produzidas 50 peças do tipo A e 100 peças do tipo B, gerando um custo fixo unitário de R$50. Logo:

$$\frac{50}{\frac{1}{50} \times \frac{1}{100}} = k$$

Suponha que, no mês em que foram produzidas 25 peças do tipo A e 250 peças do tipo B, o custo fixo unitário seja C. Logo:

$$\frac{C}{\frac{1}{25} \times \frac{1}{250}} = k$$

Com as duas igualdades anteriores, podemos escrever:

$$\frac{\mathbf{50}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{50}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}}} = \frac{\boldsymbol{C}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{25}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{250}}} = k$$

$$\mathbf{50 \times 50 \times 100 = \boldsymbol{C} \times 25 \times 250}$$

$$\frac{50 \times 50 \times 100}{25 \times 250} = C$$

$$C = R\$\,40$$

(SEFAZ BA/2022) Três grandezas L, M e N são tais que L é diretamente proporcional a M, e M é inversamente proporcional a N.

Quando M = 4 e N = 18, tem-se L = 60.

Quando L = 45, o valor de M + N é

a) 25.

b) 26.

c) 27.

d) 28.

e) 29.

Comentários:

Sabemos que a grandeza L é <u>diretamente proporcional</u> à grandeza M. Logo, sendo k_1 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{L}{M} = k_1$$

Além disso, a grandeza M é <u>inversamente proporcional</u> à grandeza N. Logo, sendo k_2 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$MN = k_2$$

Quando $\boldsymbol{M = 4}$ e $\boldsymbol{N = 18}$, tem-se $\boldsymbol{L = 60}$. Logo:

$$\frac{L}{M} = k_1 \rightarrow \frac{60}{4} = k_1 \rightarrow \boldsymbol{k_1 = 15}$$

$$MN = k_2 \rightarrow 4 \times 18 = k_2 \rightarrow \boldsymbol{k_2 = 72}$$

Devemos determinar o valor de $M + N$ para o caso em que $L = 45$.

$$\frac{L}{M} = k_1 \rightarrow \frac{45}{M} = 15 \rightarrow M = \frac{45}{15} \rightarrow M = 3$$

$$MN = k_2 \rightarrow 3 \times N = 72 \rightarrow N = 24$$

Logo, **para $L = 45$**, temos:

$$M + N = 3 + 24$$
$$= 27$$

Gabarito: Letra C.

Sequências inversamente proporcionais

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são inversamente proporcionais quando:

$$\frac{x_1}{\frac{1}{y_1}} = \frac{x_2}{\frac{1}{y_2}} = \frac{x_3}{\frac{1}{y_3}} = \cdots = \frac{x_n}{\frac{1}{y_n}} = k$$

Onde **k** é uma constante denominada **constante de proporcionalidade.**

Essa definição equivale a dizer que as sequências são inversamente proporcionais quando:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \cdots = k$$

(Pref. Cerquilho/2019) Assinale a alternativa que contém uma tabela apresentando duas grandezas inversamente proporcionais.

a)

Grandeza x	3	4	5	6	7	8
Grandeza y	12	11	10	9	8	7

b)

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	12	11	10	9	8	7

c)

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	16	14	12	10	8	6

d)

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	32	16	8	4	2	1

e)

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	–4	–3	–2	–1	0	1

Comentários:

Para duas sequências serem inversamente proporcionais, a multiplicação das grandezas deve ser sempre igual a uma consante, isto é:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \cdots = k$$

Vamos analisar cada alternativa.

A) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	3	4	5	6	7	8
Grandeza y	12	11	10	9	8	7
Produto xy	36	44	50	54	56	56

B) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	12	11	10	9	8	7
Produto xy	96	77	60	45	32	21

C) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	16	14	12	10	8	6
Produto xy	128	98	72	50	32	18

D) O produto dos elementos das duas sequências é constante e igual a 32. **Este é o gabarito**.

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	32	16	8	4	2	1
Produto xy	32	32	32	32	32	32

E) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	-4	-3	-2	-1	0	1
Produto xy	-4	-6	-8	-8	0	32

Gabarito: Letra D.

Aspecto gráfico da proporcionalidade inversa

Se duas grandezas são **inversamente proporcionais**, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui, e quando uma grandeza diminui, a outra aumenta.

Ocorre que essa descrição qualitativa não é suficiente para descrever por completo o conceito de grandezas inversamente proporcionais, pois há uma condição a mais que deve ser respeitada: **quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza diminui na mesma proporção, e quando uma grandeza diminui, a outra grandeza aumenta na mesma proporção.**

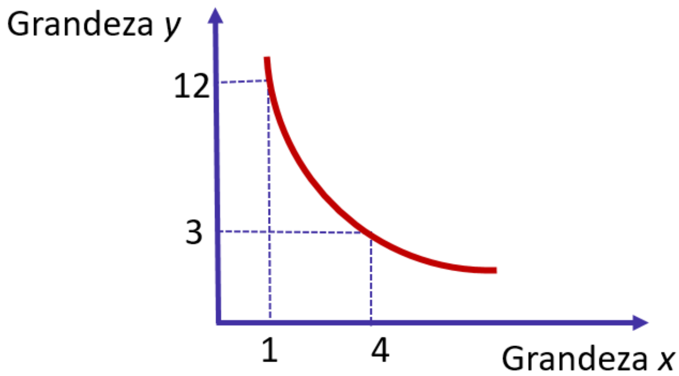
Isso significa que se a primeira grandeza dobrar, a segunda grandeza deve reduzir pela metade. Se a primeira grandeza quintuplicar, a segunda grandeza deve ser dividida por 5. Se a primeira grandeza for dividida por 3, a segunda grandeza deve ser triplicada.

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, graficamente, temos uma curva chamada **hipérbole**.

$$\frac{y}{1/x} = k$$

$$\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$$

(Hipérbole)



Perceba, no exemplo do gráfico, que temos um ponto $(x; y)$ dado pelo par $(1; 12)$. Quando x é multiplicado por 4, o y é dividido por 4, e o novo ponto $(x; y)$ obtido é $(4; 3)$.

(Pref. Campinas/2019) A professora Alice perguntou aos seus alunos o que são grandezas inversamente proporcionais. Analise o diálogo entre um grupo de alunos sobre esse significado:

Júlia:	Analiso a variação de duas grandezas: se uma das grandezas aumenta e a outra diminui, então essas grandezas são necessariamente inversamente proporcionais.
Caio:	Você está errada Júlia, pois há situações em que isso ocorre e as grandezas não são inversamente proporcionais. Essa sua afirmação é necessária, mas não é suficiente para indicar se as grandezas são inversamente proporcionais.
André:	Se uma grandeza aumenta e a outra também aumenta, essas grandezas são diretamente proporcionais e, se uma aumenta e a outra diminui elas são inversamente proporcionais.
Luana:	Eu não analiso esse aspecto de diminuir e aumentar apenas. Se uma grandeza x for inversamente proporcional a y, os produtos dos valores de x pelos correspondentes valores de y são necessariamente iguais.

Considerando as ideias apresentadas pelos quatro estudantes, é correto afirmar que são verdadeiras apenas as argumentações de

a) Júlia e Luana.

b) Júlia e André.

c) Caio e Luana.

d) Caio e André.

e) André e Luana.

Comentários:

Vamos comentar cada ideia apresentada pelos estudantes.

Júlia: O fato de uma das grandezas aumentar enquanto a outra diminui **não necessariamente define que as grandezas são inversamente proporcionais**.

Isso porque é necessário que **uma grandeza diminua na mesma proporção em que a outra aumenta**. Isso significa que se a primeira grandeza dobrar, a segunda grandeza deve reduzir pela metade, por exemplo.

Podemos mostrar o seguinte **contraexemplo** para o argumento de Júlia: considere duas grandezas, dadas por x e y, tais que $y = \frac{1}{x} + 1$. Se x for de 2 para 4, y vai de $\frac{3}{2}$ para $\frac{5}{4}$. Veja que, nesse exemplo, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui. Ocorre que, nesse caso, **x dobrou e y não diminuiu pela metade**.

Caio: O argumento de caio está correto. Para duas grandezas serem inversamente proporcionais é necessário que, quando uma aumenta, a outra diminui. Ocorre que isso não é suficiente para que as grandezas sejam inversamente proporcionais: é necessário que **uma grandeza diminua na mesma proporção em que a outra aumenta**.

André: André errou pelo mesmo motivo de Júlia, por não especificar a forma em que as grandezas devem aumentar/diminuir.

Nas grandezas diretamente proporcionais, quando uma grandeza aumenta, a outra aumenta **na mesma proporção**. Nas grandezas inversamente proporcionais, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui **na mesma proporção**.

Luana: Luana definiu corretamente grandezas inversamente proporcionais: os produtos dos valores das duas grandezas devem ser iguais a uma constante.

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \cdots = k$$

As argumentações verdadeiras são as do **Caio** e da **Luana**.

Gabarito: Letra C.

Divisão em partes inversamente proporcionais

Problemas de divisão em **partes inversamente proporcionais** tratam da divisão de uma quantia em partes inversamente proporcionais a alguns números.

Para resolver esse tipo de problema, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Divida o número 700 em partes inversamente proporcionais a 5, 10 e 20.

Se as partes inversamente proporcionais a 5, 10 e 20 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}} = k$$

A soma das partes é 700. Logo, $a + b + c = 700$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}}$, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}}$$

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}} = \frac{700}{\frac{4+2+1}{20}}$$

$$5a = 10b = 20c = \frac{700}{\frac{7}{20}}$$

$$5a = 10b = 20c = 700 \times \frac{20}{7}$$

$$\boxed{5a = 10b = 20c = 2.000}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 2.000.

$$5a = 2.000 \rightarrow a = 400$$

$$10b = 2.000 \rightarrow b = 200$$

$$20c = 2.000 \rightarrow c = 100$$

Logo, ao dividir o número 700 em partes inversamente proporcionais a 5, 10 e 20, obtemos, respectivamente, 400, 200 e 100.

As questões de concurso público costumam apresentar uma contextualização. Veja um exemplo.

(BANESTES/2018) Em um terminal de autoatendimento bancário há apenas cédulas de R$ 10,00, R$ 20,00 e R$ 50,00.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores.

Se há 272 cédulas ao todo, então a quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

a) R$ 3.600,00;

b) R$ 3.960,00;

c) R$ 4.050,00;

d) R$ 4.240,00;

e) R$ 4.800,00.

Comentários:

Se as quantidades de cédulas de R$10 , R$20 e R$50 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{\frac{1}{10}} = \frac{b}{\frac{1}{20}} = \frac{c}{\frac{1}{50}} = k$$

A soma do número de cédulas é 272, isto é, $a + b + c = 272$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{10}} = \frac{b}{\frac{1}{20}} = \frac{c}{\frac{1}{50}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{50}}$$

$$\frac{a}{\frac{1}{10}} = \frac{b}{\frac{1}{20}} = \frac{c}{\frac{1}{50}} = \frac{272}{\frac{10+5+2}{100}}$$

$$10a = 20b = 50c = \frac{272}{\frac{17}{100}}$$

$$10a = 20b = 50c = 272 \times \frac{100}{17}$$

$$\boxed{10a = 20b = 50c = 1.600}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 1.600. O número de cédulas de cada tipo é:

$$10a = 1.600 \ \rightarrow a = 160$$

$$20b = 1.600 \ \rightarrow b = 80$$

$$50c = 1.600 \ \rightarrow c = 32$$

Temos, portanto, 160 cédulas de R$10, 80 cédulas de R$20 e 32 cédulas de R$50. A quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

$$160 \times R\$10 + 80 \times R\$20 + 32 \times R\$\,50$$
$$= R\$\,4.800$$

Gabarito: Letra E.

Grandezas direta e inversamente proporcionais

Quando se apresentam problemas em que uma grandeza A é diretamente proporcional a algumas grandezas e inversamente proporcional a outras grandezas, **devemos transformar tudo para grandezas diretamente proporcionais.**

Se uma grandeza A for diretamente proporcional às grandezas B e C e inversamente proporcional às grandezas D e E, então podemos dizer que **a grandeza A é diretamente proporcional às grandezas B, C, 1/D e 1/E**. Logo:

$$\frac{(\text{grandeza A})}{(\text{grandeza B}) \times (\text{grandeza C}) \times \dfrac{1}{(\text{grandeza D})} \times \dfrac{1}{(\text{grandeza E})}} = \mathbf{k}$$

Onde **k** é a constante de proporcionalidade.

Problemas com grandezas direta e inversamente proporcionais

Vamos a um problema.

Em uma fábrica de parafusos, a receita em reais obtida em um mês é diretamente proporcional ao número de parafusos produzidos e inversamente proporcional à cotação do dólar.

Em um determinado mês, foram produzidos 1.000.000 de parafusos e a receita foi de R$ 10.000,00, sendo o dólar cotado a R$ 2,50.

Determine a receita em reais obtida ao se produzir 500.000 parafusos com o dólar cotado a R$ 5,00.

Veja que a grandeza "receita obtida" é diretamente proporcional a grandeza "número de parafusos" e inversamente proporcional à grandeza "cotação do dólar".

$$\frac{(\text{receita obtida})}{(\text{número de parafusos}) \times \dfrac{1}{(\text{cotação do dólar})}} = k$$

Supondo que a receita em reais obtida ao se produzir 500.000 parafusos com o dólar a R$ 5,00 foi x, então:

$$\frac{10.000}{1.000.000 \times \dfrac{1}{2,5}} = \frac{x}{500.000 \times \dfrac{1}{5}} = k$$

$$\frac{10.000 \times 2,5}{1.000.000} = \frac{x \times 5}{500.000} = k$$

Podemos simplificar a proporção $\frac{10.000 \times 2,5}{1.000.000} = \frac{x \times 5}{500.000}$ para depois realizar a "multiplicação cruzada". Simplificando os denominadores de lados diferentes da igualdade por 500.000, temos:

$$\frac{10.000 \ \times 2,5}{2} = \frac{x \ \times 5}{1}$$

Realizando a "multiplicação cruzada", temos:

$$2 \times (x \times 5) = 10.000 \times 2,5 \times 1$$

$$10x = 25.000$$

$$x = 2.500$$

Logo, a receita em reais obtida foi de R$ 2.500,00.

Divisão em partes direta e inversamente proporcionais

Problemas de divisão em **partes direta e inversamente proporcionais** tratam da divisão de uma quantia em partes proporcionais a alguns números e inversamente proporcionais a outros números.

Para resolver esse tipo de problema, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Vamos a um exemplo.

Um pai quer dividir a quantia de R$ 15.000 a seus três filhos Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo de modo diretamente proporcional às notas obtidas em uma prova de matemática e de modo inversamente proporcional ao tempo semanal que eles jogam videogame.

Arnaldo obteve 10 em matemática e joga videogame durante 10h por semana.

Bernaldo obteve 8 em matemática e joga videogame durante 2h por semana.

Cernaldo obteve 5 em matemática e joga videogame durante 1h por semana.

Qual foi a quantia em reais que cada filho recebeu?

A quantia foi dividida em partes **diretamente proporcionais à nota obtida em matemática** e **inversamente proporcionais** ao **tempo dispendido com videogame**.

Se Arnaldo recebeu a quantia A, Bernaldo recebeu a quantia B e Cernaldo recebeu a quantia C, temos a seguinte proporção:

$$\frac{A}{\mathbf{10} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}} = \frac{B}{\mathbf{8} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}} = \frac{C}{\mathbf{5} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}}} = k$$

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = k$$

Temos que a soma das quantias recebidas é R$ 15.000.

$$A + B + C = 15.000$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}$, temos:

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{A + B + C}{1 + 4 + 5}$$

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{15.000}{10}$$

$$\boxed{\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = 1.500}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 1.500.

$$\frac{A}{1} = 1.500 \ \rightarrow A = 1.500$$

$$\frac{B}{4} = 1.500 \ \rightarrow B = 6.000$$

$$\frac{C}{5} = 1.500 \ \rightarrow C = 7.500$$

Logo, Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo receberam, respectivamente, R$ 1.500, R$ 6.000 e R$ 7.500.

Questões Comentadas

Frações

CEBRASPE

1.(CESPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Entre os três servidores, Maria é a mais eficiente, isto é, em cada dia de trabalho, ela cataloga mais livros que cada um dos outros dois.

Comentários:

Para determinar o servidor que cataloga mais livros, devemos determinar qual fração dentre $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{12}$ é a maior.

Ao comparar frações, devemos encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador será o MMC entre 4, 3 e 12, que é 12. Temos que:

$$\frac{1}{4}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}}\ \text{ e }\ \frac{1}{3}=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{12}}$$

Portanto, as frações com denominador 12 correspondentes à quantidade de livros catalogados por **Paulo**, **Maria** e **João** são, respectivamente:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}};\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{12}};\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{12}}$$

Logo, **João** cataloga mais livros do que cada um dos outros dois.

Gabarito: ERRADO.

2. (CESPE/TCE-RS/2013) Na secretaria de um órgão público, as páginas dos processos, para serem digitalizadas, são separadas e distribuídas entre 7 servidores — 4 servidores recém-contratados e 3 servidores antigos. Julgue o item a seguir, a respeito dessa situação.

Considere que, com a aquisição de novos equipamentos, o tempo para se digitalizar uma página, que era de 22 segundos, passou a ser de [22 – 22 × P] segundos, em que P correspondente à dízima periódica 0,27272727.... Nessa situação, com os novos equipamentos, a digitalização de uma página passou a ser feita em 16 segundos.

Comentários:

P é uma dízima periódica que pode ser escrita na forma fracionária:

$$P = 0,\overline{27} = \frac{27}{99}$$

O tempo de digitalização da página passou a ser:

$$22 - 22 \times P$$

$$= 22 - 22 \times \frac{27}{99}$$

$$= 22\left(1 - \frac{27}{99}\right)$$

$$= 22\left(\frac{99 - 27}{99}\right)$$

$$= 22 \times \frac{72}{99}$$

Simplificando 22 e 99 por 11, obtemos:

$$= 2 \times \frac{72}{9}$$

$$= 2 \times 8 = 16$$

Gabarito: CERTO.

3.(CESPE/CNJ/2013)

ano de início dos processos	especificação		
	em trâmite	para parecer	julgado
2010	200	30	600
2011	240	30	580
2012	260	50	700

Considerando os dados da tabela acima, que mostra a quantidade e situação de processos, nos anos 2010, 2011 e 2012, em um tribunal, julgue o item subsequente.

Se, em 2011, 5 juízes atuavam no referido tribunal, então a relação juiz/processo era de, aproximadamente, 1:170.

Comentários:

Em 2011, temos um total de:

$$240 + 30 + 580 = 850 \text{ processos}$$

A relação juiz/processo, em 2011, era de:

$$\frac{\text{Juiz}}{\text{Processo}} = \frac{5}{850}$$

Ao simplificar o numerador e o denominador por 5, encontramos $\frac{1}{170}$, como afirma o item da questão.

Gabarito: CERTO.

4.(CESPE/TJ PA/2020) Dois colaboradores do setor de informática de uma empresa são responsáveis por fazer a manutenção dos computadores da empresa. Durante certo período de tempo, um dos colaboradores fez manutenção em $\mathbf{0,\overline{26} = 0,262626}$ da quantidade total de computadores da empresa e, nesse mesmo período de tempo, o outro colaborador fez manutenção em $\mathbf{0,\overline{18} = 0,181818}$ dessa quantidade total de computadores, tendo restado 110 computadores sem manutenção.

Nessa situação, a quantidade total de computadores dessa empresa é igual a

a) 130.

b) 139.

c) 155.

d) 159.

e) 198.

Comentários:

Seja T o total de computadores da empresa. O número de **computadores com manutenção** é:

$$0,\overline{26}\ \textbf{do}\ \text{total} + 0,\overline{18}\ \textbf{do}\ \text{total}$$

$$= 0,\overline{26} \times \text{T} + 0,\overline{18} \times \text{T}$$

$$= \frac{26}{99}\text{T} + \frac{18}{99}\text{T}$$

$$= \frac{26+18}{99}\text{T}$$

$$= \frac{44}{99}\text{T}$$

$$= \frac{4}{9}T$$

O total de **computadores sem manutenção** é tal que:

$$(\textbf{Total} \text{ de computadores}) - (\text{Computadores } \textbf{com} \text{ manutenção}) = (\text{Computadores } \textbf{sem} \text{ manutenção})$$

$$T - \frac{4}{9}T = 110$$

$$\frac{9-4}{9}T = 110$$

$$\frac{5}{9}T = 110$$

$$T = \frac{110 \times 9}{5}$$

$$T = 198$$

Temos, portanto 198 computadores na empresa.

Gabarito: Letra E.

5.(CESPE/Pref. B dos Coqueiros/2020) Em seu testamento, um pai deixou o diagrama mostrado a seguir, para ilustrar como deverá ocorrer a distribuição de sua herança, no valor de 2,7 milhões de reais, entre seus cinco herdeiros.

Com base nas informações precedentes, e considerando-se que, em cada linha desse diagrama, o retângulo branco mostrado está dividido em partes iguais, é correto concluir que

a) o quarto filho receberá mais de 420 mil reais.

b) a mãe e o terceiro filho receberão, juntos, um total de 1,3 milhão de reais.

c) a mãe e o primeiro filho receberão, juntos, menos de 1,4 milhão de reais.

d) os quatro filhos receberão, juntos, 2 milhões de reais.

e) a mãe e o quarto filho receberão, juntos, exatamente o mesmo total recebido pelos outros três filhos.

Comentários:

Pelo diagrama, podemos perceber que:

- A mãe receberá $\frac{1}{3}$ do total da herança;
- O 1º filho receberá $\frac{1}{3}$ do valor restante após a distribuição da parte que cabe à mãe; e
- Os demais filhos (3º, 4º e 5º) receberão cada um $\frac{1}{3}$ do que restou após a distribuição da herança para mãe e para o 1º filho.

O valor recebido pela **mãe** é:

$$\frac{1}{3} \times 2.700.000 = \text{ R\$ } 900.000$$

Após a distribuição da parte que cabe à **mãe**, restam $2.700.000 - 900.000 = \text{R\$ } 1.800.000$.

O valor recebido pelo **1º filho** é:

$$\frac{1}{3} \times 1.800.000 = \text{R\$ } 600.000$$

Após a distribuição da herança para **mãe** e para o **1º filho**, restam $1.800.000 - 600.000 = \text{R\$ } 1.200.000$.

O valor recebido individualmente pelo 2º, pelo 3º e pelo 4º filho é:

$$\frac{1}{3} \times 1.200.000 = \text{R\$ } 400.000$$

Note que **a mãe e o terceiro filho** receberão, juntos, um total de:

$$900.000 + 400.000 = \text{R\$ } 1.300.000$$

Gabarito: Letra B.

Texto para as próximas questões

Ao iniciar uma sessão plenária na câmara municipal de uma pequena cidade, apenas 1/4 dos assentos destinados aos vereadores foram ocupados. Com a chegada do vereador Veron, 1/3 dos assentos passaram a ficar ocupados. Nessa situação hipotética, é correto afirmar que

6. (CESPE/TRE RJ/2012) Menos de cinco assentos estavam ocupados quando o vereador Veron chegou à câmara municipal.

7.(CESPE/TRE RJ/2012) Os assentos destinados aos vereadores serão todos ocupados somente após a chegada de mais nove vereadores.

8.(CESPE/TRE RJ/2012) Há mais de 15 assentos destinados aos vereadores no plenário da câmara.

Comentários:

Considere que a totalidade de assentos destinados aos vereadores é A. Antes da chegada do vereador Veron, $\frac{1}{4}A$ eram os assentos ocupados. Após a chegada desse único vereador, temos $\frac{1}{3}A$ de assentos ocupados.

Podemos escrever:

$$(\text{Assentos ocupados depois}) = (\text{Assentos ocupados antes}) + 1$$

$$\frac{1}{3}\mathrm{A} = \frac{1}{4}\mathrm{A} + 1$$

$$\frac{1}{3}\mathrm{A} - \frac{1}{4}\mathrm{A} = 1$$

$$\frac{4-3}{12}\mathrm{A} = 1$$

$$\frac{1}{12}\mathrm{A} = 1$$

$$\mathrm{A} = 12$$

Logo, o total de assentos destinados aos vereadores é $\mathrm{A} = 12$.

Questão 06

Antes da chegada do vereador Veron, estavam ocupados:

$$\frac{1}{4}A = \frac{1}{4} \times 12 = 3 \text{ assentos}$$

Logo, a assertiva está **CERTA** ao dizer que **menos de cinco** assentos estavam ocupados quando o vereador Veron chegou à câmara municipal.

Questão 07

Após a chegada do vereador Veron, temos ocupados:

$$3 + 1 = 4 \text{ assentos}$$

O número de assentos livres é:

$$12 - 4 = 8 \text{ assentos}$$

Logo, após a chegada do vereador Veron, os assentos destinados aos vereadores serão todos ocupados somente após a chegada de **mais oito** vereadores. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 08

Conforme já calculado, há 12 assentos destinados aos vereadores ($A = 12$). O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 06 - CERTO. 07 - ERRADO. 08 - ERRADO.

9. (CESPE/PM DF/2010) Existe um cálculo para saber a quantidade certa de água que se deve ingerir diariamente: 500 mL de água como valor fixo, mais 30 mL de água por quilo de massa corporal. Assim, uma pessoa com 57 kg deve beber 2.210 mL de água por dia.

Água, o melhor remédio. In: Correio Braziliense, 23/8/2009, p. 29 (com adaptações).

Após ler a reportagem acima, Pedro calculou que deveria ingerir, diariamente, 2.750 mL de água. Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

Se Pedro beber $\frac{4}{11}$ da água que deve ingerir pela manhã e $\frac{2}{5}$ à tarde, então ele terá de beber 650 mL durante a noite para completar a quantidade diária recomendada.

Comentários:

Pedro deve ingerir diariamente **2.750 ml**. Pela manhã, Pedro bebeu $\frac{4}{11}$ desse volume.

$$\frac{4}{11} \textbf{ de } 2750$$

$$= \frac{4}{11} \times 2750$$

$$= \frac{4 \times 2750}{11}$$

$$= \frac{11.000}{11}$$

$$= \mathbf{1.000\ ml}$$

À tarde, Pedro ingeriu $\frac{2}{5}$ da totalidade do que ele deve beber no dia.

$$\frac{2}{5} \textbf{ de } 2750$$

$$= \frac{2}{5} \times 2750$$

$$= \frac{2 \times 2750}{5}$$

$$= \frac{5.500}{5}$$

$$= 1.100 \text{ ml}$$

A quantia que resta para Pedro beber é:

$$\underbrace{2750\text{ml}}_{\text{Total}} - \underbrace{1.000 \text{ ml}}_{\text{Manhã}} - \underbrace{1.100 \text{ ml}}_{\text{Tarde}} = 650 \text{ ml}$$

Gabarito: CERTO.

10.(CESPE/TC-DF/2014) Em uma empresa, as férias de cada um dos 50 empregados podem ser marcadas na forma de trinta dias ininterruptos, ou os trinta dias podem ser fracionados em dois períodos de quinze dias ininterruptos ou, ainda, em três períodos de dez dias ininterruptos. Em 2013, depois de marcadas as férias de todos os 50 empregados, constatou-se que 23, 20 e 28 deles marcaram os trinta dias de férias ou parte deles para os meses de janeiro, fevereiro e junho, respectivamente. Constatou-se, também, que, nesse ano, nenhum empregado marcou férias para algum mês diferente dos mencionados.

Tendo como referência as informações acima, julgue o item que se segue.

Suponha que, em 2013, mais de 5/6 dos empregados que não marcaram férias para fevereiro eram do sexo feminino e mais de 2/3 dos que não marcaram férias para janeiro eram do sexo masculino. Nessa situação, é correto afirmar que, em 2013, havia na empresa no máximo 12 mulheres a mais que homens.

Comentários:

Para resolver a questão, vamos transformar as frações em números absolutos.

"...mais de 5/6 dos empregados que não marcaram férias para fevereiro eram do sexo feminino..."

Como 20 empregados marcaram férias para fevereiro e há um total de 50 empregados, temos 50−20 = 30 empregados que não marcaram férias para fevereiro. Desses 30, **mais de 5/6 são mulheres**.

$$\frac{5}{6} \textbf{ de } 30 = \frac{5}{6} \times 30 = 25$$

Logo, temos a certeza que nessa empresa **mais de 25 empregados são mulheres**.

"...mais de 2/3 dos que não marcaram férias para janeiro eram do sexo masculino..."

Como 23 empregados marcaram férias para janeiro e há um total de 50 empregados, temos 50−23 = 27 empregados que não marcaram férias para janeiro. Desses 27, **mais de 2/3 são homens**.

$$\frac{2}{3}\,\mathbf{de}\ 27 = \frac{2}{3} \times 27 = 18$$

Logo, temos a certeza que nessa empresa **mais de 18 empregados são homens**.

Em resumo, temos as seguintes informações:

- A empresa tem **50 empregados**;
- **Mais de 25 empregados** são **mulheres**; e
- **Mais de 18 empregados** são **homens**;

O item da questão questiona se é correto afirmar que havia na empresa **no máximo 12 mulheres a mais que homens**. Devemos então **maximizar o número de mulheres** respeitando as informações do enunciado. Para tanto, podemos **minimizar o número de homens.**

Como **mais de 18 empregados são homens**, **o número mínimo de homens é 19**. Logo, o número máximo de mulheres é:

$$\underbrace{50}_{\substack{\text{Total de}\\\text{empregados}}} - \underbrace{19}_{\substack{\text{Número mínimo}\\\text{de homens}}} = \underbrace{31}_{\substack{\text{Número máximo}\\\text{de mulheres}}}$$

Isso significa que na empresa havia no máximo 12 mulheres a mais do que homens, pois:

$$\underbrace{31}_{\substack{\text{Número máximo}\\\text{de mulheres}}} - \underbrace{19}_{\substack{\text{Número mínimo}\\\text{de homens}}} = 12$$

Gabarito: CERTO.

CESGRANRIO

11.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Colocar uma barra sobre o período é uma das formas de representar uma dízima periódica: $0,\overline{3} = 0,333\ldots$ A expressão $0,\overline{4} + 0,1\overline{6}$ é igual a:

a) $\frac{51}{100}$

b) $\frac{511}{1000}$

c) $\frac{11}{18}$

d) $\frac{14}{15}$

e) $\frac{5}{9}$

Comentários:

Vamos realizar a soma, separando o período de $0{,}1\overline{6}$ do restante do número:

$$0,\overline{4} \ + \ 0{,}1\overline{6}$$

$$= \frac{4}{9} + 0{,}1 + 0{,}0\overline{6}$$

$$= \frac{4}{9} + 0{,}1 + \frac{1}{10} \times 0,\overline{6}$$

$$= \frac{4}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{6}{9}$$

$$= \frac{4}{9} + \frac{1}{10} + \frac{6}{90}$$

$$= \frac{40 + 9 + 6}{90}$$

$$= \frac{55}{90} = \frac{11}{18}$$

Gabarito: Letra C.

▪

12. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Baldo usa uma calculadora que ignora todos os valores após a primeira casa decimal no resultado de cada operação realizada. Desse modo, quando Baldo faz $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5}$, a calculadora mostra o resultado de 1,3 × 1,2 = 1,5. Portanto, há um erro no valor final de 0,1, pois $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{15} = 1,6$.

Qual o erro da calculadora de Baldo para a expressão $\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$

a) 0

b) 1,3

c) 1,5

d) 2,8

e) 3,3

Comentários:

Temos que $\frac{10}{3} = 3{,}333 \ldots$. A calculadora, ao realizar a operação, apresenta o valor 3,3.

Assim, a expressão dada por $\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$ fica assim:

$$\left((3{,}3 \times 3{,}3)\right) \times 9$$

O produto $3{,}3 \times 3{,}3$ é igual a $10{,}89$. A calculadora, ao realizar a operação, apresenta o valor $10{,}8$. Ficamos com:

$$(10{,}8) \times 9$$

Finalmente, o produto $10{,}8 \times 9$ é igual a $\mathbf{97{,}2}$. Como temos apenas uma casa decimal, **a calculadora apresenta exatamente esse valor**.

Agora que temos o valor obtido pela calculadora, vamos obter o **real valor da operação**:

$$\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$$
$$= \frac{10 \times 10}{3 \times 3} \times 9$$
$$= \frac{100}{9} \times 9$$
$$= 100$$

Portanto, o erro da calculadora foi de:

$$\text{Erro} = \text{Valor real} - \text{Valor calculado}$$

$$= 100 - 97{,}2 = 2{,}8$$

Gabarito: Letra D.

13. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Numa cidade, 4 em cada 15 pessoas são estrangeiras. Dessas pessoas estrangeiras, 3 em cada 8, são crianças.

Nessa cidade, as pessoas que NÃO são crianças estrangeiras correspondem a que fração da população?

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{16}{23}$

d) $\frac{14}{45}$

e) $\frac{43}{120}$

Comentários:

Considere que o total de pessoas da cidade é T. Nesse caso, o **número de estrangeiros** é:

$$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{15}}\boldsymbol{T}$$

$\frac{3}{8}$ **dos estrangeiros** são crianças. Portanto, o **total de <u>crianças estrangeiras</u>** é:

$$\frac{3}{8}\ \mathbf{dos}\ (\mathbf{estrangeiros})$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{15}}\boldsymbol{T}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} T$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\boldsymbol{T}$$

O total da população que **<u>não é</u>** <u>criança estrangeira</u> é:

$$T - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\boldsymbol{T} = \frac{10-1}{10}T = \frac{9}{10}T$$

Portanto, a fração da população que corresponde às pessoas que **<u>NÃO são</u>** <u>crianças estrangeiras</u> é $\frac{9}{10}$.

Gabarito: Letra B.

14.(CESGRANRIO/BNDES/2013) O Parque Estadual Serra do Conduru, localizado no Sul da Bahia, ocupa uma área de aproximadamente 9.270 hectares. Dessa área, 7 em cada 9 hectares são ocupados por florestas.

Qual é, em hectares, a área desse Parque NÃO ocupada por florestas?

a) 2.060

b) 2.640

c) 3.210

d) 5.100

e) 7.210

Comentários:

Como **7 em cada 9 hectares** são **ocupados por florestas**, temos que $\frac{7}{9}$ **da área é ocupada por florestas**.

A fração que corresponde a área que **não** é ocupada por florestas é a **fração complementar** de $\frac{7}{9}$:

$$1 - \frac{7}{9} = \frac{9-7}{9} = \frac{2}{9}$$

Portanto, a área não ocupada por florestas é:

$$\frac{2}{9} \textbf{ da } \text{área do parque}$$

$$\frac{2}{9} \times 9.270 \text{ hectares}$$

$$= 2.060 \text{ hectares}$$

Gabarito: Letra A.

15. (CESGRANRIO/FINEP/2011) Utilize as informações abaixo para responder à questão.

Uma empresa desenvolveu postes de iluminação elétrica feitos de fibra de vidro, mais flexíveis e mais leves do que os postes tradicionalmente usados no Brasil. Cada poste de fibra de vidro tem 120 kg, o que corresponde a $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{8}$, respectivamente, das massas dos postes de madeira, aço e concreto.

Qual é, em kg, a massa de um poste de aço?

a) 80

b) 150

c) 180

d) 270

e) 360

Comentários:

Suponha que a massa do poste de aço é A.

O poste de fibra de vidro tem **120kg** e **corresponde a $\frac{2}{3}$ da massa de um poste de aço**. Logo:

$$\mathbf{120\ kg} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} \times \boldsymbol{A}$$

$$120 \text{ kg} \times \frac{3}{2} = A$$

$$A = 180 \text{ kg}$$

Gabarito: Letra C.

16. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011)

Ação global contra petróleo caro

A Agência Internacional de Energia (AIE), formada por 28 países, anunciou ontem a liberação de 60 milhões de barris de petróleo de reservas estratégicas [...]. Os EUA vão entrar com metade do volume, [...] a Europa irá colaborar com $\frac{3}{10}$, e o restante virá de Austrália, Japão, Coreia e Nova Zelândia.

O Globo, Rio de Janeiro, p. 17. 24 jun. 2011. Adaptado.

Suponha que os países asiáticos (Japão e Coreia) contribuam juntos com 1,8 milhão de barris a mais do que a contribuição total dos países da Oceania (Austrália e Nova Zelândia).

Desse modo, quantos milhões de barris serão disponibilizados pelos países asiáticos?

a) 5,2

b) 5,6

c) 6,9

d) 7,4

e) 8,2

Comentários:

Temos um total de 60 milhões de barris.

"Os EUA vão entrar com metade do volume."

- **Barris EUA**: $\frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ milhões.}$
- **Barris restantes**: $60 - 30 = 30 \text{ milhões.}$

"...a Europa irá colaborar com 3/10 (do total de 60 milhões)..."

- **Barris Europa**: $\frac{3}{10} \times \mathbf{60} = 18 \text{ milhões}$
- **Barris restantes**: $30 - 18 = 12 \text{ milhões}$

"...o restante virá de Austrália, Japão, Coreia e Nova Zelândia."

Isso significa que os **12 milhões** de barris que restaram após as contribuições dos EUA e da Europa virão de Austrália, Japão, Coreia e Nova Zelândia.

"Suponha que os países asiáticos (Japão e Coreia) contribuam juntos com 1,8 milhão de barris a mais do que a contribuição total dos países da Oceania (Austrália e Nova Zelândia)."

Considere que os países asiáticos (Japão e Coreia) contribuíram com A e que os países da Oceania (Austrália e Nova Zelândia) contribuíram com O. Nesse caso:

$$A = O + 1{,}8$$

$$A - 1{,}8 = O$$

$$O = A - 1{,}8$$

A soma das contribuições dos países asiáticos com as contribuições dos países da Oceania corresponde a **12 milhões**. Logo:

$$A + O = 12$$

Substituindo $O = A - 1{,}8$ em $A + O = 12$, temos:

$$A + O = 12$$

$$A + (A - 1{,}8) = 12$$

$$2A = 13{,}8$$

$$A = 6{,}9$$

Portanto, os países asiáticos contribuíram com 6,9 milhões de barris.

Gabarito: Letra C.

17. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Uma pesquisa feita em uma empresa constatou que apenas 1/6 de seus funcionários são mulheres, e que exatamente 1/4 delas são casadas.

De acordo com a pesquisa, nessa empresa, as mulheres que não são casadas correspondem a que fração de todos os seus funcionários?

a) 1/3

b) 1/4

c) 1/8

d) 15/24

e) 23/24

Comentários:

Considere que o total de funcionários é T. Nesse caso, o **número de mulheres** é:

$$\boldsymbol{\frac{1}{6}T}$$

Como 1/4 das mulheres são casadas, a **fração complementar** a 1/4 corresponde às mulheres **não** casadas.

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \boldsymbol{\frac{3}{4}}$$

Portanto, **3/4 das mulheres** não são casadas. Com relação ao total de funcionários, o total de mulheres não casadas é:

$$\frac{3}{4}\ \mathbf{das}\ (\mathbf{mulheres})$$

$$= \frac{3}{4} \times \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}\boldsymbol{T}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}T$$

$$= \frac{1}{8}T$$

Portanto, as mulheres que não são casadas correspondem a **1/8 do total de funcionários**.

Gabarito: Letra C.

18. (CESGRANRIO/ANP/2016) Um grupo de jovens participou de uma pesquisa sobre tabagismo. Cinco em cada 7 jovens entrevistados declararam-se não fumantes. Dentre os jovens restantes, 3 em cada 4 afirmaram que fumam diariamente. Se 84 jovens entrevistados afirmaram fumar todos os dias, quantos jovens participaram da pesquisa?

a) 112

b) 280

c) 294

d) 392

e) 420

Comentários:

Considere que o total de jovens que participaram da pesquisa seja T. Nesse caso, precisamos determinar o valor de T.

"Cinco em cada 7 jovens entrevistados declararam-se não fumantes."

Isso significa que $\frac{5}{7}T$ são **não fumantes**. **Os demais jovens são fumantes**:

$$T - \frac{5}{7}T = \frac{7-5}{7}T = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}\boldsymbol{T}$$

"Dentre os jovens restantes, 3 em cada 4 afirmaram que fumam diariamente"

Isso significa que $\frac{3}{4}$ **dos jovens fumantes** fumam diariamente.

$$\frac{3}{4}\ \textbf{dos jovens fumantes}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{2}{7}T$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{7}T$$

$$\frac{3}{14}T$$

Portanto, $\frac{3}{14}T$ **são jovens que fumam diariamente**.

"84 jovens entrevistados afirmaram fumar todos os dias"

Temos que o número de jovens que fumam diariamente é 84. Logo:

$$\frac{3}{14}T = 84$$

$$T = 84 \times \frac{14}{3}$$

$$T = 392$$

Portanto, o total de jovens que participaram da pesquisa é **392**.

Gabarito: Letra D.

19. (CESGRANRIO/BB/2015) A mãe de João decidiu ajudá-lo a pagar uma das prestações referentes a uma compra parcelada. Ela solicitou a antecipação do pagamento e, por isso, a financeira lhe concedeu um desconto de 6,25% sobre o valor original daquela prestação. João pagou um terço do novo valor, e sua mãe pagou o restante.

A parte paga pela mãe de João corresponde a que fração do valor original da prestação?

a) $\frac{29}{48}$

b) $\frac{1}{24}$

c) $\frac{15}{16}$

d) $\frac{5}{8}$

e) $\frac{4}{25}$

Comentários:

Pessoal, apesar dessa questão envolver porcentagem, que não é assunto dessa aula, inserimos esse problema aqui pelo fato dele estar mais relacionada ao uso de frações.

Considere que o valor original da prestação era P.

A financeira concedeu um **desconto de 6,25%**, ou seja, um **desconto de $\frac{6,25}{100}$ do valor da prestação P**. O **novo valor**, **removido o desconto**, é:

$$P - \frac{6,25}{100}P$$

$$= \frac{100 - 6,25}{100}P$$

$$= \frac{93,75}{100}P$$

João pagou um terço do **novo valor**, e sua mãe pagou o restante. Portanto, a mãe de João pagou $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ **do novo valor**. Logo, o valor pago pela mãe de João foi:

$$\frac{2}{3}\ \textbf{do}\ (\textbf{novo valor})$$

$$= \frac{2}{3} \times \boldsymbol{\frac{93,75}{100}P}$$

$$= \frac{187,5}{300}P$$

A parte paga pela mãe de João corresponde a $\frac{187,5}{300}$ do valor original da prestação. Como não temos essa fração nas alternativas, devemos encontrar uma fração equivalente a $\frac{187,5}{300}$.

Primeiro, vamos remover a parte decimal presente no numerador, multiplicando o numerador e o denominador por 2:

$$\frac{187,5}{300} = \frac{375}{600}$$

Ao dividir o numerador e o denominador por 25, temos:

$$\frac{375}{600} = \frac{15}{24}$$

Ao dividir o numerador e o denominador por 3, temos:

$$\frac{15}{24} = \mathbf{\frac{5}{8}}$$

Portanto, a parte paga pela mãe de João corresponde a $\frac{5}{8}$ do valor original da prestação.

Gabarito: Letra D.

20. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2014) Os irmãos Ana e Luís ganharam de seus pais quantias iguais. Ana guardou $\frac{1}{6}$ do que recebeu e gastou o restante, enquanto seu irmão gastou $\frac{1}{4}$ do valor recebido, mais R$ 84,00. Se Ana e Luís gastaram a mesma quantia, quantos reais Ana guardou?

a) 12,00

b) 24,00

c) 72,00

d) 132,00

e) 144,00

Comentários:

Suponha que Ana e Luís ganharam cada um uma quantia Q.

"Ana guardou 1/6 do que recebeu e gastou o restante."

Logo, a **quantia gasta por Ana** é:

$$Q - \frac{1}{6}Q = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}Q$$

"...seu irmão gastou 1/4 do valor recebido, mais R$ 84,00."

Logo, o **valor gasto pelo irmão** de Ana é:

$$\frac{1}{4}Q + 84$$

"...Ana e Luís gastaram a mesma quantia..."

Temos, portanto, a seguinte igualdade:

$$\frac{5}{6}Q = \frac{1}{4}Q + 84$$

$$\frac{5}{6}Q - \frac{1}{4}Q = 84$$

$$\frac{10-3}{12}Q = 84$$

$$\frac{7}{12}Q = 84$$

$$Q = 84 \times \frac{12}{7}$$

$$\boldsymbol{Q = 144}$$

Muita atenção neste momento. A quantia que cada um recebeu é **R$ 144,00**. A questão pergunta sobre o **valor guardado por Ana**, que corresponde a $\frac{1}{6}Q$. Portanto, o valor guardado foi:

$$\frac{1}{6} \times 144 = R\$\ 24{,}00$$

Gabarito: Letra B.

FCC

21.(FCC/BANRISUL/2019) Considere os dados, abaixo

$$\boldsymbol{x = \frac{7}{9}, y = \frac{16}{21} \text{ e } z = \frac{11}{14}}$$

É correto afirmar que

a) y < x < z.

b) z < x < y.

c) y < z < x.

d) z < y < x.

e) x < z < y.

Comentários:

Para comparar frações, devemos encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador será o MMC entre 9, 21 e 14.

$9 = \quad 3^2$

$21 = \quad 3 \times 7$

$14 = 2 \quad \times 7$

O MMC é obtido tomando-se todos os fatores com os maiores expoentes. Logo:

$$\text{MMC}(9; 21; 14) = 2 \times 3^2 \times 7 = 126$$

As frações equivalentes a x, y e z com o denominador 126 são:

$$x = \frac{98}{126}, y = \frac{96}{126}, z = \frac{99}{126}$$

Logo, temos a ordem crescente $y < x < z$.

Gabarito: Letra A.

22. (FCC/SABESP/2017) Se $a = \frac{2}{5}$, $b = \frac{7}{20}$, $c = \frac{9}{27}$ e $d = \frac{11}{30}$, então

a) c < b < d < a.

b) c < d < b < a.

c) b < c < d < a.

d) c < b < a < d.

e) b < c < a < d.

Comentários:

Uma maneira de resolver a questão seria fazer o MMC dos denominadores, encontrar as **frações equivalentes** e compará-las. Observe, porém, que transformar as frações em números decimais parece ser mais rápido.

$$a = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

$$b = \frac{7}{20} = \frac{7}{2 \times 10} = \frac{3{,}5}{10} = 0{,}35$$

$$c = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$$

$$d = \frac{11}{30} = \frac{11}{3 \times 10} = \frac{3{,}666\ldots}{10} = 0{,}3666\ldots$$

Podemos concluir, portanto, que $c < b < d < a$.

Gabarito: Letra A.

23. (FCC/CNMP/2015) O resultado da expressão numérica

$$\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right).(-6+13).\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{5}\right).(-4-2).\left(\frac{11}{4}-\frac{10}{4}\right).(-1+11).\left(\frac{3}{7}-\frac{9}{7}\right).\left(-\frac{4}{9}-\frac{5}{9}\right)$$

é igual a

a) − 6.

b) 9.

c) −12.

d) 8.

e) − 4.

Comentários:

Vamos resolver o que está dentro dos parênteses e depois simplificar o resultado para, ao fim, realizar o produto.

$$\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)\times(-6+13)\times\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{5}\right)\times(-4-2)\times\left(\frac{11}{4}-\frac{10}{4}\right)\times(-1+11)\times\left(\frac{3}{7}-\frac{9}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{9}-\frac{5}{9}\right)$$

$$=\left(\frac{1-2}{3}\right)\times(7)\times\left(\frac{1-3}{5}\right)\times(-6)\times\left(\frac{11-10}{4}\right)\times(10)\times\left(\frac{3-9}{7}\right)\times\left(\frac{-4-5}{9}\right)$$

$$=\left(\frac{-1}{3}\right)\times(7)\times\left(\frac{-2}{5}\right)\times(-6)\times\left(\frac{1}{4}\right)\times(10)\times\left(\frac{-6}{7}\right)\times\left(\frac{-9}{9}\right)$$

Simplificando 7 com 7, 10 com 5 e 9 com 9, obtemos:

$$=\left(\frac{-1}{3}\right)\times(1)\times\left(\frac{-2}{1}\right)\times(-6)\times\left(\frac{1}{4}\right)\times(2)\times\left(\frac{-6}{1}\right)\times\left(\frac{-1}{1}\right)$$

$$=\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-2)\times(-6)\times\left(\frac{1}{4}\right)\times(2)\times(-6)\times(-1)$$

Simplificando os termos 2, 2 e 4, temos:

$$=\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-1)\times(-6)\times\left(\frac{1}{1}\right)\times(1)\times(-6)\times(-1)$$

$$=\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-1)\times(-6)\times(-6)\times(-1)$$

Realizando o produto de 2 termos em 2 termos, temos:

$$= \frac{1}{3} \times (-6) \times (-6) \times (-1)$$

$$= (-2) \times (-6) \times (-1)$$

$$= (12) \times (-1)$$

$$= -12$$

Gabarito: Letra C.

24. (FCC/CM Fortaleza/2019) O valor da expressão $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2019}\right)$ é

a) $\frac{2}{1009}$

b) $\frac{1}{1008}$

c) $\frac{2}{2018}$

d) $\frac{1}{2019}$

e) $\frac{2}{2019}$

Comentários:

Observe a expressão do enunciado com mais termos explícitos:

$$\left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3}\right) \times \left(1-\frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{2017}\right) \times \left(1-\frac{1}{2018}\right) \times \left(1-\frac{1}{2019}\right)$$

Vamos realizar a subtração indicada dentro de cada termo entre parênteses.

$$= \left(\frac{2-1}{2}\right) \times \left(\frac{3-1}{3}\right) \times \left(\frac{4-1}{4}\right) \times \cdots \times \left(\frac{2017-1}{2017}\right) \times \left(\frac{2018-1}{2018}\right) \times \left(\frac{2019-1}{2019}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(\frac{2016}{2017}\right) \times \left(\frac{2017}{2018}\right) \times \left(\frac{2018}{2019}\right)$$

Perceba que, para todos os termos, **exceto o último**, podemos <u>simplificar o denominador de um termo com o numerador do termo seguinte</u>.

O resultado da multiplicação, após as simplificações, será o numerador do primeiro termo (1) com o denominador do último termo (2019).

$$= \left(\frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{1}{1}\right) \times \dots \times \left(\frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{1}{2019}\right)$$

$$= \frac{1}{2019}$$

Gabarito: Letra D.

25. (FCC/TCE-PI/2014) Considere a soma S, dada por

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2013 \times 2014}$$

Observando que

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$$

e assim sucessivamente, pode-se reescrever a soma S da seguinte maneira:

$$S = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}\right)$$

O valor da soma S é igual a

a) $\frac{1}{2013}$

b) $\frac{2013}{2014}$

c) $\frac{1}{2015}$

d) $\frac{1}{2014}$

e) $\frac{2014}{2015}$

Comentários:

Observe a última expressão do enunciado com mais termos explícitos:

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}\right) + \left(\frac{1}{2012} - \frac{1}{2013}\right) + \left(\frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}\right)$$

Note que, para todos os termos entre parênteses, **exceto o último**, podemos pegar a fração negativa de um termo e cancelar ela com a fração positiva do termo entre parênteses seguinte.

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}\right) + \left(\frac{1}{2012} - \frac{1}{2013}\right) + \left(\frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}\right)$$

Observe que, após cancelar os termos, resta apenas o termo positivo do primeiro parênteses $\left(\frac{1}{1}\right)$ e o termo negativo do último parênteses $\left(-\frac{1}{2014}\right)$. O resultado final da soma é:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2014}$$

$$= \frac{2014 - 1}{2014}$$

$$= \frac{2013}{2014}$$

Gabarito: Letra B.

26. (FCC/Pref. SJRP/2019) No início de uma campanha eleitoral, o candidato A possuía $\frac{5}{8}$ das intenções de voto e o candidato B, $\frac{3}{8}$. Após uma ação promocional do candidato B, $\frac{1}{3}$ das intenções de voto do candidato A migrou para o candidato B. A nova proporção de votos do candidato A é:

a) $\frac{5}{24}$

b) $\frac{5}{12}$

c) $\frac{7}{12}$

d) $\frac{5}{8}$

e) $\frac{2}{3}$

Comentários:

Considere que o total de intenções de voto seja V.

O candidato A possuía $\frac{5}{8}$ das intenções de voto (V) e perdeu $\frac{1}{3}$ das suas intenções de voto.

$$\text{Novas intenções de voto para A} = \text{Intenções originais} - \text{Perdas}$$

$$= \frac{5}{8}\ \text{de V} - \frac{1}{3}\ \text{das (Intenções originais)}$$

$$= \frac{5}{8}\ \text{de V} - \frac{1}{3}\ \text{de}\ \left(\frac{5}{8}\ \text{de V}\right)$$

$$= \left(\frac{5}{8}V\right) - \frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{8}V\right)$$

Colocando $\frac{5}{8}V$ em evidência:

$$= \left(\frac{5}{8}V\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{8}\text{V} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{5}{12}\text{V}$$

Logo, as novas intenções de voto para A é 5/12 do total de votos.

Gabarito: Letra B.

27. (FCC/Pref. SJRP/2019) João gasta 18 minutos de ônibus para ir de sua casa até o trabalho e 45 minutos se for a pé. Em um dia ensolarado, João desceu do ônibus faltando 1/3 do caminho a ser percorrido e completou o percurso até o trabalho a pé. Supondo que as velocidades, tanto do ônibus quanto a de João, são constantes durante o trajeto, o tempo gasto por João para ir ao trabalho nesse dia foi de

a) 24 minutos.

b) 27 minutos.

c) 30 minutos.

d) 33 minutos.

e) 21 minutos.

Comentários:

Como João desceu do ônibus faltando 1/3 do caminho, isso significa que o caminho já percorrido por ônibus antes de descer é a **fração complementar**:

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$$

Portanto, João percorreu 2/3 do caminho de ônibus e 1/3 do caminho a pé.

Se o trajeto fosse todo de ônibus, ele teria gasto 18 minutos. Como apenas 2/3 do trajeto foi de ônibus, o tempo gasto dentro dele é 2/3 de 18min:

$$\frac{2}{3} \times 18 \text{ min} = 12 \text{ min}$$

Caso o trajeto fosse todo a pé, João levaria 45 minutos. Como 1/3 do trajeto foi a pé, o tempo gasto a pé foi 1/3 de 45min:

$$\frac{1}{3} \times 45min = 15\ min$$

Como foram 12 minutos de ônibus e 15 min a pé, o tempo total gasto por João foi de:

$$12\ min\ +\ 15\ min\ =\ 27min$$

Gabarito: Letra B.

28. (FCC/TRT 20/2016) Manoel e Dolores precisavam classificar um grande número de processos. Manoel começou antes do que Dolores e ao final do dia havia classificado $\frac{3}{8}$ do total de processos. Dolores trabalhou mais rápido do que Manoel e ao final do dia havia classificado $\frac{1}{3}$ de processos a mais do que aqueles que Manoel havia classificado. Após esse dia de trabalho de Manoel e Dolores, é correto afirmar que

a) ainda faltam $\frac{1}{4}$ dos processos para serem classificados.

b) eles terminaram a tarefa.

c) ainda faltam $\frac{1}{8}$ dos processos para serem classificados.

d) eles classificaram $\frac{17}{24}$ dos processos.

e) eles classificaram apenas metade dos processos.

Comentários:

Suponha que o total de processos seja P.

Manoel classificou $\frac{3}{8}$ do total de processos: $\frac{3}{8}P$.

Dolores classificou $\frac{1}{3}$ a mais do que aqueles que Manoel classificou. Logo, ela classificou:

$$\frac{3}{8}P + \frac{1}{3}\ \textbf{de}\ \frac{3}{8}P$$

$$= \frac{3}{8}P + \frac{1}{3} \times \frac{3}{8}P$$

$$= \frac{3}{8}P + \frac{1}{8}P$$

$$\frac{4}{8}P$$

O total classificado por Manoel de Dolores é:

$$\frac{3}{8}P + \frac{4}{8}P = \frac{7}{8}P$$

O total de processos que faltam para serem classificados é:

$$P - \frac{7}{8}P$$

$$\frac{1}{8}P$$

Gabarito: Letra C.

29. (FCC/SABESP/2018) Três quintos da área de uma garagem será destinada à construção de um jardim, e $\frac{5}{21}$ desse jardim será plantado com árvores frutíferas. Dessa forma, a fração da área da garagem que será destinada à parte do jardim plantada com árvores frutíferas é igual a

a) $\frac{1}{7}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{35}$

d) $\frac{88}{105}$

e) $\frac{1}{35}$

Comentários:

Se a área da garagem for G, temos que a área do jardim é $\frac{3}{5}G$.

Temos que $\frac{5}{21}$ da área do jardim será plantado com árvores frutíferas.

Logo, **será plantado com árvores frutíferas**:

$$\frac{5}{21}\text{ da (área do jardim)}$$

$$\frac{5}{21}\times\left(\frac{3}{5}G\right)$$

Simplificando 3 com 21, e 5 com 5, temos:

$$=\frac{1}{7}\times\frac{1}{1}G$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{7}G}$$

Logo, a fração da área da garagem que será destinada à parte do jardim plantada com árvores frutíferas é igual a $\frac{1}{7}$.

Gabarito: Letra A.

30. (FCC/IAPEN AP/2018) O preço de um produto à vista é $\frac{4}{5}$ do preço normal anunciado. O mesmo produto se comprado à prestação custa, no total, $\frac{3}{2}$ do preço anunciado. A diferença entre o preço à prestação e o preço à vista é igual ao preço anunciado multiplicado por:

a) $\frac{6}{5}$

b) $\frac{7}{10}$

c) $\frac{15}{8}$

d) $\frac{23}{10}$

e) $\frac{1}{3}$

Comentários:

Seja o preço normal anunciado dado por N.

O preço do produto à vista é $\frac{4}{5}N$.

O preço à prestação é dado por $\frac{3}{2}N$.

A diferença entre o preço à prestação e o preço à vista é:

$$\frac{3}{2}N - \frac{4}{5}N$$
$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}\right)N$$
$$= \left(\frac{15-8}{10}\right)N$$
$$= \frac{7}{10}N$$

Logo, a diferença entre o preço à prestação e o preço à vista é igual ao preço anunciado multiplicado por $\frac{7}{10}$.

Gabarito: Letra B.

FGV

31.(FGV/Pref. Angra/2019) Se a soma das frações 1/4 + 2/5 é igual a n/100, o valor de n é

a) 55.

b) 65.

c) 75.

d) 85.

e) 95.

Comentários:

Note que a questão pede, como resultado da soma, uma fração com denominador 100. Podemos transformar as frações 1/4 e 2/5 em frações com denominador 100. Temos que:

$$\frac{1}{4} = \frac{(100 \div 4) \times 1}{100} = \frac{25 \times 1}{100} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{(100 \div 5) \times 2}{100} = \frac{20 \times 2}{100} = \frac{40}{100}$$

Portanto:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{25}{100} + \frac{40}{100}$$

$$= \frac{65}{100}$$

Logo, o valor de **n** é **65**.

Gabarito: Letra B.

32.(FGV/IBGE/2017) Em certo concurso inscreveram-se 192 pessoas, sendo a terça parte, homens. Desses, apenas a quarta parte passou.

O número de homens que passaram no concurso foi:

a) 12;

b) 15;

c) 16;

d) 18;

e) 20.

Comentários:

A terça parte dos inscritos no concurso são homens. Logo, o total de homens inscritos é:

$$\frac{1}{3} \textbf{ de } 192$$

$$= \frac{1}{3} \times 192$$

$$= 64$$

Da totalidade dos homens, apenas a quarta parte passou. Logo, o número de homens que passaram no concurso foi:

$$\frac{1}{4} \textbf{ de } 64$$

$$= \frac{1}{4} \times 64$$

$$= 16$$

Gabarito: Letra C.

33. (FGV/Pref. Boa Vista/2018) O piso do pátio da escola será pintado com tinta antiderrapante. Na quinta-feira os operários realizaram a quarta parte do trabalho e, na sexta-feira, pintaram a terça parte do restante.

A fração do trabalho que ficou para a semana seguinte foi:

a) 1/2;

b) 1/3;

c) 2/3;

d) 3/4;

e) 5/6.

Comentários:

Vamos resolver a questão passo a passo.

"Na quinta-feira os operários realizaram a quarta parte do trabalho..."

Note que, **na quinta-feira, $\frac{1}{4}$ do trabalho foi realizado**. Nesse caso, a **fração complementar a $\frac{1}{4}$** corresponde ao **trabalho não realizado**:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \text{ do trabalho}$$

"...e, na sexta-feira, pintaram a terça parte do restante."

Isso significa que, **na sexta-feira, foi realizado**:

$$\frac{1}{3} \text{ do } (\text{Restante})$$

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{4} \text{ do trabalho}\right)$$

$$\frac{1}{4} \text{ do trabalho}$$

Observe, portanto, que $\frac{1}{4}$ do trabalho foi realizado da quinta-feira e mais $\frac{1}{4}$ do trabalho foi realizado na sexta-feira. Isso significa que, até o momento, foi realizado:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ do trabalho}$$

Como até o momento foi realizado $\frac{1}{2}$ do trabalho, a **fração do trabalho que ficou para a semana seguinte** corresponde à **fração complementar a $\frac{1}{2}$**, que corresponde a $\frac{1}{2}$:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \text{ do trabalho}$$

Gabarito: Letra A.

34. (FGV/Pref. Salvador/2017) Uma piscina infantil contém 1000 litros de água. Devido a um pequeno vazamento, a cada dia, um décimo da quantidade de água existente na piscina no início do dia é perdido. Se nenhuma água adicional é retirada ou colocada na piscina, ao fim de três dias, o volume de água na piscina será de

a) 700 litros.

b) 710 litros.

c) 729 litros.

d) 732 litros.

e) 744 litros.

Comentários:

Inicialmente, um total de 1.000 litros de água.

Primeiro dia

No **primeiro dia**, $\frac{1}{10}$ **de 1.000 litros** foi perdido.

$$\text{Quantidade perdida} = \frac{1}{10} \times 1.000\ l = 100\ l$$

Logo, o volume de água que restou após o primeiro dia é:

$$1.000\ l - 100\ l = 900\ l$$

Segundo dia

No **segundo dia**, $\frac{1}{10}$ **de 900 litros** foi perdido.

$$\text{Quantidade perdida} = \frac{1}{10} \times 900\ l = 90\ l$$

Logo, o volume de água que restou após o segundo dia é:

$$900\ l - 90\ l = 810\ l$$

Terceiro dia

No **segundo dia**, $\frac{1}{10}$ **de 810 litros** foi perdido.

$$\text{Quantidade perdida} = \frac{1}{10} \times 810\ l = 81\ l$$

Logo, o volume de água que restou após o terceiro dia é:

$$810\ l - 81\ l = 729\ l$$

Portanto, **restaram 729 litros ao fim de três dias**.

Gabarito: Letra C.

35. (FGV/TJ PI/2015) Francisco vendeu seu carro e, do valor recebido, usou a quarta parte para pagar dívidas, ficando então com R$ 21.600,00. Francisco vendeu seu carro por:

a) R$ 27.600,00;

b) R$ 28.400,00;

c) R$ 28.800,00;

d) R$ 29.200,00;

e) R$ 29.400,00.

Comentários:

Considere que o valor pelo qual Francisco vendeu o seu carro seja V. **Devemos determinar esse valor**.

Note que Francisco, depois usar a quarta parte do valor para pagar dívidas, ficou com:

$$V - \frac{1}{4}V$$

$$= \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}V$$

Esse valor restante corresponde a R$ 21.600,00. Logo:

$$\frac{3}{4}V = 21.600$$

$$V = \frac{4}{3} \times 21.600$$

$$V = 28.800$$

Portanto, Francisco vendeu seu carro por **R$ 28.800,00**.

Gabarito: Letra C.

36. (FGV/TJ PI/2015) Em uma determinada empresa, metade de seus funcionários vai para casa de ônibus, um quinto vai de carro, um oitavo vai de bicicleta e os demais vão a pé.

A fração dos funcionários que vai para casa a pé equivale a:

a) $\frac{4}{5}$;

b) $\frac{3}{15}$;

c) $\frac{7}{15}$;

d) $\frac{3}{40}$;

e) $\frac{7}{40}$;

Comentários:

Considere que o total de funcionários é T.

O total de **funcionários que não vão a pé** corresponde à soma dos funcionários que vão de ônibus $\left(\frac{1}{2}T\right)$, carro $\left(\frac{1}{5}T\right)$ e bicicleta $\left(\frac{1}{8}\ T\right)$:

$$\frac{1}{2}T + \frac{1}{5}T + \frac{1}{8}T$$

$$= \frac{20 + 8 + 5}{40}T = \boldsymbol{\frac{33}{40}T}$$

Os demais funcionários vão a pé. Logo, a **quantidade de funcionários que vai a pé**:

$$(\text{Total de funcionários}) - (\text{Funcionários que não vão a pé})$$

$$T - \boldsymbol{\frac{33}{40}T}$$

$$= \frac{40 - 33}{40}T$$

$$= \frac{7}{40}T$$

Portanto, a fração dos funcionários que vai para casa a pé equivale a $\frac{7}{40}$.

Gabarito: Letra E.

37. (FGV/SEDUC AM/2014) Se $\frac{3}{5}$ de uma dúzia de bananas vale tanto quanto quatro maçãs, então $\frac{1}{3}$ de cinco maçãs vale tanto quanto

a) uma banana.

b) duas bananas.

c) três bananas.

d) quatro bananas.

e) cinco bananas.

Comentários:

Considere que o **valor** de **uma banana** é $\boldsymbol{B}$ e o **valor** de **uma maçã** é $\boldsymbol{M}$.

O enunciado nos diz que $\frac{3}{5}$ **de uma dúzia** de bananas vale tanto quanto **quatro** maçãs.

Isso significa que o valor de $\frac{3}{5}$ **de 12 bananas** é igual ao valor de **4 maçãs**. Podemos modelar essa afirmação como:

$$\frac{3}{5}\ \textbf{de}\ 12\ \mathrm{B} = 4M$$

$$\frac{3}{5} \times 12B = 4M$$

$$\frac{36}{5}B = 4M$$

$$M = \frac{1}{4} \times \frac{36}{5}B$$

$$\boldsymbol{M = \frac{9}{5}B}$$

A pergunta quer saber quanto vale $\frac{1}{3}$ **de cinco maçãs** em termos de bananas.

Em outras palavras, **a questão quer saber quanto vale** $\frac{1}{3} \times 5M = \boldsymbol{\frac{5}{3}M}$ em termos de bananas.

Para obter a resposta, multiplicamos a equação anterior por $\frac{5}{3}$.

$$M = \frac{9}{5}B$$

$$\frac{5}{3} \times M = \frac{5}{3} \times \frac{9}{5}B$$

$$\frac{5}{3}M = 3B$$

Logo, $\frac{1}{3}$ de cinco maçãs vale tanto quanto 3 bananas.

Gabarito: Letra C.

38.(FGV/ALERO/2018) João recebeu seu salário e fez três gastos sucessivos. Primeiro, gastou a terça parte do que recebeu, depois gastou a quarta parte do restante e, em seguida, gastou dois quintos do restante. A quantia que restou do salário de João é representada pela fração

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{5}$

e) $\frac{3}{10}$

Comentários:

Suponha que João recebeu um salário S.

"Primeiro, gastou a terça parte do que recebeu,..."

O **valor gasto** foi de:

$$\frac{1}{3} \text{ de S} = \frac{1}{3}S$$

"...depois gastou a quarta parte do restante e,..."

Após gastar a primeira vez, restou:

$$S - \frac{1}{3}S = \frac{3-1}{3}S = \frac{2}{3}S$$

Ao gastar a quarta parte do que restou, ele **gastou**:

$$\frac{1}{4}\ \mathbf{de}\ \frac{2}{3}S$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}S$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{6}S}$$

"...em seguida, gastou dois quintos do restante."

O total gasto até o momento foi:

$$\boldsymbol{\frac{1}{3}S}+\boldsymbol{\frac{1}{6}S}=\frac{2+1}{6}S=\frac{3}{6}S=\boldsymbol{\frac{1}{2}S}$$

O valor que restou até o momento foi:

$$S-\boldsymbol{\frac{1}{2}S}=\frac{2-1}{2}S=\frac{1}{2}S$$

Ao gastar 2/5 do restante, ele **gastou**:

$$\frac{2}{5}\ \mathbf{de}\ \frac{1}{2}S$$

$$\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}S$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{5}S}$$

"A quantia que restou do salário de João é representada pela fração..."

Note que o total gasto até o momento é:

$$\boldsymbol{\frac{1}{3}S}+\boldsymbol{\frac{1}{6}S}+\boldsymbol{\frac{1}{5}S}$$

$$=\frac{10+5+6}{30}S$$

$$=\frac{21}{30}S$$

$$= \frac{7}{10}S$$

A quantia que restou é dada por:

$$S - \frac{7}{10}S = \frac{10 - 7}{10}S = \frac{3}{10}S$$

Portanto, **restou $\frac{3}{10}$ do salário.**

Gabarito: Letra E.

39.(FGV/IBGE/2016) Um segmento de reta de comprimento C é dividido em cinco partes iguais, e a segunda e a quarta partes são retiradas. A seguir, cada uma das partes restantes é também dividida em cinco partes iguais, e as segundas e as quartas partes são retiradas. A soma dos comprimentos das partes restantes é:

a) $\frac{9C}{25}$;

b) $\frac{8C}{25}$;

c) $\frac{6C}{25}$;

d) $\frac{4C}{25}$;

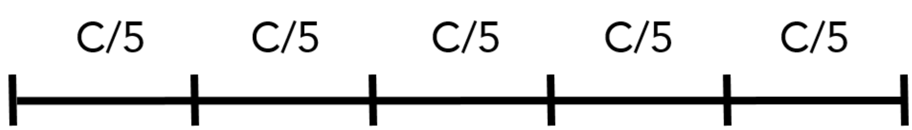
e) $\frac{3C}{25}$;

Comentários:

Vamos representar o passo a passo do enunciado.

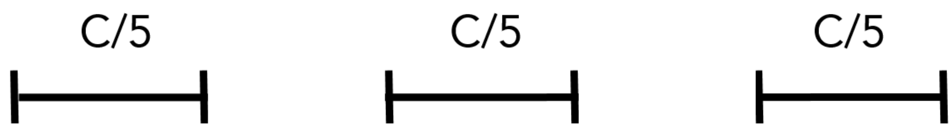
"Um segmento de reta de comprimento C é dividido em cinco partes iguais..."

Cada uma das cinco partes apresenta o comprimento de $\frac{C}{5}$.



"...e a segunda e a quarta partes são retiradas."

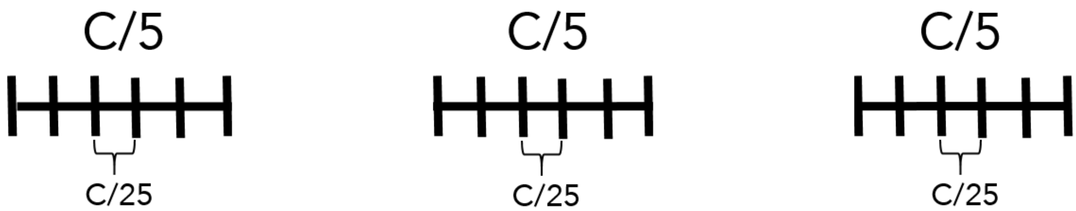
Vamos retirar a segunda e a quarta parte. Note que ficamos com 3 segmentos de comprimento $\frac{C}{5}$.



"...A seguir, cada uma das partes restantes é também dividida em cinco partes iguais"

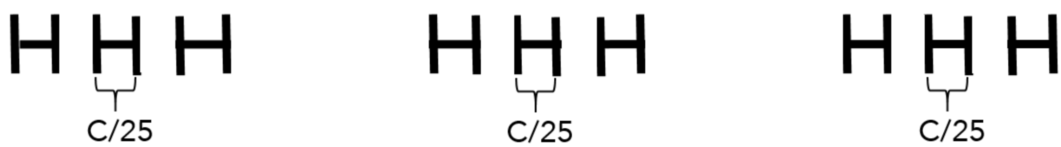
Cada parte de comprimento $\frac{C}{5}$ é dividida em 5 partes iguais. Cada uma dessas partes menores apresenta comprimento de:

$$\frac{1}{5}\ \mathbf{de}\ \frac{\text{C}}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{C}{5} = \frac{C}{25}$$



"...e as segundas e as quartas partes são retiradas."

Vamos retirar as segundas e as quartas partes.



Note que restaram 9 segmentos de comprimento $\frac{C}{25}$. Logo, a soma dos comprimentos das partes restantes é:

$$9 \times \frac{C}{25} = \frac{9C}{25}$$

Gabarito: Letra A.

VUNESP

40.(VUNESP/AVAREPREV/2020) João gasta $\frac{3}{4}$ do seu salário em alimentação e aluguel e economiza $\frac{1}{3}$ do restante. A fração que indica o quanto João economiza do seu salário é

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{12}$

d) $\frac{2}{12}$

Comentários:

Suponha que o salário de João é S.

O valor gasto com alimentação e aluguel é $\frac{3}{4}S$.

O valor que resta após esse gasto é:

$$(\text{Salário}) - (\text{Gasto com alimentação e aluguel})$$

$$= S - \frac{3}{4}S = \frac{4-3}{4}S$$

$$= \boldsymbol{\frac{1}{4}S}$$

Desse valor restante, João economiza 1/3. Portanto, ele economiza:

$$\frac{1}{3} \text{ de } \boldsymbol{\frac{1}{4}S}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}S$$

$$= \frac{1}{12}S$$

Gabarito: Letra C.

41. (VUNESP/CODEN/2021) Das pessoas de uma comunidade que participaram de uma pesquisa, apenas $\frac{3}{8}$ concluíram o ensino médio. Entre as pessoas que não concluíram o ensino médio, somente $\frac{1}{4}$ concluiu o ensino fundamental, o que corresponde a 180 pessoas. O número total de pessoas entrevistadas foi

a) 750 pessoas.

b) 875 pessoas.

c) 1 152 pessoas.

d) 1 248 pessoas.

e) 1 450 pessoas.

Comentários:

Considere que o total de pessoas que participaram da entrevista seja T.

Temos, então, que $\frac{3}{8}T$ concluíram o ensino médio.

O total de pessoas que **não concluíram o ensino médio** é:

$$(\text{Total dos entrevistados}) - (\text{Entrevistados que conluíram o ensino médio})$$

$$= T - \frac{3}{8}T$$

$$= \frac{8-3}{8}T = \boldsymbol{\frac{5}{8}T}$$

$\frac{1}{4}$ das pessoas que **não concluíram o ensino médio** concluíram o ensino fundamental, e esse valor corresponde a 180 pessoas.

$$\frac{1}{4}\ \textbf{de}\ (\text{pessoas que não concluiram o ensino médio}) = 180$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{8}T\right) = 180$$

$$\frac{5}{32}T = 180$$

$$T = 180 \times \frac{32}{5}$$

$$T = 1152$$

Logo, o número total de pessoas entrevistadas foi 1152.

Gabarito: Letra C.

42. (VUNESP/CODEN/2021) Um comércio tem 4 atendentes e, em determinado dia, foi realizada certa quantidade de vendas, das quais, Maria realizou um quinto dessa quantidade, Renato realizou um terço dessa quantidade, Rosa realizou um sétimo das vendas não realizadas por Maria e não realizadas por Renato, e Nelson realizou o restante das vendas, o que correspondeu a 18 vendas. O número de vendas realizadas por Renato foi

a) 18.

b) 15.

c) 12.

d) 9.

e) 6.

Comentários:

Considere que a quantidade total de vendas feita pelos quatro atendentes seja T.

"Maria realizou um quinto dessa quantidade"

$$\boldsymbol{\frac{1}{5}T}$$

"Renato realizou um terço dessa quantidade"

$$\boldsymbol{\frac{1}{3}T}$$

"Rosa realizou um sétimo das vendas não realizadas por Maria e não realizadas por Renato"

Note que o total de vendas **não** realizadas por Maria e **não** realizadas por Renato é dado por:

$$\text{Total} - (\text{Vendas da Maria}) - (\text{Vendas do Retanto})$$

$$= T - \frac{1}{5}T - \frac{1}{3}T$$

$$= \frac{15T - 3T - 5T}{15}$$

$$= \boldsymbol{\frac{7}{15}T}$$

Veja que Rosa realizou $\frac{1}{7}$ **das vendas não realizadas por Maria e não realizadas por Renato**. Logo, ela realizou:

$$\frac{1}{7}\ \textbf{de}\ \frac{7}{15}T$$

$$= \frac{1}{7} \times \frac{7}{15}T$$

$$= \boldsymbol{\frac{1}{15}T}$$

"Nelson realizou o restante das vendas, o que correspondeu a 18 vendas"

O restante das vendas corresponde a:

$$(\text{Total}) - (\text{Vendas da Maria}) - (\text{Vendas do Retanto}) - (\text{Vendas da Rosa})$$

$$T-\frac{1}{5}T-\frac{1}{3}T-\frac{1}{15}T$$

$$=\frac{15T-3T-5T-1T}{15}$$

$$=\frac{6}{15}T$$

Esse restante de vendas corresponde a 18 vendas. Logo:

$$\frac{6}{15}T=18$$

$$T=18\times\frac{15}{6}$$

$$T=3\times 15$$

$$T=45$$

A questão pergunta pelo **número de vendas realizadas por Renato**:

$$\frac{1}{3}T=\frac{1}{3}\times 45=15$$

Gabarito: Letra B.

43.(VUNESP/Pref. Cananéia/2020) Do número total de questões de uma prova de certo concurso, Isa acertou $\frac{5}{6}$ e Ana acertou $\frac{3}{5}$. Se Isa acertou 14 questões a mais que Ana, então o número de questões que Ana acertou é

a) 50.

b) 46.

c) 40.

d) 36.

e) 30.

Comentários:

Considere que o total de questões **da prova** seja T.

Isa acertou $\frac{5}{6}$ **do** total de questões. Logo, ela acertou $\frac{5}{6}T$.

Ana acertou $\frac{3}{5}$ **do** <u>total de questões</u>. Logo, ela acertou $\frac{3}{5}T$.

Temos que Isa acertou 14 questões a mais do que Ana. Portanto:

$$(\text{Acertos da Isa}) - (\text{Acertos da Ana}) = 14$$

$$\frac{5}{6}T - \frac{3}{5}T = 14$$

$$\frac{25T - 18T}{30} = 14$$

$$\frac{7}{30}T = 14$$

$$T = 14 \times \frac{30}{7}$$

$$T = 2 \times 30$$

$$T = 60$$

O total de questões da prova é 60. O número de questões que Ana acertou é:

$$\frac{3}{5}T = \frac{3}{5} \times 60$$

$$= 3 \times 12$$

$$= 36$$

Gabarito: Letra D.

44. (VUNESP/Pref. Peruíbe/2019) Para uma atividade recreativa, os alunos tinham que levar palitos de sorvete. Ana e Bia levaram, juntas, 108 palitos, sendo que o número de palitos levados por Ana era igual a $\frac{4}{5}$ do número de palitos levados por Bia. O número de palitos que Bia levou a mais do que Ana foi

a) 8.

b) 10.

c) 12.

d) 14.

e) 16.

Comentários:

Considere que o número de palitos levados por Ana seja A e que o número de palitos levados por Bia seja B.

"Ana e Bia levaram, juntas, 108 palitos"

Logo, temos a seguinte relação entre A e B:

$$A + B = 108$$

"...o número de palitos levados por Ana era igual a 4/5 do número de palitos levados por Bia."

Consequentemente, temos a seguinte relação entre A e B:

$$A = \frac{4}{5}B$$

Podemos substituir essa relação em $A + B = 108$:

$$A + B = 108$$

$$\frac{4}{5}B + B = 108$$

$$\frac{4B + 5B}{5} = 108$$

$$\frac{9}{5}B = 108$$

$$B = 108 \times \frac{5}{9}$$

$$B = 12 \times 5$$

$$\boldsymbol{B = 60}$$

Como $A = \frac{4}{5}B$, temos:

$$A = \frac{4}{5}B$$

$$A = \frac{4}{5} \times 60$$

$$A = 4 \times 12$$

$$\boldsymbol{A = 48}$$

Logo, o número de palitos que Bia levou a mais do que Ana foi:

$$B - A$$

$$= 60 - 48$$

$$= 12$$

Gabarito: Letra C.

45. (VUNESP/Pref. Cerquilho/2019) Em uma empresa, apenas $\frac{1}{5}$ dos funcionários tem ensino superior completo. Além disso, da parcela que não concluiu o ensino superior, $\frac{2}{3}$ não têm o ensino médio completo, o que corresponde a 40 funcionários. O número de funcionários que concluíram o ensino superior é igual a

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 20.

e) 25.

Comentários:

Considere que o total de funcionários **da empresa** seja T.

"...apenas $\frac{1}{5}$ dos funcionários tem ensino superior completo."

Logo, o número de funcionários que **não tem** ensino superior completo é:

$$(\text{Total de funcionários}) - (\text{Funcionários com ensino superior})$$

$$T - \frac{1}{5} \textbf{ de } T$$

$$T - \frac{1}{5} \times T$$

$$T - \frac{T}{5}$$

$$= \frac{5T - T}{5}$$

$$= \frac{4}{5}T$$

"...da parcela que não concluiu o ensino superior, $\frac{2}{3}$ não têm o ensino médio completo..."

Logo, o total de pessoas que não tem ensino médio completo é:

$$\frac{2}{3}\ \textbf{da}\ \text{(parcela que não concluiu o ensino superior)}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} T$$

$$= \frac{8}{15} T$$

"...o que corresponde a 40 funcionários."

Temos que o total de pessoas que não tem ensino médio completo corresponde a 40 funcionários. Logo:

$$\frac{8}{15} T = 40$$

$$T = 40 \times \frac{15}{8}$$

$$T = 5 \times 15$$

$$T = 75$$

A questão pergunta pelo número de funcionários que concluíram o ensino superior, que é $\frac{1}{5}T$:

$$\frac{1}{5} T = \frac{1}{5} \times 75 = 15$$

Gabarito: Letra C

46. (VUNESP/CM Orlândia/2019) Um motorista foi da cidade A até a cidade D, passando pelas cidades B e C, conforme o trajeto indicado na figura.

Sabe-se que, quando chegou à cidade B, ele já havia percorrido $\frac{2}{5}$ do trajeto total e que, quando chegou à cidade C, já havia percorrido $\frac{3}{4}$ do trajeto total. Se a distância entre as cidades B e C é de 35 km, então a distância total percorrida pelo motorista nesse trajeto foi de

a) 90 km.

b) 100 km.

c) 110 km.

d) 120 km.

e) 140 km.

Comentários:

Considere que a **distância total percorrida pelo motorista** (da cidade A até a cidade D) seja $\boldsymbol{T}$.

"..quando chegou à cidade B, ele já havia percorrido 2/5 do trajeto total..."

Logo, a **distância de A até B** é $\frac{2}{5}\boldsymbol{T}$.

"...quando chegou à cidade C, já havia percorrido 3/4 do trajeto total."

Logo, a **distância de A até C** é $\frac{3}{4}\boldsymbol{T}$.

"...a distância entre as cidades B e C é de 35 km.."

Note que a distância entre as cidades B e C é a distância de A até C menos a distância de A até B, e esse valor corresponde a 35 km.

$$(\text{Distância de A até C}) - (\text{Distância de A até B}) = 35$$

$$\frac{3}{4}\boldsymbol{T} - \frac{2}{5}\boldsymbol{T} = 35$$

$$\frac{15-8}{20}T = 35$$

$$\frac{7}{20}T = 35$$

$$T = 35 \times \frac{20}{7}$$

$$T = 5 \times 20$$

$$T = 100$$

Portanto, a **distância total percorrida pelo motorista** foi de **100 km**.

Gabarito: Letra B.

Questões Comentadas

Razão e proporção

CEBRASPE

1.(CESPE/ANAC/2009) Acerca de grandezas proporcionais e de juros, julgue o item a seguir.

Se, em uma aula de dança, houver 45 pessoas, entre moças e rapazes, e se a razão entre o número de moças e o número de rapazes for igual a $\frac{5}{4}$, então 8 moças ficarão sem par.

Comentários:

Temos um total de 45 pessoas entre moças (M) e rapazes (R):

$$M + R = 45$$

A razão entre o número de moças e o número de rapazes é igual a $\frac{5}{4}$:

$$\frac{M}{R} = \frac{5}{4}$$

$$M = \frac{5}{4}R$$

Substituindo a expressão acima em $M + R = 45$, obtemos:

$$\frac{5}{4}R + R = 45$$

$$\frac{9}{4}R = 45$$

$$R = 4 \times \frac{45}{9}$$

$$R = 20$$

Como temos 20 rapazes e um total de 45 pessoas, o número de moças é:

$$M = 45 - 20$$
$$M = 25$$

O número de moças que ficarão sem par é:

$$M - R = 25 - 20 = 5$$

Gabarito: ERRADO.

2.(CESPE/MEC/2009) Considere que uma empresa tenha contratado N pessoas para preencher vagas em 2 cargos; que o salário mensal de um dos cargos seja de R$ 2.000,00 e o do outro seja de R$ 2.800,00 e que o gasto mensal para pagar os salários dessas pessoas seja de R$ 34.000,00. A partir dessas considerações, julgue o item subsequente.

Se o gasto mensal, em reais, com os contratados para o cargo com salário mensal de R$ 2.000,00 estiver para 3, assim como o gasto mensal, em reais, com os contratados para o cargo com salário mensal de R$ 2.800,00 está para 14, então o número de contratados para estes 2 cargos será superior a 12.

Comentários:

Seja N_{2000} o número de contratados para receber R$ 2.000 e N_{2800} o número de contratados para receber R$ 2.800.

- O gasto mensal para pagar aqueles que recebem R$ 2.000 é $\mathbf{2.000 \times N_{2000}}$.
- O gasto mensal para pagar aqueles que recebem R$ 2.800 é $\mathbf{2.800 \times N_{2800}}$.

Como o gasto mensal para pagar todos salários é de R$ 34.000, temos:

$$\mathbf{2.000 \times N_{2000}} + \mathbf{2.800 \times N_{2800}} = 34.000$$

$$20N_{2000} + 28N_{2800} = 340$$

O item da questão diz que $\mathbf{2000 \times N_{2000}}$ está para 3 assim como $\mathbf{2.800 \times N_{2800}}$ está para 14. Logo:

$$\frac{2000 \times N_{2000}}{3} = \frac{2.800 \times N_{2800}}{14}$$

$$\frac{2000 \times N_{2000}}{3} = 200 \times N_{2800}$$

$$\frac{2000 \times N_{2000}}{3 \times 200} = N_{2800}$$

$$\mathbf{N_{2800} = \frac{10}{3} \times N_{2000}}$$

Substituindo a expressão acima em $20N_{2000} + 28N_{2800} = 340$, temos:

$$20N_{2000} + 28\mathbf{N_{2800}} = 340$$

$$20N_{2000} + 28 \times \mathbf{\frac{10}{3} \times N_{2000}} = 340$$

$$\left(20+\frac{280}{3}\right)N_{2000}=340$$

$$\left(\frac{60+280}{3}\right)N_{2000}=340$$

$$\frac{340}{3}N_{2000}=340$$

$$N_{2000}=340\times\frac{3}{340}$$

$$N_{2000}=3$$

Agora que temos N_{2000}, podemos obter N_{2800}.

$$\boldsymbol{N_{2800}=\frac{10}{3}\times N_{2000}}$$

$$N_{2800}=\frac{10}{3}\times 3$$

$$N_{2800}=10$$

Portanto, o número de pessoas contratadas para os dois cargos é:

$$N_{2000}+N_{2800}=3+10=13$$

Gabarito: CERTO.

3. (CESPE/PM AL/2017) Em um tanque A, há uma mistura homogênea de 240 L de gasolina e 60 L de álcool; em outro tanque B, 150 L de gasolina estão misturados homogeneamente com 50 L de álcool.

A respeito dessas misturas, julgue o item subsequente.

Para que a proporção álcool/gasolina no tanque A fique igual à do tanque B é suficiente acrescentar no tanque A uma quantidade de álcool que é inferior a 25 L.

Comentários:

Devemos determinar a quantidade x de álcool foi acrescentada no tanque A para que ele fique com a mesma **proporção álcool/gasolina** do tanque B.

Após a inserção dessa quantidade x de álcool no tanque A, esse tanque fica com **60 + x litros** de álcool e continua com **240 litros** de gasolina.

$$\frac{\text{Proporção álcool/gasolina do tanque A depois de acrescentar x litros de álcool}}{} = \text{Proporção álcool/gasolina do tanque B}$$

$$\frac{60+x}{240} = \frac{50}{150}$$

$$60 + x = 240 \times \frac{50}{150}$$

$$60 + x = 240 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 80 - 60$$

$$x = 20 \text{ litros}$$

Logo, para que a proporção álcool/gasolina no tanque A fique igual à do tanque B, devemos acrescentar no tanque A **20 litros de álcool**, valor que é **inferior a 25 litros**.

Gabarito: CERTO.

4.(CESPE/STM/2011) Determinado órgão promoveu concurso público para provimento de vagas de um cargo de nível médio e um de nível superior. As remunerações mensais dos cargos de nível médio e de nível superior eram números diretamente proporcionais a 2 e 3; e a remuneração mensal do cargo de nível médio era R$ 3.000,00 menor que a remuneração do cargo de nível superior.

A respeito dessa situação, julgue o item que se segue.

A soma das remunerações mensais dos 2 cargos é superior a R$ 16.000,00.

Comentários:

Considere que a remuneração do cargo de **nível superior** é $\boldsymbol{s}$. Nesse caso, a remuneração do cargo de **nível médio** é $\boldsymbol{m} = s - 3.000$.

As remunerações mensais dos cargos de **nível médio** e de **nível superior** são diretamente proporcionais a 2 e 3. Logo:

$$\frac{m}{2} = \frac{s}{3} = k$$

$$\frac{s - 3000}{2} = \frac{s}{3} = k$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{s-3000}{2} = \frac{s}{3}$, temos:

$$3 \times (s - 3.000) = 2s$$

$$3s - 9.000 = 2s$$

$$s = R\$\ 9.000$$

Logo, a remuneração de **nível superior** é 9.000 e a remuneração de **nível médio** é:

$$m = s - 3.000$$

$$m = 9.000 - 3.000$$

$$m = R\$\ 6.000$$

Portanto, a soma das remunerações é:

$$s + m = 9.000 + 6.000 = R\$\ 15.000$$

Gabarito: ERRADO.

5.(CESPE/STM/2011) Carlos e Paulo são funcionários de uma empresa e seus salários brutos mensais, em reais, são diretamente proporcionais aos números 3 e 5. Além disso, o salário de Paulo supera o salário de Carlos em R$ 2.640,00.

Com base nessa situação, julgue o item a seguir.

A soma dos salários de Carlos e Paulo é igual a R$ 10.560,00.

Comentários:

Considere que a remuneração de **Carlos** é $\boldsymbol{c}$. Nesse caso, a remuneração de **Paulo** é $p = c + 2.640$.

As remunerações mensais de **Carlos** e de **Paulo** são diretamente proporcionais a 3 e 5. Logo:

$$\frac{c}{3} = \frac{p}{5} = k$$

$$\frac{c}{3} = \frac{c + 2.640}{5} = k$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{c}{3} = \frac{c+2.640}{5}$, temos:

$$5c = 3 \times (c + 2.640)$$

$$5c = 3c + 7.920$$

$$2c = 7.920$$

$$c = R\$\ 3.960$$

Logo, a remuneração de **Carlos** é 3.960 e a remuneração de **Paulo** é:

$$p = c + 2.640$$

$$p = 3.960 + 2.640$$

$$p = R\$\ 6.600$$

Portanto, a soma dos salários de **Carlos** e **Paulo** é:

$$c + p = 3.960 + 6.600 = R\$\ 10.560$$

Gabarito: CERTO.

CESGRANRIO

6.(CESGRANRIO/BR/2013) Carlos foi de ônibus de casa para o trabalho, e a viagem demorou 54 minutos. Na volta, pegou o metrô, e o tempo de viagem foi reduzido em 12 minutos. Nesse dia, qual foi a razão entre os tempos gastos por Carlos para ir ao trabalho e dele voltar, nessa ordem?

a) $\frac{9}{7}$

b) $\frac{8}{7}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) $\frac{9}{2}$

Comentários:

O tempo de **ida** é de **54 minutos**.

O tempo de **volta** foi reduzido em 12 minutos. Logo, o tempo de volta é 54 − 12 = **42 minutos**.

A razão entre os tempos de **ida** e de **volta** é:

$$\frac{\text{Tempo de ida}}{\text{Tempo de volta}} = \frac{\mathbf{54}}{\mathbf{42}}$$

Ao simplificar o numerador e o denominador por 6, obtém-se:

$$\frac{\text{Tempo de ida}}{\text{Tempo de volta}} = \frac{9}{7}$$

Gabarito: Letra A.

7.(CESGRANRIO/FINEP/2014) Maria tinha 450 mL de tinta vermelha e 750 mL de tinta branca. Para fazer tinta rosa, ela misturou certa quantidade de tinta branca com os 450 mL de tinta vermelha na proporção de duas partes de tinta vermelha para três partes de tinta branca.

Feita a mistura, quantos mL de tinta branca sobraram?

a) 75

b) 125

c) 175

d) 375

e) 675

Comentários:

A mistura foi realizada na proporção de **duas partes** de **tinta vermelha** para **três partes** de **tinta branca**.

Sabemos que na mistura foram utilizados 450ml de tinta vermelha. Considere que o total de tinta branca utilizada na mistura foi B. Nesse caso, temos:

$$\frac{450 \text{ ml}}{B} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

$$2B = 3 \times 450\text{ml}$$

$$B = \frac{1350 \text{ ml}}{2} = 675 \text{ ml}$$

Como originalmente Marta tinha 750 ml de tinta branca, a quantidade de tinta branca que restou é:

$$750 \text{ ml} - 675 \text{ ml} = 75\text{ml}$$

Gabarito: Letra A.

8.(CESGRANRIO/BR/2013) Um pipoqueiro observou que, de cada 12 saquinhos de pipoca que vendia, 5 eram de pipoca salgada e os restantes, de pipoca doce.

Considerando-se essa proporção, se ele vender 96 saquinhos de pipoca, quantos serão de pipoca doce?

a) 8

b) 20

c) 40

d) 48

e) 56

Comentários:

Suponha que o pipoqueiro vendeu $\boldsymbol{S}$ **pipocas salgadas** e $\boldsymbol{D}$ **pipocas doces**.

O total de pipocas vendidas é 96. Logo:

$$S + D = 96$$

A cada **12 pipocas vendidas**, **5 eram salgadas** e **7** (restantes) **eram doces**. Portanto:

$$\frac{S}{D} = \frac{5}{7}$$

$$S = \frac{5}{7}D$$

A questão pergunta quantas pipocas doces foram vendidas. Substituindo $S = \frac{5}{7}D$ em $S + D = 96$, temos:

$$S + D = 96$$

$$\frac{5}{7}D + D = 96$$

$$\frac{5+7}{7}D = 96$$

$$\frac{12}{7}D = 96$$

$$D = 96 \times \frac{7}{12} = 56$$

Logo, foram vendidos **56 saquinhos de pipoca doce**.

Gabarito: Letra E.

9.(CESGRANRIO/BR/2013) Com a expansão do setor hoteleiro no Rio de Janeiro, novos postos de trabalho serão criados. Estima-se que, de cada 7 novas vagas, 4 serão no setor de alimentação (garçons, copeiras, cozinheiros, por exemplo), e 3, para camareiras.

Considerando-se essa proporção, um hotel que contratar 24 camareiras contratará, também, quantos profissionais para o setor de alimentação?

a) 18

b) 26

c) 30

d) 32

e) 36

Comentários:

De cada 7 novas vagas no setor hoteleiro, **4 serão no setor de alimentação e 3 serão para camareiras**. Logo:

$$\frac{\text{Contratados alimentação}}{\text{Contratadas camareiras}} = \frac{4}{3}$$

Considerando-se essa proporção, se um hotel contratar **24 camareiras**, temos:

$$\frac{\text{Contratados alimentação}}{\mathbf{24}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Contratados alimentação} = \frac{4}{3} \times 24$$

$$\text{Contratados alimentação} = 32$$

Gabarito: Letra D.

10. (CESGRANRIO/BR/2015) Uma empresa substituiu seus monitores antigos no formato fullscreen, cuja proporção entre a largura e a altura da tela é de 4:3, por monitores novos no formato widescreen, com proporção entre largura e altura dada por 16:9. Os monitores novos e antigos têm a mesma altura.

A razão entre a largura do modelo novo e a largura do modelo antigo é dada por

a) 1:4

b) 3:4

c) 4:3

d) 4:9

e) 9:4

Comentários:

Suponha que a altura dos dois monitores é A. Considere também que a **largura do modelo novo é L_N** e a **largura do modelo antigo é L_A**. Nesse caso, a questão pergunta pela razão $\frac{L_N}{L_A}$.

Para o **monitor antigo**, a proporção entre a largura e a altura da tela é de 4:3. Logo:

$$\frac{L_A}{A} = \frac{4}{3} \rightarrow L_A = \frac{4}{3}A$$

Para o **monitor novo**, a proporção entre a largura e a altura da tela é de 16:9. Logo:

$$\frac{L_N}{A} = \frac{16}{9} \rightarrow L_N = \frac{16}{9}A$$

A razão entre a largura do modelo novo e a largura do modelo antigo é dada por:

$$\frac{L_N}{L_A} = \frac{\frac{16}{9}A}{\frac{4}{3}A} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{16}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$$

Gabarito: Letra C.

11.(CESGRANRIO/BB/2012) Numa pesquisa sobre acesso à internet, três em cada quatro homens e duas em cada três mulheres responderam que acessam a rede diariamente. A razão entre o número de mulheres e de homens participantes dessa pesquisa é, nessa ordem, igual a $\frac{1}{2}$.

Que fração do total de entrevistados corresponde àqueles que responderam que acessam a rede todos os dias?

a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{8}{11}$

c) $\frac{13}{18}$

d) $\frac{17}{24}$

e) $\frac{25}{36}$

Comentários:

Considere que na pesquisa temos H homens e M mulheres.

Como três a cada quatro homens acessam a rede diariamente, o **número de homens que acessam a rede diariamente** é $\frac{3}{4}H$.

Como duas a cada três mulheres acessam a rede diariamente, o **número de mulheres que acessam a rede diariamente** é $\frac{2}{3}M$.

A razão entre o número de mulheres e de homens é $\frac{1}{2}$. Logo, $\boldsymbol{\frac{M}{H} = \frac{1}{2}}$.

A questão pergunta a **<u>fração do total de entrevistados</u>** que corresponde àqueles que responderam que acessam a rede diariamente. Logo, devemos determinar o seguinte valor:

$$\frac{\text{Total de homens e mulheres que acessam a rede diariamente}}{\text{Total de homens e mulheres}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}H + \frac{2}{3}M}{H + M}$$

Para determinar o valor de $\frac{\frac{3}{4}H+\frac{2}{3}M}{H+M}$, devemos escrever tudo em função de H ou tudo em função de M. Como $\frac{M}{H} = \frac{1}{2}$, temos $\boldsymbol{H = 2M}$. Substituindo **essa informação** em $\frac{\frac{3}{4}H+\frac{2}{3}M}{H+M}$, temos:

$$\frac{\frac{3}{4}H + \frac{2}{3}M}{H + M}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}\boldsymbol{2M} + \frac{2}{3}M}{\boldsymbol{2M} + M}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}M + \frac{2}{3}M}{3M}$$

$$= \frac{\frac{9+4}{6}M}{3M}$$

$$= \frac{\frac{13}{6}}{3} = \frac{13}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{18}$$

Gabarito: Letra C.

FCC

12.(FCC/ALAP/2020) Para fazer um refresco de maracujá utiliza-se uma parte de suco de maracujá concentrado e três partes de água. Assim, a fim de obter 20 L de refresco de maracujá, além do suco concentrado, o número necessário de garrafas de 1,5 L de água é

a) 7

b) 9

c) 8

d) 10

e) 6

Comentários:

Para obter um total de 20 L de refresco, a soma dos volumes em litros de suco de maracujá (M) e de água (A) deve ser 20:

$$M + A = 20$$

A razão entre o volume de suco de maracujá e o volume de água é dada por:

$$\frac{M}{A} = \frac{1}{3}$$

$$M = \frac{1}{3}A$$

Substituindo a expressão acima em $M + A = 20$, obtemos:

$$\frac{1}{3}A + A = 20$$

$$\frac{4}{3}A = 20$$

$$A = \frac{20 \times 3}{4}$$

$$A = 15$$

Precisamos de 15 litros de água, e isso corresponde a 10 garrafas de 1,5 L, pois:

$$\frac{15 \text{ litros}}{1{,}5 \text{ litros por garrafa}} = 10 \text{ garrafas}$$

Gabarito: Letra D.

13. (FCC/TRT 12/2013) Fincadas na areia de uma praia estão pranchas de *surf* e de *bodyboard*, na razão de 7 para 4. Sabendo que são 24 pranchas de surf a mais que as de *bodyboard*, o número total dessas pranchas fincadas na areia é igual a

a) 62.

b) 48.

c) 12.

d) 88.

e) 27.

Comentários:

Seja o número de pranchas de *surf* e *bodyboard* respectivamente S e B.

Temos 24 pranchas de *surf* a mais do que de *bodyboard*. Logo:

$$S = B + 24$$

A razão entre as pranchas de *surf* e *bodyboard* é:

$$\frac{S}{B} = \frac{7}{4}$$

$$S = \frac{7}{4}B$$

Substituindo o valor em $S = B + 24$, temos:

$$\frac{7}{4}B = B + 24$$

$$\frac{7}{4}B - B = 24$$

$$\left(\frac{7-4}{4}\right)B = 24$$

$$\frac{3}{4}B = 24$$

$$B = \frac{24 \times 4}{3}$$

$$B = 32$$

O número de pranchas de *surf* é:

$$S = B + 24$$

$$S = 32 + 24$$

$$S = 56$$

Logo, total de pranchas é dado por $S + B = 56 + 32 = 88$.

Gabarito: Letra D.

14. (FCC/SABESP/2019) Eduardo tem uma coleção de 2.100 selos entre nacionais e estrangeiros. Se para cada 5 selos nacionais ele tem 2 selos estrangeiros, então a diferença entre o número de selos nacionais e o número de selos estrangeiros é

a) 630.

b) 1.050.

c) 820.

d) 900.

e) 700.

Comentários:

Seja o número de selos nacionais dado por N e o número de selos estrangeiros dado por E.

O total de selos é $N + E = 2.100$.

A razão entre os selos nacionais e estrangeiros é:

$$\frac{N}{E} = \frac{5}{2}$$

$$N = \frac{5}{2}E$$

Substituindo na soma $N + E = 2.100$, temos:

$$\frac{5}{2}E + E = 2.100$$

$$\left(\frac{5+2}{2}\right)E = 2.100$$

$$\frac{7}{2}E = 2.100$$

$$E = \frac{2.100 \times 2}{7}$$

$$E = 600$$

Como $N + E = 2.100$, temos:

$$N + 600 = 2.100$$

$$N = 2.100 - 600$$

$$N = 1.500$$

A diferença entre o número de selos nacionais e o número de selos estrangeiros é:

$$N - E = 1.500 - 600 = 900$$

Gabarito: Letra D.

15. (FCC/METRO SP/2019) Em uma livraria, a cada 12 clientes que compram livros em português, 7 clientes compram livros em língua estrangeira, sendo que nenhum cliente compra livros em mais de uma língua. Certo dia, o número de clientes que compraram livros em língua estrangeira foi 190 a menos do que o número de clientes que compraram livros em português. O número de clientes que, nesse dia, fizeram compra de livros, foi:

a) 488.

b) 599.

c) 611.

d) 722.

e) 833.

Comentários:

Seja P o número de livros de língua portuguesa comprados e E o número de livros de língua estrangeira comprados.

A cada 12 clientes que compram livros em português, 7 compram em língua estrangeira. Logo:

$$\frac{P}{E} = \frac{12}{7}$$

$$P = \frac{12}{7}E$$

"Certo dia, o número de clientes que compraram livros em língua estrangeira foi 190 a menos do que o número de clientes que compraram livros em português." Logo:

$$E = P - 190$$

Substituindo $P = \frac{12}{7}E$ na igualdade anterior, temos:

$$E = \frac{12}{7}E - 190$$

$$190 = \frac{12}{7}E - E$$

$$190 = \left(\frac{12-7}{7}\right)E$$

$$\frac{5}{7}E = 190$$

$$E = \frac{190 \times 7}{5}$$

$$E = 266$$

Como $E = P - 190$, temos:

$$266 = P - 190$$

$$266 + 190 = P$$

$$P = 456$$

O número de clientes que fizeram compra de livros foi:

$$P + E = 456 + 266 = 722$$

Gabarito: Letra D.

16. (FCC/TRT 6/2018) Em uma empresa, no ano de 2005, o total de funcionários era 100, e a razão entre o número de homens e o número de mulheres era $\frac{7}{3}$. De 2005 até 2010 nenhum funcionário se desligou da empresa e foram feitas contratações de modo a duplicar o número total de funcionários. Após essas contratações a razão, que era $\frac{7}{3}$, passou a ser $\frac{3}{2}$. Desse modo, é correto concluir que a razão entre o número de homens contratados e o número de mulheres contratadas, nesse período, foi

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{2}{1}$

d) $\frac{1}{1}$

e) $\frac{4}{5}$

Comentários:

Seja o **total de homens** em 2005 $\boldsymbol{H_1}$ e o **total de mulheres** em 2005 $\boldsymbol{M_1}$.

O total de funcionários, em 2005, era 100: $H_1 + M_1 = 100$.

A razão entre o número de homens e o número de mulheres, em 2005, era $\frac{7}{3}$:

$$\frac{H_1}{M_1} = \frac{7}{3}$$

$$H_1 = \frac{7}{3} M_1$$

Substituindo esse resultado em $H_1 + M_1 = 100$, obtemos:

$$\frac{7}{3} M_1 + M_1 = 100$$

$$\frac{10}{3} M_1 = 100$$

$$M_1 = \frac{100 \times 3}{10}$$

$$\boldsymbol{M_1 = 30}$$

Como de um total de 100 pessoas 30 eram mulheres, o total de homens era:

$$H_1 = 100 - 30$$

$$\boldsymbol{H_1 = 70}$$

Após as contratações, considere que o **novo número de homens é $\boldsymbol{H_2}$** e o **novo número de mulheres é $\boldsymbol{M_2}$.**

O total de funcionários dobrou: $H_2 + M_2 = 200$

A razão entre o número de homens e o número de mulheres passou a ser $\frac{3}{2}$:

$$\frac{H_2}{M_2} = \frac{3}{2}$$

$$H_2 = \frac{3}{2} M_2$$

Substituindo esse resultado em $H_2 + M_2 = 200$, obtemos:

$$\frac{3}{2} M_2 + M_2 = 200$$

$$\frac{5}{2} M_2 = 200$$

$$M_2 = \frac{200 \times 2}{5}$$

$$\boldsymbol{M_2 = 80}$$

Como de um total de 200 pessoas 80 são mulheres, o total de homens é:

$$H_2 = 200 - 80$$

$$\boldsymbol{H_2 = 120}$$

O total de homens contratados é $\boldsymbol{H_2} - \boldsymbol{H_1} = \mathbf{120} - \mathbf{70} = 50$.

O total de mulheres contratadas é $\boldsymbol{M_2} - \boldsymbol{M_1} = \mathbf{80} - \mathbf{30} = 50$.

Logo, a razão entre o número de homens contratados e mulheres contratadas é $\frac{50}{50} = \frac{1}{1}$.

Gabarito: Letra D.

17. (FCC/CM Fortaleza/2019) Aldo, Bento e Chico são donos de um imóvel em sociedade. Aldo é proprietário de $\frac{1}{3}$ do imóvel, Bento é proprietário de $\frac{1}{4}$ do imóvel e Chico é proprietário da fração restante. Chico decidiu sair da sociedade e vendeu sua parte aos outros dois sócios de modo que, após a venda, a proporção entre a parte do imóvel de propriedade de Aldo em relação à parte do imóvel de propriedade de Bento se mantivesse igual à mesma proporção de antes da venda. Assim, a proporção do imóvel que Chico vendeu a Aldo foi de

a) $\frac{5}{24}$

b) $\frac{5}{21}$

c) $\frac{5}{36}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{1}{3}$

Comentários:

Inicialmente, Aldo e Bento proprietários de:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4+3}{12}$$

$$\frac{7}{12} \text{ do imóvel}$$

A parte que inicialmente pertence a Chico é:

$$1 - \frac{7}{12} = \frac{12 - 7}{12}$$

$$= \frac{5}{12} \text{ do imóvel}$$

Se a parte pertencente a Chico que foi vendida a Aldo for C_A e a parte que foi vendida a Bento for C_B, então:

$$C_A + C_B = \frac{5}{12} \text{ do imóvel}$$

A nova parte do imóvel que cabe a Aldo é $\frac{1}{3} + C_A$, e a nova parte que cabe a Bento é $\frac{1}{4} + C_B$.

"*Após a venda, a proporção entre a parte do imóvel de propriedade de Aldo em relação à parte do imóvel de propriedade de Bento se mantivesse igual à mesma proporção de antes da venda*". Logo:

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{3} + C_A}{\frac{1}{4} + C_B}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{\frac{1}{3} + C_A}{\frac{1}{4} + C_B}$$

Podemos realizar a "multiplicação cruzada" e determinar a relação entre C_A e C_B:

$$4 \times \left(\frac{1}{4} + C_B\right) = 3 \times \left(\frac{1}{3} + C_A\right)$$

$$1 + 4C_B = 1 + 3C_A$$

$$4C_B = 3C_A$$

$$C_B = \frac{3}{4} C_A$$

Substituindo o valor acima em $C_A + C_B = \frac{5}{12}$ do imóvel, temos:

$$C_A + \frac{3}{4} C_A = \frac{5}{12}$$

$$\left(\frac{4 + 3}{4}\right) C_A = \frac{5}{12}$$

$$\frac{7}{4} C_A = \frac{5}{12}$$

$$C_A = \frac{5 \times 4}{7 \times 12}$$

$$C_A = \frac{5}{21} \text{ do imóvel}$$

Gabarito: Letra B.

FGV

18.(FGV/IBGE/2017) Uma equipe de trabalhadores de determinada empresa tem o mesmo número de mulheres e de homens. Certa manhã, $\frac{3}{4}$ das mulheres e $\frac{2}{3}$ dos homens dessa equipe saíram para um atendimento externo.

Desses que foram para o atendimento externo, a fração de mulheres é:

a) $\frac{3}{4}$;

b) $\frac{8}{9}$;

c) $\frac{5}{7}$;

d) $\frac{8}{13}$;

e) $\frac{9}{17}$.

Comentários:

Considere que o total de trabalhadores seja T.

Como a empresa tem o mesmo número de homens e mulheres, temos $\frac{1}{2}T$ homens e $\frac{1}{2}T$ mulheres.

O **número de mulheres que foram para o atendimento externo** é:

$$\frac{3}{4} \text{ das (mulheres)}$$

$$\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2}T\right)$$

$$= \boldsymbol{\frac{3}{8}T}$$

O **número de homens que foram para o atendimento externo** é:

$$\frac{2}{3} \text{ dos (homens)}$$

$$\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}T\right)$$

$$=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{T}$$

Logo, considerando os que foram para o atendimento externo, a fração de mulheres é:

$$\frac{\text{Mulheres que foram para o atendimento externo}}{\text{Todos que foram para o atendimento externo}}$$

$$=\frac{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}\boldsymbol{T}}{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}\boldsymbol{T}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{T}}$$

$$=\frac{\frac{3}{8}T}{\frac{9T+8T}{24}}=\frac{\frac{3}{8}T}{\frac{17}{24}T}=\frac{3}{8}\times\frac{24}{17}=\frac{9}{17}$$

Gabarito: Letra E.

19.(FGV/IBGE/2017) Na equipe de Mário há 6 mulheres a mais do que homens. Sabendo que essa equipe tem ao todo 60 membros, a razão do número de mulheres para o número de homens é:

a) $\frac{6}{5}$;

b) $\frac{5}{4}$;

c) $\frac{3}{5}$;

d) $\frac{20}{11}$;

e) $\frac{11}{9}$.

Comentários:

Suponha que na equipe temos H homens e M mulheres.

Sabemos que há 6 mulheres a mais do que homens. Logo:

$$\boldsymbol{M=H+6}$$

A equipe é composta por 60 membros. Logo:

$$H+M=60$$

Substituindo a primeira equação na segunda, temos:

$$H + \boldsymbol{M} = 60$$

$$H + (\boldsymbol{H + 6}) = 60$$

$$2H + 6 = 60$$

$$2H = 54$$

$$H = 27$$

Como temos 27 homens, o total de mulheres é:

$$\boldsymbol{M = H + 6}$$

$$M = 27 + 6$$

$$M = 33$$

A razão do número de mulheres para o número de homens é:

$$\frac{M}{H} = \frac{33}{27}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 3, obtemos:

$$\frac{M}{H} = \frac{11}{9}$$

Gabarito: Letra E.

20. (FGV/Pref. Salvador/2017) Uma árvore é 4 m mais alta do que outra árvore. As alturas das duas árvores estão na razão $\frac{2}{3}$.

A árvore mais alta mede

a) 6 m.

b) 8 m.

c) 9 m.

d) 12 m.

e) 15 m.

Comentários:

Suponha que a árvore mais alta mede $\boldsymbol{A}$ **metros** e a árvore mais baixa mede $\boldsymbol{B}$ **metros**.

Sabemos que a árvore mais alta é 4m maior do que a mais baixa. Logo:

$$A = B + 4$$

Além disso, as alturas das duas árvores estão na razão $\frac{2}{3}$.

Observe que, como essa razão é menor do que 1, necessariamente ela corresponde a $\frac{B}{A}$, pois caso fosse $\frac{A}{B}$ teríamos uma razão maior do que 1. Logo:

$$\frac{B}{A} = \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{2}{3}A$$

Substituindo $\boldsymbol{B = \frac{2}{3}A}$ na primeira equação, temos:

$$A = \boldsymbol{B} + 4$$

$$A = \boldsymbol{\frac{2}{3}A} + 4$$

$$A - \frac{2}{3}A = 4$$

$$\frac{3A - 2A}{3} = 4$$

$$\frac{A}{3} = 4$$

$$A = 12$$

Logo, a árvore mais alta mede **12 metros**.

Gabarito: Letra D.

21. (FGV/Pref. Osasco/2014) Em uma equipe operacional com 24 membros, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é $\frac{3}{5}$.

Nessa equipe, o número de homens a mais do que o de mulheres é de:

a) 3;

b) 4;

c) 5;

d) 6;

e) 8.

Comentários:

Suponha que na equipe temos H homens e M mulheres.

A equipe é composta por 24 membros. Logo:

$$H + M = 24$$

A razão entre o número de mulheres e o número de homens é $\frac{3}{5}$. Logo:

$$\frac{M}{H} = \frac{3}{5}$$

$$M = \frac{3}{5}H$$

Substituindo $\boldsymbol{M = \frac{3}{5}H}$ em $H + M = 24$, temos:

$$H + \boldsymbol{M} = 24$$

$$H + \boldsymbol{\frac{3}{5}H} = 24$$

$$\frac{5H + 3H}{5} = 24$$

$$\frac{8H}{5} = 24$$

$$H = \frac{5}{8} \times 24$$

$$\boldsymbol{H = 15}$$

Substituindo o valor de H em $H + M = 24$, temos:

$$H + M = 24$$

$$15 + M = 24$$

$$M = 24 - 15$$

$$\boldsymbol{M = 9}$$

Logo, o número de homens a mais do que o de mulheres é de:

$$H - M$$

$$= 15 - 9 = 6$$

Gabarito: Letra D.

22.(FGV/PM SP/2021) Em um grupo de N pessoas, há 12 homens a mais do que mulheres. Retirando-se 6 homens desse grupo, a razão entre o número de homens e o número de mulheres passa a ser de $\frac{7}{5}$.

O valor de N é

a) 36.

b) 42.

c) 45.

d) 48.

e) 54.

Comentários:

Suponha que no grupo de N pessoas temos H homens e M mulheres.

"...há 12 homens a mais do que mulheres."

Nesse caso, temos:

$$H = M + 12$$

"Retirando-se 6 homens desse grupo, a razão entre o número de homens e o número de mulheres passa a ser de $\frac{7}{5}$"

Ao se retirar 6 homens, temos um total de $H - 6$ homens. A razão entre homens e mulheres fica assim:

$$\frac{H - 6}{M} = \frac{7}{5}$$

Como $H = M + 12$, temos:

$$\frac{(M + 12) - 6}{M} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{M + 6}{M} = \frac{7}{5}$$

Podemos realizar a "**multiplicação cruzada**". Ficamos com:

$$5 \times (M + 6) = 7M$$

$$5M + 30 = 7M$$

$$30 = 7M - 5M$$

$$2M = 30$$

$$\boldsymbol{M = 15}$$

Logo, o total de homens que haviam originalmente é:

$$\boldsymbol{H} = M + 12 = 15 + 12 = \mathbf{27}$$

O total de pessoas é dado por:

$$N = \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}$$

$$= 27 + 15$$

$$= 42$$

Gabarito: Letra B.

23. (FGV/MRE/2016) Em uma reunião, as únicas pessoas presentes são políticos de três partidos: PA, PB e PC. Para cada três políticos do partido PA há dois políticos do partido PB e, para cada cinco políticos do partido PB, há quatro políticos do partido PC.

Nessa reunião, a razão entre o número de políticos do partido PB e o número total de políticos é:

a) $\frac{10}{33}$.

b) $\frac{11}{34}$.

c) $\frac{12}{35}$.

d) $\frac{13}{36}$.

e) $\frac{14}{37}$.

Comentários:

Seja o número de políticos dos partidos **PA, PB** e **PB** dado por, respectivamente, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$.

"Para cada três políticos do partido PA há dois políticos do partido PB..."

Nesse caso, temos a seguinte proporção:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$$

"...para cada cinco políticos do partido PB, há quatro políticos do partido PC."

Nesse caso, temos a seguinte proporção:

$$\frac{b}{5} = \frac{c}{4}$$

"Nessa reunião, a razão entre o número de políticos do partido PB e o número total de políticos é..."

Veja que a questão nos pede o valor correspondente à seguinte razão:

$$\frac{b}{a+b+c}$$

Para resolver o problema, podemos escrever a e c em função de b. Perceba que, ao inserir todos os valores em função de b, o número b vai "cortar" na razão procurada.

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} \rightarrow a = \frac{3}{2}b$$

$$\frac{b}{5} = \frac{c}{4} \rightarrow c = \frac{4}{5}b$$

Substituindo os valores na razão procurada, temos:

$$\frac{b}{a+b+c}$$

$$= \frac{b}{\frac{3}{2}b + b + \frac{4}{5}b}$$

$$= \frac{b}{\frac{15b+10b+8b}{10}}$$

$$= \frac{b}{\frac{33}{10}b}$$

$$= \frac{1}{\frac{33}{10}} = \frac{10}{33}$$

Gabarito: Letra A.

24. (FGV/PGE RO/2015) Duas urnas contêm apenas bolas brancas e bolas pretas. Na primeira urna, há 240 bolas e, para cada 5 bolas brancas, há 7 bolas pretas. Na segunda, há 280 bolas e, para cada 5 bolas brancas, há 9 bolas pretas. Considerando-se todas as bolas das duas urnas, para cada 5 bolas brancas, há:

a) 8 bolas pretas;

b) 10 bolas pretas;

c) 12 bolas pretas;

d) 14 bolas pretas;

e) 16 bolas pretas.

Comentários:

Considere que na **primeira urna** temos $\boldsymbol{B_1}$ **bolas brancas** e $\boldsymbol{P_1}$ **bolas pretas**. Na **segunda urna**, considere que temos $\boldsymbol{B_2}$ **bolas brancas** e $\boldsymbol{P_2}$ **bolas pretas**.

"Na primeira urna, há 240 bolas e, para cada 5 bolas brancas, há 7 bolas pretas."

Como a soma das bolas da primeira urna é 240, temos:

$$B_1 + P_1 = 240$$

Além disso, para cada 5 bolas brancas, há 7 bolas pretas. Logo:

$$\frac{B_1}{P_1} = \frac{5}{7}$$

$$B_1 = \frac{5}{7}P_1$$

Substituindo $B_1 = \frac{5}{7}P_1$ em $B_1 + P_1 = 240$, temos:

$$B_1 + P_1 = 240$$

$$\frac{5}{7}P_1 + P_1 = 240$$

$$\frac{5P_1 + 7P_1}{7} = 240$$

$$\frac{12}{7}P_1 = 240$$

$$P_1 = \frac{7}{12} \times 240$$

$$\boldsymbol{P_1 = 140}$$

Como $B_1 = \frac{5}{7} P_1$, temos:

$$B_1 = \frac{5}{7} \times 140$$

$$\boldsymbol{B_1 = 100}$$

Vamos agora analisar a segunda urna.

"Na segunda, há 280 bolas e, para cada 5 bolas brancas, há 9 bolas pretas."

Como a soma das bolas da segunda urna é 280, temos:

$$B_2 + P_2 = 280$$

Além disso, para cada 5 bolas brancas, há 9 bolas pretas. Logo:

$$\frac{B_2}{P_2} = \frac{5}{9}$$

$$B_2 = \frac{5}{9} P_2$$

Substituindo $B_2 = \frac{5}{9} P_2$ em $B_2 + P_2 = 280$, temos:

$$B_2 + P_2 = 280$$

$$\frac{5}{9} P_2 + P_2 = 280$$

$$\frac{5P_2 + 9P_2}{9} = 280$$

$$\frac{14}{9} P_2 = 280$$

$$P_2 = \frac{9}{14} \times 280$$

$$\boldsymbol{P_2 = 180}$$

Como $B_2 = \frac{5}{9} P_2$, temos:

$$B_2 = \frac{5}{9} \times 180$$

$$\boldsymbol{B_2 = 100}$$

Nesse momento, já temos os números referentes a todas as bolas pretas e brancas. Veja que o enunciado quer uma resposta do seguinte tipo:

"Considerando-se todas as bolas das duas urnas, para cada 5 bolas brancas, há X bolas pretas"

Isso significa que a questão nos pergunta **qual é a razão entre bolas brancas e pretas** considerando-se a totalidade das bolas, de forma que essa razão é descrita por $\boldsymbol{\frac{5}{X}}$.

A razão entre bolas brancas e pretas, considerando-se as duas urnas, é:

$$\frac{B_1 + B_2}{P_1 + P_2} = \frac{100 + 100}{140 + 180} = \frac{200}{320}$$

Simplificando a fração por 40, obtemos:

$$\frac{B_1 + B_2}{P_1 + P_2} = \boldsymbol{\frac{5}{8}}$$

Logo, para cada 5 bolas brancas, temos **8 bolas pretas**.

Gabarito: Letra A.

25. (FGV/MPE RJ/2016) O carro de Joana faz 15 km por litro de gasolina e o carro de Laura faz 10 km por litro de gasolina.

Joana e Laura percorreram exatamente a mesma distância em quilômetros com seus respectivos carros.

No total, a razão entre quilômetros percorridos e o número de litros de gasolina gastos pelas duas foi igual a:

a) 11,5;

b) 12,0;

c) 12,5;

d) 13,0;

e) 13,5.

Comentários:

Suponha que Joana e Laura percorreram uma **distância $\boldsymbol{d}$** em quilômetros. Suponha também que, nessa distância percorrida, o carro de **Joana** gastou $\boldsymbol{j}$ **litros** e o carro de **Laura** gastou $\boldsymbol{l}$ **litros**.

O carro de Joana faz 15 km por litro. Logo, para Joana, temos a seguinte proporção:

$$\frac{15}{1} = \frac{d}{j}$$

O carro de Laura faz 10 km por litro. Logo, para Laura, temos a seguinte proporção:

$$\frac{10}{1} = \frac{d}{l}$$

A questão pede a razão entre quilômetros percorridos e o número de litros de gasolina gastos pelas duas. Isto é, a questão pede a seguinte razão:

$$\frac{d+d}{j+l} = \frac{2d}{j+l}$$

Para resolver o problema, podemos escrever j e l em função de d. Perceba que, ao inserir todos os valores em função de d, o número d vai "cortar" na razão procurada.

$$\frac{15}{1} = \frac{d}{j} \rightarrow j = \frac{d}{15}$$

$$\frac{10}{1} = \frac{d}{l} \rightarrow l = \frac{d}{10}$$

Substituindo na razão procurada, temos:

$$\frac{2d}{j+l}$$

$$= \frac{2d}{\frac{d}{10} + \frac{d}{15}}$$

$$\frac{2d}{\frac{3d+2d}{30}}$$

$$= \frac{2d}{\frac{5d}{30}} = 2d \times \frac{30}{5d} = 2 \times \frac{30}{5} = 12$$

Gabarito: Letra B.

26. (FGV/TJ PI/2015) Em uma urna há somente bolas brancas, bolas pretas e bolas vermelhas. Para cada bola branca há três bolas pretas e para cada duas bolas pretas há cinco bolas vermelhas.

A razão entre a quantidade de bolas pretas e a quantidade total de bolas na urna é:

a) $\frac{3}{10}$;

b) $\frac{4}{19}$;

c) $\frac{5}{21}$;

d) $\frac{6}{23}$;

e) $\frac{7}{25}$;

Comentários:

Considere que na urna temos B bolas brancas, P bolas pretas e V bolas vermelhas.

Para cada bola branca há três bolas pretas. Logo, a razão entre bolas brancas e pretas é:

$$\boldsymbol{\frac{B}{P} = \frac{1}{3}}$$

Para cada duas bolas pretas há cinco bolas vermelhas. Logo, a razão entre bolas pretas e vermelhas é:

$$\boldsymbol{\frac{P}{V} = \frac{2}{5}}$$

A questão pede **a razão entre a quantidade de bolas pretas e a quantidade total de bolas na urna**. Logo, devemos determinar o seguinte valor:

$$\frac{P}{B+P+V}$$

Veja que podemos escrever B e V em função de P:

$$\boldsymbol{\frac{B}{P} = \frac{1}{3}} \rightarrow \boldsymbol{B = \frac{1}{3}P}$$

$$\boldsymbol{\frac{P}{V} = \frac{2}{5}} \rightarrow 5P = 2V \rightarrow 2V = 5P \rightarrow \boldsymbol{V = \frac{5}{2}P}$$

Substituindo os valores de B e de V na razão procurada, temos:

$$\frac{P}{\boldsymbol{B} + P + \boldsymbol{V}}$$

$$= \frac{P}{\boldsymbol{\frac{1}{3}P} + P + \boldsymbol{\frac{5}{2}P}} = \frac{P}{\frac{2P + 6P + 15P}{6}} = \frac{P}{\frac{23P}{6}} = \frac{6}{23}$$

Logo, **a razão entre a quantidade de bolas pretas e a quantidade total de bolas na urna** é $\boldsymbol{\frac{6}{23}}$.

Gabarito: Letra D.

27. (FGV/TCE-BA/2014) Em uma sala há advogados, juízes e desembargadores, e apenas eles. Para cada dois desembargadores há três juízes e para cada quatro juízes há sete advogados.

A razão entre a quantidade de juízes e a quantidade total de pessoas na sala é

a) $\frac{11}{39}$

b) $\frac{12}{41}$

c) $\frac{14}{43}$

d) $\frac{13}{45}$

e) $\frac{15}{47}$

Comentários:

Considere que na sala temos A advogados, J juízes e D desembargadores.

Para cada dois desembargadores há três juízes. Logo, a razão entre desembargadores e juízes é:

$$\frac{D}{J} = \frac{2}{3}$$

Para cada quatro juízes há sete advogados. Logo, a razão entre juízes e advogados é:

$$\frac{J}{A} = \frac{4}{7}$$

A questão pede **a razão entre a quantidade de juízes e a quantidade total de pessoas na sala**. Logo, devemos determinar o seguinte valor:

$$\frac{J}{A + J + D}$$

Veja que podemos escrever A e D em função de J:

$$\frac{D}{J} = \frac{2}{3} \rightarrow D = \frac{2}{3}J$$

$$\frac{J}{A} = \frac{4}{7} \rightarrow 7J = 4A \rightarrow 4A = 5J \rightarrow A = \frac{7}{4}J$$

Substituindo os valores de A e de D na razão procurada, temos:

$$\frac{J}{\boldsymbol{A}+J+\boldsymbol{D}}$$

$$=\frac{J}{\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{J}+J+\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{J}}=\frac{J}{\frac{21J+12J+8J}{12}}=\frac{J}{\frac{41}{12}J}=\frac{12}{41}$$

Logo, **a razão entre a quantidade de juízes e a quantidade total de pessoas na sala** é $\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{41}}$.

Gabarito: Letra B.

VUNESP

28.(VUNESP/Pref Olímpia/2019) Em um determinado posto de atendimento ao público, há 2 filas de espera, uma para atendimento preferencial e outra para atendimento não preferencial. Na fila para atendimento não preferencial, há 45 pessoas. Sabendo que a razão entre o número de pessoas na fila para atendimento preferencial e o número de pessoas na fila para atendimento não preferencial é $\frac{2}{5}$, então o número de pessoas na fila para atendimento preferencial é

a) 16.

b) 18.

c) 20.

d) 22.

e) 24.

Comentários:

Sabemos que há **45 pessoas** na fila para atendimento **não** preferencial.

Considere que temos $\boldsymbol{P}$ **pessoas** na fila para atendimento preferencial.

A razão entre o número de pessoas na fila para atendimento preferencial ($\boldsymbol{P}$) e o número de pessoas na fila para atendimento **não** preferencial (**45**) é $\frac{2}{5}$. Logo:

$$\frac{P}{45}=\frac{2}{5}$$

$$P=45\times\frac{2}{5}$$

$$P=9\times 2$$

$$P=18$$

Gabarito: Letra B.

29.(VUNESP/CODEN/2021) Em certa empresa, os funcionários têm, pelo menos, o ensino médio completo e sabe-se que, para cada funcionário com ensino superior completo, existem quatro funcionários com somente o ensino médio completo. Se nessa empresa trabalham, ao todo, 160 funcionários, então a diferença entre o número de funcionários com somente o ensino médio completo e o número de funcionários com o ensino superior completo é igual a

a) 80.

b) 88.

c) 96.

d) 104.

e) 112.

Comentários:

Considere que temos S funcionários com o ensino superior completo e M funcionários com **somente** o ensino médio completo.

"...para cada funcionário com ensino superior completo, existem quatro funcionários com somente o ensino médio completo..."

Logo, temos a seguinte razão:

$$\boldsymbol{\frac{S}{M} = \frac{1}{4}}$$

"...nessa empresa trabalham, ao todo, 160 funcionários..."

Portanto, temos:

$$\boldsymbol{S + M = 160}$$

Com base nas duas equações que obtemos, é possível obter os valores de S e de M.

Realizando a "**multiplicação cruzada**" na primeira equação, temos:

$$\frac{S}{M} = \frac{1}{4}$$

$$4S = 1M$$

$$M = 4S$$

Substituindo M por $4S$ na segunda equação, temos:

$$S + M = 160$$

$$S + 4S = 160$$

$$5S = 160$$

$$\boldsymbol{S = 32} \text{ funcionários}$$

Como $M = 4S$, temos:

$$M = 4 \times 32$$

$$\boldsymbol{M = 128} \text{ funcionários}$$

A diferença entre o número de funcionários com somente o ensino médio completo e o número de funcionários com o ensino superior completo é igual a:

$$M - S = 128 - 32$$

$$= 96$$

Gabarito: Letra C.

30. (VUNESP/FITO/2020) Em um grupo de amigos, o número de casados supera o número de não casados em 3 pessoas. Sabendo-se que a razão entre os números de não casados e casados é $\frac{3}{4}$, o número de pessoas nesse grupo é igual a

a) 14.

b) 21.

c) 28.

d) 35.

e) 42.

Comentários:

Considere que o **número de casados** é $\boldsymbol{C}$ e o **número de não casados** é $\boldsymbol{N}$.

O número de casados supera o número de não casados em 3 pessoas. Logo:

$$C = N + 3$$

A razão entre os números de não casados e casados é 3/4. Logo:

$$\frac{N}{C} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{N}{N+3} = \frac{3}{4}$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$4N = 3 \times (N + 3)$$

$$4N = 3N + 9$$

$$4N - 3N = 9$$

$$N = 9$$

O número de casados é:

$$C = N + 3$$

$$= 9 + 3$$

$$= 12$$

Portanto, o número de pessoas desse grupo é:

$$C + N = 12 + 9 = 21$$

Gabarito: Letra B.

31. (VUNESP/FITO/2020) Sobre os 1 430 candidatos que prestaram a última fase de um concurso, sabe-se que a razão entre o número de aprovados e o número de não aprovados é $\frac{4}{7}$. O número de candidatos aprovados nessa fase do concurso é

a) 520.

b) 530.

c) 540.

d) 550.

e) 560.

Comentários:

Seja $\boldsymbol{A}$ o número de **aprovados** e $\boldsymbol{N}$ o número de **não aprovados**.

O total de candidatos é 1.430. Logo:

$$A + N = 1.430$$

A razão entre o número de aprovados e o número de não aprovados é 4/7. Logo:

$$\frac{A}{N} = \frac{4}{7}$$

Podemos escrever N em função de A. Ao realizar a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$7A = 4N$$

$$\boldsymbol{N = \frac{7}{4}A}$$

Substituindo o valor de N em $A + N = 1.430$, temos:

$$A + \boldsymbol{\frac{7}{4}A} = 1.430$$

$$\frac{4+7}{4}A = 1.430$$

$$\frac{11}{4}A = 1.430$$

$$A = 4 \times \frac{1.430}{11}$$

$$A = 520$$

Gabarito: Letra A.

32. (VUNESP/FITO/2020) Para a fabricação de um produto líquido, utiliza-se uma matéria prima que é comprada ao preço de R$ 15,00 o litro, e sabe-se que, com 10 litros dessa matéria prima, são fabricados 70 litros desse produto, que é vendido a R$ 5,00, o litro. Certo dia, o valor obtido com a venda desse produto foi de R$ 1.120,00. Logo, o valor gasto com a matéria prima correspondente à fabricação da quantidade de litros vendidos, nesse dia, foi de

a) R$ 435,00.

b) R$ 450,00.

c) R$ 465,00.

d) R$ 480,00.

e) R$ 495,00.

Comentários:

Como o produto final é vendido a **R$ 5,00 por litro** e o **valor total da venda** foi de **R$ 1.120,00**, então o **volume total do produto vendido** é:

$$\frac{1.120\ reais}{5\ reais\ por\ litro} = 224\ litros$$

"...sabe-se que, com 10 litros dessa matéria prima, são fabricados 70 litros desse produto..."

Se foram utilizados M litros da matéria prima, então temos a seguinte proporção:

$$\frac{Volume\ de\ matéria\ prima}{Volume\ total\ do\ produto} = \frac{10}{70}$$

$$\frac{M}{224} = \frac{10}{70}$$

Portanto, o volume de matéria prima utilizado é:

$$M = \frac{10}{70} \times 224$$

$$M = 32\ litros$$

Como a matéria prima foi comprada ao preço de R$ 15,00 o litro, o valor gasto com a matéria prima é:

$$32\ litros\ \times 15\ reais\ por\ litro = 480\ reais$$

Gabarito: Letra D.

33.(VUNESP/TJ SP/2013) Em um dia de muita chuva e trânsito caótico, $\frac{2}{5}$ dos alunos de certa escola chegaram atrasados, sendo que $\frac{1}{4}$ dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso. Sabendo que todos os demais alunos chegaram no horário, pode-se afirmar que nesse dia, nessa escola, a razão entre o número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso e o número de alunos que chegaram no horário, nessa ordem, foi de

a) 2:3.

b) 1:3.

c) 1:6.

d) 3:4.

e) 2:5.

Comentários:

Considere que a escola apresenta um total de T alunos.

"...2/5 dos alunos de certa escola chegaram atrasados..."

Com essa informação, temos:

- **Alunos atrasados**: $\frac{2}{5}T$
- **Alunos que chegaram no horário**: $T - \frac{2}{5}T = \frac{5T-2T}{5} = \frac{3}{5}T$

"...1/4 dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso..."

Logo, o total de **atrasados com mais de 30 minutos de atraso** é:

$$\frac{1}{4}\ \textbf{dos}\ (\text{alunos atrasados})$$

$$= \frac{1}{4}\ \textbf{de}\ \frac{2}{5}T$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}T$$

$$= \frac{1}{10}T$$

Portanto, razão entre o **número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso** e o **número de alunos que chegaram no horário** é:

$$\frac{\text{Alunos com mais de 30 min atraso}}{\text{Alunos que chegaram no horário}}$$

$$= \frac{\frac{1}{10}\text{T}}{\frac{3}{5}\text{T}} = \frac{1}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{6}$$

Gabarito: Letra C.

34. (VUNESP/TJ SP/2015) Uma verba total de R$ 1,5 milhão foi aplicada na realização de dois projetos, A e B. Sabendo-se que a razão entre a parte aplicada no projeto A e a parte aplicada no projeto B, nessa ordem, pode ser representada pelo número 1,4, é correto afirmar que no projeto B, quando comparado ao projeto A, foram aplicados

a) R$ 600 mil a mais.

b) R$ 250 mil a menos.

c) R$ 600 mil a menos.

d) R$ 425 mil a menos.

e) R$ 250 mil a mais.

Comentários:

Suponha que o valor aplicado nos projetos A e B sejam, respectivamente, a e b.

A verba total é de R$ 1,5 milhão. Logo:

$$a + b = \text{R\$ 1,5 milhão}$$

A razão entre a parte aplicada no projeto A e a parte aplicada no projeto B é 1,4. Logo:

$$\frac{a}{b} = 1{,}4$$

$$\boldsymbol{a = 1,4b}$$

Substituindo essa relação na soma $a + b = \text{R\$ 1,5 milhão}$, temos:

$$a + b = \text{R\$ 1,5 milhão}$$

$$\boldsymbol{1,4b} + b = 1.500.000$$

$$2{,}4b = 1.500.000$$

$$b = \frac{1.500.000}{2{,}4}$$

$$\boldsymbol{b = 625.000}$$

Logo, o valor aplicado no projeto A é:

$$a = 1{,}4b$$

$$a = 1{,}4 \times 625.000$$

$$\boldsymbol{a = 875.000}$$

Observe que no projeto B foi aplicado um valor menor. Esse valor a menos corresponde a:

$$875.000 - 625.000$$

$$= R\$\ 250.000$$

Portanto, no projeto B, quando comparado ao projeto A, foram aplicados **R$ 250 mil a menos**.

Gabarito: Letra B.

35.(VUNESP/TJ SP/2009) Uma dívida será paga em 20 parcelas mensais fixas e iguais, sendo que, hoje, o valor de cada parcela representa 1/4 do salário líquido mensal do devedor. Hoje, o salário líquido mensal do devedor representa, do valor total da dívida,

a) 1/10.

b) 1/9.

c) 1/8.

d) 1/7.

e) 1/5.

Comentários:

Considere que o salário líquido mensal do devedor seja S.

Cada parcela representa 1/4 do salário líquido mensal do devedor: $\boldsymbol{\frac{1}{4}S}$.

A dívida é composta por 20 parcelas. Logo, o valor total da dívida é:

$$20 \times \frac{1}{4}S$$
$$= \boldsymbol{5S}$$

Portanto:

$$\frac{\text{Salário líquido}}{\text{Total da dívida}} = \frac{S}{5S} = \boldsymbol{\frac{1}{5}}$$

Logo, o salário líquido mensal do devedor representa **1/5 do valor total da dívida**.

Gabarito: Letra E.

36. (VUNESP/TJ SP/2009) No tanque completamente vazio de um carro bicombustível, foram colocados 9 litros de gasolina e 15 litros de álcool. Num segundo momento, sem que o carro tivesse saído do posto, foram colocados mais alguns litros de álcool, e a razão entre o número de litros de álcool e o número de litros de gasolina contidos no tanque passou a ser de 3 para 1. O número de litros de álcool colocados nesse segundo momento foi

a) 8.

b) 9.

c) 12.

d) 15.

e) 16.

Comentários:

Considere que foram colocados A litros de álcool no **segundo momento**.

- **Inicialmente**, temos **9 litros de gasolina** e **15 litros de álcool**.
- No **segundo momento**, ao adicionar A litros de álcool, temos **9 litros de gasolina** e $\mathbf{(15 + A)}$ **litros de álcool**.

Com essa adição de álcool, a **razão** entre o número de **litros de álcool** e o número de **litros de gasolina** contidos no tanque passou a ser de **3 para 1**. Portanto:

$$\frac{\text{litros de álcool}}{\text{litros de gasolina}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{15 + A}{9} = \frac{3}{1}$$

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$(15 + A) \times 1 = 3 \times 9$$

$$15 + A = 27$$

$$A = 27 - 15$$

$$A = 12 \text{ litros}$$

Portanto, foram colocados 12 litros de álcool no segundo momento.

Gabarito: Letra C.

37. (VUNESP/Pref. SJC/2019) Em abril de 2019, foi publicada a seguinte notícia em alguns jornais eletrônicos:

Dois em cada três hotéis vazam dados pessoais de hospedes.

Considerando-se verdadeira essa informação, é correto afirmar que

a) o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes é o dobro do número de hotéis que não vazam esses dados.

b) a razão entre o número de hotéis que não vazam dados pessoais de hospedes e o número de hotéis que vazam esses dados é 1/3.

c) o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes é 2/3 do número de hotéis que não vazam esses dados.

d) a razão entre o número de hotéis que não vazam dados pessoais de hospedes e o número total de hotéis é 3/5.

e) o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes é 3/4 do número de hotéis que não vazam esses dados.

Comentários:

Considere que $\boldsymbol{V}$ **hotéis vazam** dados pessoais de hóspedes e $\boldsymbol{N}$ **hotéis não vazam**.

Observe que a totalidade de hotéis corresponde à soma dos que vazam e dos que não vazam $(V+N)$.

Ao dizer que ***"dois em cada três hotéis vazam dados pessoais de hospedes"***, isso significa que a razão entre os hotéis que vazam dados (V) e a totalidade de hotéis $(V+N)$ é $\frac{2}{3}$:

$$\frac{V}{V+N}=\frac{2}{3}$$

Ao realizar a multiplicação cruzada, encontramos uma relação entre V e N:

$$3V=2\times(V+N)$$

$$3V=2V+2N$$

$$3V-2V=2N$$

$$V=\mathbf{2}N$$

A igualdade acima nos diz que o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes (V) **é o dobro** do número de hotéis que não vazam esses dados (N).

Gabarito: Letra A.

38. (VUNESP/CM Nova Odessa/2018) Em um concurso público, estavam sendo avaliados somente candidatos para os cargos A ou B. Nesse concurso, cada candidato poderia fazer inscrição para apenas um desses cargos, e sabe-se que a razão entre os números de candidatos inscritos aos cargos A e B, nessa ordem, é igual a 0,2. Sendo assim, o número de candidatos inscritos ao cargo B corresponde, do número total de candidatos inscritos, a

a) 3/4

b) 4/5

c) 5/6

d) 7/8

e) 8/9

Comentários:

Considere que os números de candidatos inscritos aos cargos A e B são, respectivamente, a e b. Observe que o total de candidatos é dado por $(a+b)$.

"...a razão entre os números de candidatos inscritos aos cargos A e B, nessa ordem, é igual a 0,2..."

Logo, temos:

$$\frac{a}{b} = 0{,}2$$

$$a = 0{,}2b$$

A questão pede uma relação entre o número de candidatos inscritos ao cargo B (b)e o total de candidatos $(a+b)$.

A **razão** entre o número de candidatos inscritos ao cargo B (b)e o total de candidatos $(a+b)$ é:

$$\frac{\text{Número de candidatos inscritos ao cargo B}}{\text{Total de candidatos}} = \frac{b}{a+b} = \frac{b}{0{,}2b+b} = \frac{b}{1{,}2b} = \frac{1}{1{,}2} = \frac{1}{\frac{12}{10}} = \frac{10}{12} = \mathbf{\frac{5}{6}}$$

Logo:

$$\text{Número de candidatos inscritos ao cargo B} = \mathbf{\frac{5}{6}} \times (\text{Total de inscritos})$$

Portanto, o número de candidatos inscritos ao cargo B corresponde, do número total de candidatos inscritos, a 5/6.

Gabarito: Letra C.

39. (VUNESP/PAULIPREV/2018) Um casal tem dois filhos, Cláudio e Marisa. A razão entre as idades do pai e do filho e a razão entre as idades da mãe e da filha são proporcionais. Sendo a idade do pai 48, da mãe 42 e do filho 18 anos, a idade de Marisa está entre

a) 12 e 13 anos.

b) 13 e 14 anos.

c) 14 e 15 anos.

d) 15 e 16 anos.

e) 16 e 17 anos.

Comentários:

Considere que a idade da filha Marisa é f. A razão entre as idades do pai e do filho é:

$$\frac{48}{18}$$

A razão entre as idades da mãe e da filha é:

$$\frac{42}{f}$$

Como as razões são proporcionais, temos a igualdade entre as razões:

$$\frac{48}{18} = \frac{42}{f}$$

Ao realizar a "multiplicação cruzada", temos:

$$48f = 42 \times 18$$

$$f = \frac{42 \times 18}{48}$$

$$f = \frac{(21 \times 2) \times (3 \times 6)}{(6 \times 8)}$$

$$f = \frac{(21 \times 2) \times 3}{8}$$

$$f = \frac{21 \times 3}{4}$$

$$f = \frac{63}{4} = 15{,}75$$

Logo, a idade de Marisa está entre 15 e 16 anos.

Gabarito: Letra D.

QUESTÕES COMENTADAS

Proporcionalidade

CEBRASPE

1.(CESPE/TRT 17/2009) Sabendo-se que velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais, é correto afirmar que aumentando-se em 25% a velocidade de digitação de um texto, o tempo necessário para se digitar esse texto fica reduzido em 20%.

Comentários:

Como velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais, então o **produto das grandezas velocidade e tempo é uma constante**:

$$(\text{Velocidade}) \times (\text{Tempo}) = k$$

Suponha que inicialmente a velocidade era V_1 e o tempo era t_1. Com o aumento da velocidade, temos uma nova velocidade V_2 e um novo tempo t_2. Como o produto é constante, temos:

$$V_1 \times t_1 = V_2 \times t_2 = k$$

Sabemos que a velocidade aumentou em 25%. Isso significa que:

$$V_2 = (1 + 25\%)V_1$$
$$V_2 = 1{,}25V_1$$

Logo:

$$V_1 \times t_1 = V_2 \times t_2$$
$$V_1 \times t_1 = 1{,}25V_1 \times t_2$$

Simplificando V_1, temos:

$$t_1 = 1{,}25 \times t_2$$

$$t_2 = \frac{1}{1{,}25} t_1$$

$$t_2 = 0{,}8\, t_1$$

$$t_2 = 80\%\, t_1$$

Note, portanto, que o novo tempo **t_2 é 80% do tempo original t_1**. Isso significa que um aumento em 25% na velocidade fez com que o **tempo** fosse **reduzido em 20%.**

Gabarito: CERTO.

2. (CESPE/IBAMA/2012) Um órgão de controle, ao aplicar sanções contra empresas petroleiras cujas atividades resultem em agressão ao meio ambiente, determina o valor da multa, em reais, de modo proporcional ao volume de petróleo derramado, em barris, ao tempo de duração do derramamento, em semanas, e à área da região afetada, em quilômetros quadrados. Assim, se determinada empresa petroleira deixar vazar, por três semanas, quatro mil barris de petróleo bruto, causando a contaminação de 950 km2 de superfície marítima, será, em decorrência disso, multada em R$ 5.000.000,00. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

Caso, depois de estancado um vazamento, o petróleo derramado avance por uma área correspondente a 10% da área inicialmente afetada, o valor da multa recebida pela empresa aumentará 10% em relação ao valor que seria estabelecido no momento do estanque.

Comentários:

O **valor da multa** é diretamente proporcional ao **volume de petróleo** derramado, ao **tempo de duração** do derramamento e à **área da região afetada**. Nesse caso:

$$\frac{(\text{Multa})}{(\text{Volume}) \times (\text{Tempo}) \times (\text{Área})} = k$$

Suponha que inicialmente temos um **valor de multa** M_1 ocasionada por um **volume de petróleo** V_1 com um **tempo de derramamento** t_1 em uma **área** A_1. Caso, **depois de estancado o vazamento**, a área afetada aumente em 10%, temos, em um segundo momento:

- Uma **multa** M_2, que queremos determinar;
- Um **volume de petróleo** $V_2 = V_1$, pois o **derramamento foi estancado**;
- Um **tempo de derramamento** $t_2 = t_1$, pois o **derramamento foi estancado**; e
- Uma área afetada $A_2 = 1{,}1A_1$, pois a área aumentou em 10%.

Nesse caso, temos:

$$\frac{M_1}{V_1 \times t_1 \times A_1} = \frac{M_2}{V_2 \times t_2 \times A_2} = k$$

$$\frac{M_1}{V_1 \times t_1 \times A_1} = \frac{M_2}{V_1 \times t_1 \times 1{,}1A_1}$$

Simplificando V_1, t_1 e A_1, temos:

$$M_1 = \frac{M_2}{1{,}1} \rightarrow M_2 = 1{,}1M_1$$

Logo, o **novo valor de multa (M_2) aumentará em 10%** com relação ao valor que seria estabelecido no momento do estanque (M_1)

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões

O valor do prêmio dos seguros de vida vendidos por determinada seguradora foi determinado de modo diretamente proporcional ao produto da idade, em anos, do segurado pela quantia, em reais, segurada, sendo a constante da proporcionalidade a mesma para todos os seguros de vida. Os valores do prêmio dos clientes são reajustados na data de seu aniversário. O prêmio mensal do seguro no valor de R$ 30.000,00 de determinado cliente, por exemplo, passou, a partir do momento que ele completou 30 anos de idade, a ser de R$ 30,00.

Com base nessas informações, julgue os itens abaixo.

3.(CESPE/TJ RR/2012) O valor do prêmio mensal para um cliente de 70 anos de idade que deseje segurar a quantia de R$ 100.000,00 será superior a R$ 200,00.

4.(CESPE/TJ RR/2012) Quando o referido cliente completar 31 anos de idade, o aumento do valor do prêmio mensal de seu seguro, considerando-se a quantia de R$ 30.000,00, será superior a 5%.

5.(CESPE/TJ RR/2012) A quantia segurada por um cliente de 45 anos de idade que paga um prêmio mensal de R$ 100,00 é superior a R$ 100.000,00.

Comentários:

O valor do prêmio é diretamente proporcional ao produto da idade pela quantia segurada.

$$\frac{\text{(Prêmio)}}{\text{(Idade)} \times \text{(Quantia segurada)}} = k$$

Para determinado cliente de **30 anos** com uma **quantia segurada de R$ 30.000**, temos um **prêmio de R$ 30.** Logo:

$$\frac{30}{30 \times 30.000} = k$$

$$k = \frac{1}{30.000}$$

Questão 03

Para um cliente de **70 anos** com uma quantia segurada de **R$ 100.000**, temos:

$$\frac{(\text{Prêmio})}{(\text{Idade}) \times (\text{Quantia segurada})} = k$$

$$\frac{(\text{Prêmio})}{70 \times 10.0000} = \frac{1}{30.000}$$

$$(\text{Prêmio}) = \frac{70 \times 100.000}{30.000}$$

$$(\text{Prêmio}) = \frac{700}{3}$$

$$(\text{Prêmio}) = R\$\ 233{,}33$$

Logo, o prêmio será superior a R$ 200. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Questão 04

Para um cliente de **31 anos** com uma quantia segurada de **R$ 30.000**, temos:

$$\frac{(\text{Prêmio})}{(\text{Idade}) \times (\text{Quantia segurada})} = k$$

$$\frac{(\text{Prêmio})}{31 \times 30.000} = \frac{1}{30.000}$$

$$(\text{Prêmio}) = \frac{31 \times 30.000}{30.000}$$

$$(\text{Prêmio}) = R\$\ 31{,}00$$

O aumento do valor do prêmio foi de:

$$\frac{31 - 30}{30} = \frac{1}{30} = 0{,}0333\ldots \approx 3{,}33\%$$

Logo, o aumento será **inferior a 5%**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 05

Para um cliente de **45 anos** que paga um prêmio de **R$ 100,00**, temos:

$$\frac{(\text{Prêmio})}{(\text{Idade}) \times (\text{Quantia segurada})} = k$$

$$\frac{100}{45 \times (\text{Quantia segurada})} = \frac{1}{30.000}$$

$$\frac{30.000 \times 100}{45} = (\text{Quantia segurada})$$

$$(\text{Quantia segurada}) \approx R\$\ 66.666{,}67$$

Logo, a quantia segurada será **inferior a R$ 100.000**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 03 - CERTO. 04 - ERRADO. 05 - ERRADO.

6. (CESPE/Pref. São Cristóvão/2019) Há cinco anos, João, Paulo e Miguel se associaram para montar uma lanchonete. João entrou com R$ 80.000; Paulo, com R$ 120.000; e Miguel, com R$ 200.000. A lanchonete foi vendida, hoje, por R$ 3.200.000 e essa quantia foi dividida entre os três de forma diretamente proporcional aos valores que cada um investiu.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

João recebeu menos de R$ 700.000.

Comentários:

Suponha que o valor recebido por ocasião da venda da lanchonete é $\boldsymbol{j}$ para **João**, $\boldsymbol{p}$ para **Paulo** e $\boldsymbol{m}$ para **Miguel**.

Como o valor da venda foi dividido em partes diretamente proporcionais ao capital investido por **João**, **Paulo** e **Miguel**, temos:

$$\frac{j}{80.000} = \frac{p}{120.000} = \frac{m}{200.000} = k$$

A soma dos valores recebidos é R$ 3.200.000. Logo, $j + p + m = 3.200.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{j}{80.000} = \frac{p}{120.000} = \frac{m}{200.000}$, temos:

$$\frac{j}{80.000} = \frac{p}{120.000} = \frac{m}{200.000} = \frac{j + p + m}{80.000 + 120.000 + 200.000}$$

$$\frac{j}{80.000} = \frac{p}{120.000} = \frac{m}{200.000} = \frac{3.200.000}{400.000}$$

$$\boxed{\frac{j}{80.000} = \frac{p}{120.000} = \frac{m}{200.000} = 8}$$

O valor recebido por João (j) é tal que:

$$\frac{j}{80.000} = 8$$

$$j = 640.000$$

Logo, João recebeu menos do que R$ 700.000.

Gabarito: CERTO.

7.(CESPE/CAGE RS/2018) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos.

Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

a) 9.340, 11.340 e 21.340.

b) 10.080, 11.760 e 20.160.

c) 11.920, 13.240 e 22.840.

d) 2.660, 2.660 e 2.660.

e) 1.920, 2.240 e 3.840.

Comentários:

Suponha que o prejuízo absorvido é j para João, p para Pedro e t para Tiago.

Como o prejuízo foi dividido em partes diretamente proporcionais ao capital investido por João, Pedro e Tiago, temos:

$$\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = k$$

A soma dos prejuízos é R$ 8.000. Logo, $j + p + t = 8.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000}$, temos:

$$\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = \frac{j + p + t}{12.000 + 14.000 + 24.000}$$

$$\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = \frac{8.000}{50.000}$$

$$\boxed{\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = \frac{4}{25}}$$

Logo, os prejuízos absorvidos por João, Pedro e Tiago são:

$$\frac{j}{12.000} = \frac{4}{25} \rightarrow j = \frac{4 \times 12.000}{25} \rightarrow j = 1.920$$

$$\frac{p}{14.000} = \frac{4}{25} \rightarrow p = \frac{4 \times 14.000}{25} \rightarrow p = 2.240$$

$$\frac{t}{24.000} = \frac{4}{25} \rightarrow t = \frac{4 \times 24.000}{25} \rightarrow t = 3.840$$

Observe que a questão pergunta o valor dos investimentos após a constatação dos prejuízos. Temos:

- **João**: $12.000 - 1.920 = 10.080$;
- **Pedro:** $14.000 - 2.240 = 11.760$;
- **Tiago:** $24.000 - 3.840 = 20.160$.

O **gabarito**, portanto, é a **letra B**: **10.080**, **11.760** e **20.160**.

Gabarito: Letra B.

8.(CESPE/BNB/2018) No item a seguir é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, divisão proporcional, média e porcentagem.

Vilma, Marta e Cláudia trabalham em uma mesma agência bancária. Vilma está nesse emprego há 5 anos, Marta, há 7 anos e Cláudia, há 12 anos. Para premiar a eficiência dessas funcionárias, a direção do banco concedeu-lhes uma bonificação de R$ 12.000, que deverão ser divididos entre as três, de forma diretamente proporcional aos respectivos tempos de serviço.

Nesse caso, Vilma receberá mais de R$ 3.000 de bonificação.

Comentários:

Suponha que o valor recebido a título de bonificação é v para Vilma, m para Marta e c para Cláudia.

Como a totalidade da bonificação foi dividida em partes proporcionais aos tempos de serviço, temos:

$$\frac{v}{5} = \frac{m}{7} = \frac{c}{12} = k$$

A soma dos valores recebidos é R$ 12.000. Logo, $v + m + c = 12.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{v}{5} = \frac{m}{7} = \frac{c}{12}$, temos:

$$\frac{v}{5} = \frac{m}{7} = \frac{c}{12} = \frac{v + m + c}{5 + 7 + 12}$$

$$\frac{v}{5} = \frac{m}{7} = \frac{c}{12} = \frac{12.000}{24}$$

$$\boxed{\frac{v}{5} = \frac{m}{7} = \frac{c}{12} = 500}$$

O valor recebido por Vilma (v) é tal que:

$$\frac{v}{5} = 500$$

$$v = 2.500$$

Portanto, Vilma receberá **menos de** R$ 3.000 de bonificação.

Gabarito: ERRADO.

9.(CESPE/IFF/2018) A quantia de R$ 360.000 deverá ser repassada às escolas A, B e C para complemento da merenda escolar. A distribuição será em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola. Sabe-se que a escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B e que a escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B. Nesse caso, a escola A deverá receber

a) R$ 140.000.

b) R$ 144.000.

c) R$ 168.000.

d) R$ 192.000.

e) R$ 216.000.

Comentários:

Suponha que os valores recebidos pelas escolas A, B e C são, respectivamente, a, b e c.

Considerando que a escola B tem **x alunos**, temos que:

- A escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B: $1{,}2\ x$ alunos.
- A escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B: $0{,}8x$ alunos.

Como o valor total foi dividido em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola, temos:

$$\frac{a}{1{,}2x} = \frac{b}{x} = \frac{c}{0{,}8x} = k$$

Podemos simplificar o valor x das proporções em $\frac{a}{1{,}2x} = \frac{b}{x} = \frac{c}{0{,}8x}$. Ficamos com:

$$\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8}$$

A soma dos valores recebidos pelas escolas é R$ 360.000. Logo, $a + b + c = 360.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8}$, temos:

$$\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8} = \frac{a + b + c}{1{,}2 + 1 + 0{,}8}$$

$$\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8} = \frac{360.000}{3}$$

$$\boxed{\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8} = 120.000}$$

O valor recebido pela escola A (a) é:

$$\frac{a}{1{,}2} = 120.000$$

$$a = R\$\ 144.000$$

Gabarito: Letra B.

10.(CESPE/CBM AL/2017) Um tanque contém 256 L de gasolina pura. Do tanque foram retirados 64 L de gasolina e acrescentados 64 L de álcool. Depois de homogeneizada essa mistura, foram retirados 64 L e acrescentados outros 64 L de álcool.

Com relação a esse procedimento, julgue o próximo item.

No final desse processo, se for possível separar as substâncias álcool e gasolina da mistura que está no tanque, serão encontrados mais de 140 L de gasolina pura.

Comentários:

Vamos resolver o problema passo a passo.

"Um tanque contém 256 L de gasolina pura. Do tanque foram retirados 64 L de gasolina e acrescentados 64 L de álcool."

Temos a seguinte composição:

- Gasolina: $256 - 64 = 192\ \text{L}$;
- Álcool: $64\ \text{L}$.

"Depois de homogeneizada essa mistura, foram retirados 64 L..."

Ao retirar 64 L da mistura, retirou-se uma quantidade g de gasolina e uma quantidade a de álcool. Uma vez que a mistura foi homogeneizada, **essas quantidades g e a são diretamente proporcionais a 192 e 64**, respectivamente.

$$\frac{g}{192} = \frac{a}{64} = k$$

A soma das partes é 64 L. Logo, $g + a = 64$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{g}{192} = \frac{a}{64}$, temos:

$$\frac{g}{192} = \frac{a}{64} = \frac{g+a}{256}$$

$$\frac{g}{192} = \frac{a}{64} = \frac{64}{256}$$

$$\boxed{\frac{g}{192} = \frac{a}{64} = \frac{1}{4}}$$

Portanto, a constante de proporcionalidade é $\frac{1}{4}$.

- $$\frac{g}{192} = \frac{1}{4} \rightarrow g = \frac{192}{4} \rightarrow g = 48 \text{ L}$$

  $$\frac{a}{64} = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{64}{4} \rightarrow a = 16 \text{ L}$$

Foram retirados 48 L de gasolina e 16 L de álcool. Ficamos com a seguinte composição:

- Gasolina: $192 - 48 = 144 \text{ L}$;
- Álcool: $64 - 16 = 48 \text{ L}$.

"... e acrescentados outros 64 L de álcool."

Ao final dos procedimentos, ficamos com:

- Gasolina: 144 L;
- Álcool: $48 + 64 = 112 \text{ L}$.

Note que, ao final do processo, temos **144 L litros de gasolina**, valor superior a 140 L.

Gabarito: CERTO.

CESGRANRIO

11.(CESGRANRIO/ANP/2016) Uma determinada solução é a mistura de 3 substâncias, representadas pelas letras P, Q e R. Uma certa quantidade dessa solução foi produzida, e sua massa é igual à soma das massas das três substâncias P, Q e R, usadas para compô-la. As massas das substâncias P, Q e R dividem a massa da solução em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7, respectivamente.

A que fração da massa da solução produzida corresponde a soma das massas das substâncias P e Q utilizadas na produção?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{12}{35}$

d) $\frac{8}{15}$

e) $\frac{10}{21}$

Comentários:

As massas das substâncias P, Q e R são proporcionais a 3, 5 e 7.

Temos que 3 + 5 + 7 = 15. Logo, **a cada 15 partes da solução**, temos **3 partes de P**, **5 partes de Q** e **7 partes de R**.

Tomando em conjunto as **substâncias P e Q**, temos 3 + 5 = **8 partes a cada 15 partes da solução**.

Logo, a soma das massas das substâncias P e Q com relação ao total da solução corresponde a $\mathbf{\frac{8}{15}}$.

Gabarito: Letra D.

12. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Uma herança no valor de R$ 168.000,00 foi dividida entre quatro irmãos em partes diretamente proporcionais às suas respectivas idades. Se as idades, em número de anos, são 32, 30, 27 e 23, a parte que coube ao mais novo dos irmãos é, em reais, igual a

a) 23.000

b) 27.600

c) 28.750

d) 32.200

e) 34.500

Comentários:

Suponha que os valores recebidos pelos irmãos de idades 32, 30, 27 e 23 sejam, respectivamente, a, b, c e d.

Como a herança foi dividida em partes proporcionais às idades, temos:

$$\frac{a}{32} = \frac{b}{30} = \frac{c}{27} = \frac{d}{23} = k$$

A soma dos valores recebidos é R$ 168.000. Logo, $a + b + c + d = 168.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{32} = \frac{b}{30} = \frac{c}{27} = \frac{d}{23}$, temos:

$$\frac{a}{32} = \frac{b}{30} = \frac{c}{27} = \frac{d}{23} = \frac{a+b+c+d}{32+30+27+23}$$

$$\frac{a}{32} = \frac{b}{30} = \frac{c}{27} = \frac{d}{23} = \frac{168.000}{112}$$

$$\boxed{\frac{a}{32} = \frac{b}{30} = \frac{c}{27} = \frac{d}{23} = 1500}$$

A parte que corresponde ao mais novo é d. Temos:

$$\frac{d}{23} = 1500$$

$$d = 1500 \times 23$$

$$d = 34.000$$

Gabarito: Letra E.

13.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) João tem uma caixa que contém 30 bolas, sendo 9 azuis, 15 vermelhas e 6 amarelas. Mário tem uma caixa que contém 50 bolas coloridas. Considerando a proporção de cores e bolas existentes na caixa de João, tem-se que a caixa de Mario contém bolas azuis, vermelhas e amarelas nas respectivas quantidades

a) 10, 15 e 25.

b) 10, 25 e 15.

c) 15, 25 e 10.

d) 25, 10 e 15.

e) 25, 15 e 10.

Comentários:

Na caixa de Mário, que contém 50 bolas, as quantidades de bolas azuis (z), vermelhas (v) e amarelas (a) devem ser diretamente proporcionais a 9, 15 e 6. Logo:

$$\frac{z}{9} = \frac{v}{15} = \frac{a}{6} = k$$

A soma das bolas da caixa de Mário é 50. Logo, $z + v + a = 50$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{z}{9} = \frac{v}{15} = \frac{a}{6}$, temos:

$$\frac{z}{9} = \frac{v}{15} = \frac{a}{6} = \frac{z + v + a}{9 + 15 + 6}$$

$$\frac{z}{9} = \frac{v}{15} = \frac{a}{6} = \frac{50}{30}$$

$$\frac{z}{9} = \frac{v}{15} = \frac{a}{6} = \frac{5}{3}$$

Temos que:

$$\frac{z}{9} = \frac{5}{3} \rightarrow z = 9 \times \frac{5}{3} \rightarrow z = 15$$

$$\frac{v}{15} = \frac{5}{3} \rightarrow v = 15 \times \frac{5}{3} \rightarrow v = 25$$

$$\frac{a}{6} = \frac{5}{3} \rightarrow a = 6 \times \frac{5}{3} \rightarrow a = 10$$

Portanto, as quantidades de bolas azuis, vermelhas e amarelas são, respectivamente, 15, 25 e 10.

Gabarito: Letra C.

14. (CESGRANRIO/BB/2015) Aldo, Baldo e Caldo resolvem fazer um bolão para um concurso da Mega-Sena. Aldo contribui com 12 bilhetes, Baldo, com 15 bilhetes e Caldo, com 9 bilhetes. Eles combinaram que, se um dos bilhetes do bolão fosse sorteado, o prêmio seria dividido entre os três proporcionalmente à quantidade de bilhetes com que cada um contribuiu. Caldo também fez uma aposta fora do bolão e, na data do sorteio, houve 2 bilhetes ganhadores, sendo um deles o da aposta individual de Caldo, e o outro, um dos bilhetes do bolão.

Qual a razão entre a quantia total que Caldo recebeu e a quantia que Baldo recebeu?

a) 0,8

b) 1,5

c) 2

d) 2,5

e) 3

Comentários:

Considere que o **prêmio total** é $\boldsymbol{P}$. O valor total é dividido entre 2 bilhetes ganhadores, sendo um deles o da **aposta individual de Caldo** e o outro um dos bilhetes do **bolão**.

Observe, portanto, que **Caldo**, antes mesmo de obter a sua quantia relativa ao bolão, obteve $\frac{P}{2}$.

A outra metade do prêmio total deve ser repartido entre Aldo, Baldo e Caldo em partes proporcionais a 12, 15 e 9. Sejam essas partes, respectivamente, a, b e c. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9} = k$$

A soma das partes obtidas com o bolão corresponde à **metade** do **prêmio total**. Logo, $a + b + c = \frac{P}{2}$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9}$, temos:

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9} = \frac{a + b + c}{12 + 15 + 9}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9} = \frac{\frac{P}{2}}{36}$$

$$\boxed{\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9} = \frac{P}{72}}$$

Temos que:

$$\frac{b}{15} = \frac{P}{72} \rightarrow b = \frac{P}{72} \times 15 \rightarrow b = \frac{5}{24}P$$

$$\frac{c}{9} = \frac{P}{72} \rightarrow c = \frac{P}{72} \times 9 \rightarrow c = \frac{1}{8}P$$

Note, portanto, que **Baldo recebeu** $\boldsymbol{b = \frac{5}{24}P}$. Por outro lado, Caldo recebeu não só a parte c do bolão, mas também a metade do prêmio que não foi contabilizada no bolão. Logo, **Caldo recebeu**:

$$\frac{P}{2} + c = \frac{P}{2} + \frac{P}{8} = \frac{4P + P}{8} = \boldsymbol{\frac{5}{8}P}$$

A razão entre a quantia total que Caldo recebeu e a quantia que Baldo recebeu é:

$$\frac{\frac{5}{8}P}{\frac{5}{24}P} = \frac{5}{8} \times \frac{24}{5} = 3$$

Gabarito: Letra E.

15. (CESGRANRIO/EPE/2014) Os catadores de uma cooperativa recolheram 14.000 latas de alumínio. Essas latas eram, exclusivamente, de cerveja, de sucos ou de refrigerantes. De cada 5 latas recolhidas, 2 eram de cerveja e, para cada 7 latas de refrigerantes, havia 3 latas de suco.

Do total de latas recolhidas pelos catadores, quantas eram de suco?

a) 2.000

b) 2.520

c) 2.800

d) 5.600

e) 5.880

Comentários:

Note que:

- De cada **5 latas recolhidas**, 2 são de cerveja e as 3 restantes são de suco ou de refrigerante.

Mantendo a proporção, poderíamos dizer:

- De cada **10 latas recolhidas**, **4 são de cerveja** e as 6 restantes são de suco ou de refrigerante.
- De cada **20 latas recolhidas**, **8 são de cerveja** e as 12 restantes são de suco ou de refrigerante.
- De cada **30 latas recolhidas**, **12 são de cerveja** e as 18 restantes são de suco ou de refrigerante.
- De cada **40 latas recolhidas**, **16 são de cerveja** e as 24 restantes são de suco ou de refrigerante.
- De cada **50 latas recolhidas**, **20 são de cerveja** e as **30 restantes são de suco ou de refrigerante**.

Observe que o enunciado nos diz que para cada 7 latas de refrigerantes, havia 3 latas de suco. Podemos dizer que:

- Dentre 10 latas de suco ou refrigerante, 7 são de refrigerante e 3 são de suco.
- Dentre 20 latas de suco ou refrigerante, 14 são de refrigerante e 6 são de suco.
- Dentre **30 latas de suco ou refrigerante**, **21 são de refrigerante** e **9 são de suco.**

Perceba, então, que:

- De cada **50 latas recolhidas**, **20 são de cerveja** e as **30 restantes são de suco ou de refrigerante**, dentre as quais **21 são de refrigerante** e **9 são de suco**.

Temos um total de 14.000 latas. A quantidade de latas de cerveja (c), refrigerante (r) e suco (s) são proporcionais a **20, 21 e 9**. Logo:

$$\frac{c}{20}=\frac{r}{21}=\frac{s}{9}=k$$

A totalidade das latas é de 14.000. Logo, $c+r+s=14.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{c}{20}=\frac{r}{21}=\frac{s}{9}$, temos:

$$\frac{c}{20}=\frac{r}{21}=\frac{s}{9}=\frac{c+r+s}{20+21+9}$$

$$\frac{c}{20}=\frac{r}{21}=\frac{s}{9}=\frac{14.000}{50}$$

$$\frac{c}{20}=\frac{r}{21}=\frac{s}{9}=280$$

Temos que:

$$\frac{s}{9}=280$$

$$s=9\times 280=2.520$$

Gabarito: Letra B.

16. (CESGRANRIO/BASA/2015) Em uma empresa, o total de descontos que incidem sobre o salário bruto de cada funcionário é proporcional ao valor desse mesmo salário bruto. Um funcionário F_1 tem salário líquido igual a S_1, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_1 reais. Um funcionário F_2 tem salário líquido igual a S_2, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_2 reais.

O total de descontos x_2 é tal que

a) $x_2=\frac{S_1+x_1}{S_2+x_2}\cdot x_1$.

b) $x_2=\frac{S_2+x_2}{S_1+x_1}.(x_1+x_2)$.

c) $x_2=\frac{S_1}{S_2}\cdot x_1$.

d) $x_2=\frac{S_2}{S_1}\cdot x_1$.

e) $x_2=\frac{S_1+x_1}{S_2+x_2}.(x_1+x_2)$.

Comentários:

O **total de descontos** é **diretamente proporcional** ao valor do **salário bruto**. Logo:

$$\frac{\text{descontos}}{\text{salário bruto}} = k$$

Note que o **salário bruto** corresponde ao **salário líquido** **somado** aos **descontos**.

- Para o funcionário F_1, temos o desconto x_1 e o **salário bruto** $\boldsymbol{S_1 + x_1}$;
- Para o funcionário F_2, temos o desconto x_2 e o **salário bruto** $\boldsymbol{S_2 + x_2}$.

Logo, temos a seguinte proporção:

$$\frac{x_1}{S_1 + x_1} = \frac{x_2}{S_2 + x_2} = k$$

A partir da primeira igualdade, temos:

$$\frac{x_2}{S_2 + x_2} = \frac{x_1}{S_1 + x_1}$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$x_2 \times (S_1 + x_1) = x_1 \times (S_2 + x_2)$$

$$S_1 x_2 + x_1 x_2 = S_2 x_1 + x_1 x_2$$

$$S_1 x_2 = S_2 x_1$$

$$x_2 = \frac{S_2}{S_1} x_1$$

Gabarito: Letra D.

17.(CESGRANRIO/ANP/2016) Considere um gás ideal que passa por uma transformação durante a qual sua pressão e o volume que ocupa podem variar, mas sua temperatura é sempre mantida constante. A Lei de Boyle-Mariotte garante que, nessas circunstâncias, o produto entre a pressão P e o volume V ocupado pelo gás é constante. Quando o gás considerado ocupa o volume correspondente a 18ml, a sua pressão é de 3 atm (atmosferas).

Se a medida do volume ocupado pelo gás for de 2,25ml, então, sua pressão, em atmosferas, medirá

a) 33,75

b) 31,50

c) 24,00

d) 13,50

e) 12,00

Comentários:

Pessoal, o **produto** entre a **pressão P** e o **volume V** ocupado pelo gás é **constante**, isto é, pressão e volume são grandezas **inversamente proporcionais**.

$$(\text{Pressão}) \times (\text{Volume}) = k$$

Temos uma situação em que um gás ocupa um volume de **18ml** com uma pressão de **3atm**. Considere que esse gás, quanto apresentar o volume **2,25ml**, apresente a pressão $\boldsymbol{P_2}$. Nesse caso:

$$3\text{atm} \times 18\text{ml} = \text{P}_2 \times 2{,}25\text{ml}$$

$$P_2 = \frac{3\text{atm} \times 18\text{ml}}{2{,}25\text{ml}}$$

$$P_2 = 24 \text{ atm}$$

Gabarito: Letra C.

18. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) A Figura mostra duas rodas dentadas que estão acopladas. Sabe-se que, nessa situação, o número de dentes é inversamente proporcional ao número de voltas dadas por cada roda dentada.

Quando a menor roda (com 6 dentes) der 108 voltas completas, a maior (com 9 dentes) dará um número de voltas completas igual a

a) 18

b) 54

c) 72

d) 162

e) 216

Comentários:

O **número de dentes** é **inversamente proporcional** ao **número de voltas**. Logo, **o produto das duas grandezas é constante**:

$$(\text{Número de dentes}) \times (\text{Número de voltas}) = k$$

Temos que a roda de 6 dentes dá 108 voltas. Suponha que a roda com 9 dentes dá V voltas. Nesse caso:

$$6 \times 108 = 9 \times V$$

$$V = \frac{6 \times 108}{9}$$

$$V = 72 \text{ voltas}$$

Gabarito: Letra C.

19. (CESGRANRIO/BR/2012) Seja P uma grandeza diretamente proporcional a Q e inversamente proporcional a R. Sabe-se que P vale 2 quando Q vale $\frac{2}{7}$ e R vale $\frac{9}{14}$.

Quanto vale P quando Q vale $\sqrt{80}$ e R vale $\sqrt{180}$?

a) 3.

b) 2.

c) $\sqrt{2}$.

d) $\frac{1}{2}$.

e) $\frac{1}{3}$.

Comentários:

P é uma grandeza **diretamente proporcional** a **Q** e **inversamente proporcional** a **R**. Isso significa que **P** é **diretamente proporcional** a **Q** e a $\frac{1}{R}$. Logo:

$$\frac{P}{Q \times \frac{1}{R}} = k$$

Sabe-se que **P vale 2** quando **Q vale $\frac{2}{7}$** e **R vale $\frac{9}{14}$**. Suponha que a grandeza **P valha x** quando **Q vale $\sqrt{80}$** e **R vale $\sqrt{180}$**. Nesse caso:

$$\frac{2}{\frac{2}{7} \times \frac{1}{\frac{9}{14}}} = \frac{x}{\sqrt{80} \times \frac{1}{\sqrt{180}}}$$

$$\frac{2}{\frac{2}{7} \times \frac{14}{9}} = \frac{x}{\sqrt{\frac{80}{180}}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{1} \times \frac{2}{9}} = \frac{x}{\sqrt{\frac{8}{18}}}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{x}{\sqrt{\frac{4}{9}}}$$

$$x = \frac{9}{2} \times \frac{2}{3}$$

$$x = 3$$

Gabarito: Letra A.

20. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2014) Aldo e Baldo foram a uma pizzaria sem dinheiro algum e combinaram com o gerente que pagariam o que consumissem lavando pratos. Aldo consumiu R$ 62,00 e Baldo consumiu R$ 93,00. Aldo era rápido na lavagem dos pratos e, a cada 5 pratos que Baldo lavava, Aldo lavava 7 pratos. Ao fim do serviço, Aldo e Baldo discutiram porque Aldo disse sentir-se injustiçado, visto que o justo teria sido dividirem a conta proporcionalmente ao consumo de cada um e de forma inversamente proporcional a quantos pratos cada um lavou.

O valor que caberia a Aldo, nos termos da divisão que ele considerou justa, em reais, corresponde a

a) 45,00

b) 50,00

c) 60,00

d) 62,00

e) 75,50

Comentários:

Vamos considerar que a conta foi dividida **proporcionalmente** ao **consumo** de cada um e de forma **inversamente proporcional** a **quantos pratos cada um lavou**.

Suponha que o valor que cabe a **Aldo é $\boldsymbol{a}$** e o valor que cabe a **Baldo é $\boldsymbol{b}$**. Essas partes são **diretamente proporcionais** a **62 e 93** e **inversamente proporcionais** a **7 e 5**, respectivamente.

Temos a seguinte proporção:

$$\frac{a}{62 \times \mathbf{\frac{1}{7}}} = \frac{b}{93 \times \mathbf{\frac{1}{5}}} = k$$

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = k$$

O **total da conta** corresponde ao total consumido, que é 62 + 93 = 155. Logo, as partes que caberia a Aldo e a Baldo são tais que $a + b = R\$\ 155$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{62 \times \frac{1}{7}} = \frac{b}{93 \times \frac{1}{5}}$, temos:

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = \frac{a+b}{\frac{62}{7} + \frac{93}{5}}$$

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = \frac{155}{\frac{310+651}{35}}$$

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = \frac{155}{\frac{961}{35}}$$

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = 155 \times \frac{35}{961}$$

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = (5 \times 31) \times \frac{7 \times 5}{(31 \times 31)}$$

$$\boxed{\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{b}{\frac{93}{5}} = \frac{5 \times 5 \times 7}{31}}$$

Logo, o valor de a é tal que:

$$\frac{a}{\frac{62}{7}} = \frac{5 \times 5 \times 7}{31}$$

$$a = \frac{5 \times 5 \times 7}{31} \times \frac{62}{7}$$

$$a = \frac{5 \times 5 \times 7}{31} \times \frac{2 \times 31}{7}$$

$$a = 5 \times 5 \times 2$$

$$a = 50$$

Gabarito: Letra B.

FCC

21.(FCC/Pref. Recife/2019) Sabe-se que as sequências S_1 e S_2 abaixo são diretamente proporcionais $(x > 0)$, isto é, a razão entre os elementos correspondentes das duas sequências é constante:

Sequência S_1: $\{4, x, 16, \ldots\}$

Sequência S_2: $\{x, 9, y, \ldots\}$

O valor de y é igual a

a) 15.

b) 9.

c) 12.

d) 6.

e) 24.

Comentários:

Se as duas sequências S_1 e S_2 são proporcionais, então:

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} = \frac{16}{y} = k$$

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{4}{x} = \frac{x}{9}$, obtemos:

$$x \times x = 4 \times 9$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm\sqrt{36}$$

$$x = \pm 6$$

Como $x > 0$, temos apenas a possibilidade positiva para x. Portanto, $\boldsymbol{x = 6}$.

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{4}{x} = \frac{16}{y}$, obtemos:

$$\frac{4}{6} = \frac{16}{y}$$

$$4 \times y = 16 \times 6$$

$$y = \frac{16 \times 6}{4}$$

$$y = 24$$

Gabarito: Letra E.

22. (FCC/IAPEN AP/2018) A quantia de R$ 900,00 foi repartida em partes diretamente proporcionais às idades de Dimitri, 5 anos, Luiz, 7 anos e Nicolas, 8 anos. Então a diferença entre as quantias que Nicolas e Luiz receberam é, em reais, de

a) 135,00.

b) 90,00.

c) 225,00.

d) 45,00.

e) 35,00.

Comentários:

A quantia total distribuída foi dividida em partes proporcionais às idades. Se as partes proporcionais a 5, 7 e 8 forem respectivamente d, l e n, então:

$$\frac{d}{5} = \frac{l}{7} = \frac{n}{8} = k$$

A soma das partes é 900. Logo, $d + l + n = 900$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{d}{5} = \frac{l}{7} = \frac{n}{8}$, temos:

$$\frac{d}{5} = \frac{l}{7} = \frac{n}{8} = \frac{d+l+n}{5+7+8}$$

$$\frac{d}{5} = \frac{l}{7} = \frac{n}{8} = \frac{900}{20}$$

$$\boxed{\frac{d}{5} = \frac{l}{7} = \frac{n}{8} = 45}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 45.

$$\frac{l}{7} = 45 \rightarrow l = 315$$

$$\frac{n}{8} = 45 \rightarrow n = 360$$

A diferença entre as quantias que Nicolas e Luiz receberam é:

$$n - l = 360 - 315$$

$$n - l = 45 \text{ reais}$$

Gabarito: Letra D.

23. (FCC/SABESP/2019) Albertina dividiu certa quantia entre seus 3 netos, um de 11 anos, um de 12 anos e outro de 14 anos, de maneira que cada neto recebeu um valor diretamente proporcional à própria idade. Se o neto mais novo recebeu R$ 33,00, então os dois netos mais velhos receberam um total de

a) R$ 71,00.

b) R$ 78,00.

c) R$ 85,00.

d) R$ 92,00.

e) R$ 99,00.

Comentários:

A quantia total distribuída foi dividida em partes proporcionais às idades. Se as partes proporcionais a 11, 12 e 14 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{14} = k$$

Note que $a = 33$, pois o neto mais novo, de 11 anos, recebeu R$ 33,00.

$$\frac{33}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{14} = k$$

Nossa constante de proporcionalidade é $\frac{33}{11} = 3$. Logo:

$$\frac{b}{12} = 3 \ \rightarrow b = 36$$

$$\frac{c}{14} = 3 \ \rightarrow c = 42$$

O valor total recebido pelos dois netos mais velhos é:

$$b + c = 36 + 42$$

$$b + c = 78 \, reais$$

Gabarito: Letra B.

24. (FCC/TRT 11/2017) José Souza, Paulo Almeida e Claudio Prinot são três funcionários que têm que realizar, no total para os três, 72 tarefas diariamente. Cada dia eles escolhem um critério diferente para repartir as tarefas. Por exemplo, no dia de ontem eles decidiram que as 72 tarefas seriam divididas entre eles diretamente proporcional às consoantes do sobrenome de cada um. Sendo assim, ontem Paulo Almeida teve que realizar o total de tarefas igual a

a) 15.

b) 12.

c) 18.

d) 9.

e) 24

Comentários:

Antes de realizar a divisão proporcional, devemos determinar o número de consoantes de cada sobrenome.

- José Souza: 2 consoantes.
- Paulo Almeida: 3 consoantes.
- Claudio Prinot: 4 consoantes.

Logo, se José, Paulo e Claudio receberam, respectivamente, j, p e c tarefas, essas tarefas serão diretamente proporcionais a 2, 3 e 4. Temos a seguinte proporção:

$$\frac{j}{2} = \frac{p}{3} = \frac{c}{4} = k$$

A soma das tarefas repartidas é 72. Logo, $j + p + c = 72$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{j}{2} = \frac{p}{3} = \frac{c}{4}$, temos:

$$\frac{j}{2} = \frac{p}{3} = \frac{c}{4} = \frac{j + p + c}{2 + 3 + 4}$$

$$\frac{j}{2} = \frac{p}{3} = \frac{c}{4} = \frac{72}{9}$$

$$\frac{j}{2} = \frac{p}{3} = \frac{c}{4} = \frac{72}{9}$$

$$\boxed{\frac{j}{2} = \frac{p}{3} = \frac{c}{4} = 8}$$

Portanto, a constante de proporcionalidade é 8. O total de tarefas atribuídas a Paulo Almeida é:

$$\frac{p}{3} = 8$$

$$p = 3 \times 8$$

$$p = 24 \text{ tarefas}$$

Gabarito: Letra E.

25. (FCC/Pref. SJRP/2019) Renato e Ricardo fizeram uma viagem de carro e percorreram um total de 3 552 km. Eles se revezaram na direção de maneira que, para cada 123 km que Renato dirigia, Ricardo dirigia 321 km. A distância total percorrida por Ricardo na direção do veículo foi de

a) 2.247 km.

b) 2.444 km.

c) 2.568 km.

d) 2.727 km.

e) 2.889 km.

Comentários:

Devemos dividir a distância total de 3.552km em partes proporcionais a 123km e 321km.

Se Renato dirigiu uma distância E e Ricardo dirigiu uma distância I, então a proporção é dada por:

$$\frac{E}{123} = \frac{I}{321} = k$$

A soma do que Renato e Ricardo dirigiram é $E + I = 3.552$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{E}{123} = \frac{I}{321}$, temos:

$$\frac{E}{123} = \frac{I}{321} = \frac{E + I}{123 + 321}$$

$$\frac{E}{123} = \frac{I}{321} = \frac{3.552}{444}$$

$$\boxed{\frac{E}{123} = \frac{I}{321} = 8}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 8.

$$\frac{I}{321} = 8$$

$$I = 321 \times 8$$

$$I = \ 2.568$$

Logo, a distância percorrida por Ricardo é de 2.568km.

Gabarito: Letra C.

26. (FCC/SEMA MA/2016) Aline, Beta, Clara e Débora estão montando um restaurante. Aline investiu, inicialmente, R$ 40.000,00; Beta, R$ 32.000,00; Clara, R$ 48.000,00; Débora, R$ 30.000,00. Ficou decidido que os lucros seriam divididos proporcionalmente às quantias inicialmente investidas.

Assim, se, em determinado mês, o restaurante lucrou R$ 7.500,00, a parte do lucro devida à Beta é de

a) R$ 2.400,00.

b) R$ 1.200,00.

c) R$ 3.200,00.

d) R$ 2.600,00.

e) R$ 1.600,00.

Comentários:

O lucro será dividido em partes proporcionais aos valores investidos.

Se o Aline (R$ 40.000,00), Beta (R$ 32.000,00), Clara (R$ 48.000,00) e Débora (R$ 30.000,00) receberam como lucro respectivamente a, b, c e d, então:

$$\frac{a}{40.000} = \frac{b}{32.000} = \frac{c}{48.000} = \frac{d}{30.000} = k$$

A soma das partes é o lucro total, ou seja, $a + b + c + d = 7.500$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção, temos:

$$\frac{a}{40.000} = \frac{b}{32.000} = \frac{c}{48.000} = \frac{d}{30.000} = \frac{a + b + c + d}{40.000 + 32.000 + 48.000 + 30.000}$$

$$\frac{a}{40.000} = \frac{b}{32.000} = \frac{c}{48.000} = \frac{d}{30.000} = \frac{7.500}{150.000}$$

$$\boxed{\frac{a}{40.000} = \frac{b}{32.000} = \frac{c}{48.000} = \frac{d}{30.000} = \frac{1}{20}}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é $\frac{1}{20}$. A parte do lucro devido à Beta é:

$$\frac{b}{32.000} = \frac{1}{20}$$

$$b = \frac{32.000}{20}$$

$$b = 1.600$$

Gabarito: Letra E

27. (FCC/SABESP/2018) Cento e quarenta tarefas anuais serão distribuídas entre 4 funcionários diretamente proporcional ao tempo de empresa de cada um. Dois dos funcionários têm 6 anos de empresa. Dos 4 funcionários, aquele que tem mais tempo de empresa possui o triplo dos anos de empresa do único funcionário dos 4 com menos de 6 anos de empresa. Se a média aritmética simples dos anos de empresa dos 4 funcionários é de 7 anos, o funcionário com mais anos de empresa receberá a quantidade de tarefas anuais igual a

a) 65

b) 64

c) 58

d) 66

e) 60

Comentários:

Temos 140 tarefas para serem distribuídas entre 4 funcionários proporcionalmente ao tempo de empresa.

Se o funcionário que tem menos tempo de empresa tiver x anos, o funcionário que tem mais tempo terá $3x$ anos. Logo, o tempo de empresa dos 4 funcionários é:

$$x;\ \ 6;\ \ 6;\ \ 3x$$

A média de tempo dos 4 funcionários é 7 anos. Logo:

$$\frac{x+6+6+3x}{4}=7$$

$$4x+12=4\times 7$$

$$4x=28-12$$

$$4x=16$$

$$x=4$$

Logo, o tempo de empresa dos 4 funcionários é:

$$4;\ \ 6;\ \ 6;\ \ 12$$

Se esses quatro funcionários receberam um total de tarefas correspondente a a, b, c e d, respectivamente, então temos a seguinte proporção:

$$\frac{a}{4}=\frac{b}{6}=\frac{c}{6}=\frac{d}{12}=k$$

Sabemos que o total de tarefas é dado por $a+b+c+d=140$

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**", temos:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{6} = \frac{d}{12} = \frac{a+b+c+d}{4+6+6+12}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{6} = \frac{d}{12} = \frac{140}{28}$$

$$\boxed{\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{6} = \frac{d}{12} = 5}$$

Logo, a nossa constante de proporcionalidade é 5. O funcionário com mais anos de empresa receberá:

$$\frac{d}{12} = 5$$

$$d = 5 \times 12$$

$$d = 60 \text{ tarefas}$$

Gabarito: Letra E.

28. (FCC/SABESP/2018) Quarenta e uma tarefas devem ser distribuídas entre Ana, Bruna, Célia e Débora para que realizem ao longo de uma semana de trabalho.

Sabendo-se que funcionárias mais experientes são mais rápidas na realização das tarefas, o número de tarefas que cada funcionária receberá será diretamente proporcional ao número de anos que ela trabalha na empresa. Das quatro funcionárias, Ana é a que possui menos anos de empresa, o que corresponde a $\frac{2}{5}$ dos anos de trabalho de Débora, que é a mais antiga na empresa. Célia tem 2 anos a menos de empresa do que Débora, e Bruna tem 1 ano a mais de empresa do que Ana. Se a média de anos de empresa das quatro funcionárias é igual a 10,25 anos, então, do total de tarefas que serão distribuídas entre as quatro funcionárias, Ana receberá

a) $\frac{15}{41}$.

b) $\frac{3}{41}$.

c) $\frac{3}{20}$.

d) $\frac{6}{41}$.

e) $\frac{1}{5}$.

Comentários:

Considere que o número de anos em que Débora trabalha na empresa é D.

- Ana tem $\frac{2}{5}$ do tempo de Débora: $\frac{2}{5}D$.
- Célia tem 2 anos a menos de empresa do que Débora: $D - 2$.
- Bruna tem 1 ano a mais de empresa do que Ana: $\frac{2}{5}D + 1$.

A média de anos de empresa das 4 funcionárias é de 10,25 anos. Logo:

$$\frac{D + \frac{2}{5}D + (D-2) + \left(\frac{2}{5}D + 1\right)}{4} = 10{,}25$$

$$2D + 2 \times \frac{2}{5}D - 1 = 4 \times 10{,}25$$

$$\left(2 + \frac{4}{5}\right)D = 41 + 1$$

$$\frac{14}{5}D = 42$$

$$D = 15$$

Portanto, os tempos de empresa de Ana $(\frac{2}{5}D)$, Bruna $\left(\frac{2}{5}D + 1\right)$, Célia $(D-2)$ e Débora (D) são, respectivamente, 6, 7, 13 e 15.

Observe que a soma dos tempos de empresa é $6 + 7 + 13 + 15 = 41$, e temos 41 tarefas para distribuir proporcionalmente entre esses tempos.

Logo, Ana receberá um total de 6 tarefas, pois ela tem 6 anos de empresa. Assim, Ana receberá $\frac{6}{41}$ do total de tarefas.

Gabarito: Letra D.

29. (FCC/METRO SP/2019) As 3 estações de maior movimento em uma cidade são X, Y e Z. Pela estação X passam 20.136 pessoas por dia e pela estação Z passam, por dia, 6.712 pessoas a mais do que pela estação Y. Serão contratados 18 agentes para trabalhar nessas estações, que serão distribuídos entre as estações de forma diretamente proporcional ao número de pessoas que passam por dia em cada estação. Sabendo que a estação X receberá 6 agentes, o número de passageiros que passam pela estação Z, por dia, é:

a) 23.492.

b) 23.832.

c) 24.560.

d) 24.724.

e) 25.250.

Comentários:

Veja que devemos distribuir os agentes de maneira proporcional ao número de pessoas que passam pela estação. Assim:

$$\frac{\text{Número de agentes}}{\text{Número de pessoas}} = k$$

Suponha que as estações X, Y e Z receberão, respectivamente, 6, b e c agentes. Além disso, suponha que o número de pessoas que passam pelas estações X, Y e Z são, respectivamente, 20.136, y e $y + 6.712$.

$$\frac{6}{20.136} = \frac{b}{y} = \frac{c}{y + 6.712} = k$$

A soma dos agentes é dada por $6 + b + c = 18$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{6}{20.136} = \frac{b}{y} = \frac{c}{y+6.712}$, temos:

$$\frac{6}{20.136} = \frac{b}{y} = \frac{c}{y + 6.712} = \frac{6 + b + c}{20.136 + y + (y + 6.712)}$$

$$\frac{6}{20.136} = \frac{b}{y} = \frac{c}{y + 6.712} = \frac{18}{2y + 26.848}$$

Podemos obter y pela igualdade:

$$\frac{6}{20.136} = \frac{18}{2y + 26.848}$$

Simplificando os numeradores:

$$\frac{1}{20.136} = \frac{3}{2y + 26.848}$$

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**", obtemos:

$$2y + 26.848 = 3 \times 20.136$$

$$2y + 26.848 = 3 \times 20.136$$

$$2y + 26.848 = 60.408$$

$$2y = 33.560$$

$$y = 16.780$$

O número de passageiros que passa pela estação Z é:

$$y + 6.712$$

$$= 16.780 + 6.712$$

$$= 23.492$$

Gabarito: Letra A.

30. (FCC/SEFAZ BA/2019) Certa empresa de tecnologia foi criada a partir do aporte de capital investido por três sócios. O sócio B participou com o dobro do sócio A, enquanto o sócio C participou com a metade do investido pelo sócio A. Na partilha do lucro de 525 mil reais, proporcionalmente ao que cada um investiu, o sócio A receberia o valor de, em mil reais,

a) 140.

b) 150.

c) 210.

d) 250.

e) 280.

Comentários:

O lucro será dividido em partes proporcionais aos valores investidos.

Se o sócio A investiu um valor I, o sócio B investiu $2I$ (o dobro) e o sócio C investiu $\frac{I}{2}$ (metade).

Se as partes do lucro que cada sócio recebeu, proporcionais a I, $2I$ e $\frac{I}{2}$, forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{I} = \frac{b}{2I} = \frac{c}{\frac{I}{2}} = k$$

A soma das partes é o lucro líquido total, isto é, $a + b + c = 525$ mil reais.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{I} = \frac{b}{2I} = \frac{c}{\frac{I}{2}}$, temos:

$$\frac{a}{I} = \frac{b}{2I} = \frac{c}{\frac{I}{2}} = \frac{a+b+c}{I + 2I + \frac{I}{2}}$$

$$\frac{a}{I} = \frac{b}{2I} = \frac{c}{\frac{I}{2}} = \frac{525}{\frac{2I + 4I + I}{2}}$$

$$\frac{a}{I} = \frac{b}{2I} = \frac{c}{\frac{I}{2}} = \frac{525}{\frac{7I}{2}}$$

$$\boxed{\frac{a}{I} = \frac{b}{2I} = \frac{c}{\frac{I}{2}} = \frac{150}{I}}$$

Temos que:

$$\frac{a}{I} = \frac{150}{I}$$

$$a = 150 \text{ mil reais}$$

Gabarito: Letra B.

FGV

31.(FGV/PM SP/2021) Em certa cidade, verificou-se que a quantidade de assaltos ocorridos em cada mês era inversamente proporcional ao número de policiais presentes no patrulhamento das ruas nesse mês.

Sabe-se que, em abril, 400 policiais estiveram presentes no patrulhamento e 30 assaltos ocorreram, e que, em maio, o número de assaltos caiu para 24.

O número de policiais que estiveram presentes no patrulhamento no mês de maio foi

a) 320.

b) 360.

c) 420.

d) 460.

e) 500.

Comentários:

A quantidade de assaltos e o número de policiais são grandezas inversamente proporcionais. Isso significa que o produto das duas grandezas é uma constante.

$$(\text{Assaltos}) \times (\text{Policiais}) = k$$

Em abril temos 400 policiais e 30 assaltos. Logo:

$$30 \times 400 = k$$

$$k = 12.000$$

Em maio, temos um total de 24 assaltos e queremos saber o total de policiais.

$$(\text{Assaltos}) \times (\text{Policiais}) = k$$

$$24 \times (\text{Policiais}) = 12.000$$

$$(\text{Policiais}) = \frac{12.000}{24}$$

$$(\text{Policiais}) = 500$$

Gabarito: Letra E.

32.(FGV/CODEMIG/2015) Pela falta de energia, no dia 01 de junho todos os geradores de energia elétrica de uma fábrica foram ligados e o estoque de combustível que a fábrica possuía permitiria manter os geradores funcionando por 30 dias. Entretanto, depois de 10 dias de funcionamento de todos os geradores, a metade deles foi desligada.

O combustível restante permitiu que os outros geradores continuassem a funcionar até o dia:

a) 10 de julho;

b) 15 de julho;

c) 20 de julho;

d) 25 de julho;

e) 30 de julho.

Comentários:

Note que, inicialmente, temos um **combustível C** para manter **G geradores** funcionando por **30 dias**.

Passados 10 dias de funcionamento (10 de junho), $\frac{1}{3}$ do combustível foi consumido. Assim, após esse período, temos um **combustível $\frac{2}{3}C$** para manter **G geradores** funcionando por **20 dias**.

Ocorre, porém, que após esses 10 dias de operação, **metade dos geradores foram desligados**. Isso significa que, nesse momento, temos um **combustível $\frac{2}{3}C$** para manter **$\frac{G}{2}$ geradores**. Por quanto tempo conseguimos manter esses geradores operando?

O tempo de operação é uma grandeza **inversamente proporcional** ao número de geradores. Como dividimos o número de geradores por 2, o tempo em que uma mesma quantidade de combustível pode fazer operar os geradores deve ser multiplicado por 2. Logo, o **combustível $\frac{2}{3}C$** é suficiente para manter **$\frac{G}{2}$ geradores** por 2×20 = **40 dias**.

Ao acrescer **40 dias** à data de **10 de junho**, chega-se em **20 de julho**. O gabarito, portanto, é **letra C**.

Gabarito: Letra C.

33.(FGV/Pref. Paulínia/2016) A força do vento sobre a vela de um veleiro varia diretamente proporcional à área da vela e ao quadrado da velocidade do vento.

Considere que a força exercida pelo vento a 25 km/h sobre uma área de 1 m^2 seja de 10 libras.

Quando a força sobre uma área de 16 m^2 é de 40 libras, a velocidade do vento, em km/h, é de

a) 6,25.

b) 8,0.

c) 12,5.

d) 16,5.

e) 20,0.

Comentários:

A força do vento sobre a vela de um veleiro varia de modo **diretamente proporcional** à área da vela e ao quadrado da velocidade do vento. Nesse caso, podemos modelar o problema assim:

$$\frac{Força}{(Área) \times (Velocidade)^2} = k$$

A força exercida pelo vento a 25 km/h sobre uma área de 1 m^2 é de 10 libras. Com essas informações, podemos determinar a constante k:

$$\frac{10}{1 \times 25^2} = k$$

$$k = \frac{10}{25^2}$$

Observe que essa constante serve para o caso em que estamos lidando com força em libras, área em metros quadrados e velocidade em km/h.

A questão nos pergunta a velocidade do vento para quando a **área** é **16m^2** e a **força** é de **40 libras**.

$$\frac{Força}{(Área) \times (Velocidade)^2} = k$$

$$\frac{40}{16 \times (Velocidade)^2} = \frac{10}{25^2}$$

$$\frac{40 \times 25^2}{16 \times 10} = (Velocidade)^2$$

$$\frac{4 \times 25^2}{16} = (Velocidade)^2$$

$$(Velocidade)^2 = \frac{25^2}{4}$$

$$(Velocidade) = \sqrt{\frac{25^2}{2^2}}$$

$$(Velocidade) = \frac{25}{2}$$

$$(Velocidade) = 12{,}5$$

Portanto, a velocidade em **km/h** é **12,5**.

Gabarito: Letra C.

34.(FGV/IBGE/2017) A quantia de 900 mil reais deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6.

A menor dessas partes corresponde a:

a) 210 mil reais;

b) 240 mil reais;

c) 270 mil reais;

d) 300 mil reais;

e) 360 mil reais.

Comentários:

A quantia total foi dividida em partes proporcionais a 4, 5 e 6. Se as partes forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6} = k$$

A soma das partes totaliza 900 mil reais. Logo, $a + b + c = 900.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$, temos:

$$\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{6}=\frac{a+b+c}{4+5+6}$$

$$\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{6}=\frac{900.000}{15}$$

$$\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{6}=60.000$$

A menor parte corresponde àquela que é diretamente proporcional ao menor número (4). Logo:

$$\frac{a}{4}=60.000$$

$$a=R\$\,240.000$$

Gabarito: Letra B.

35. (FGV/SSP AM/2015) José tem em sua microempresa três empregados cujos salários são proporcionais ao número de horas que trabalham por dia.

Empregado	Horas de trabalho por dia
Alex	5
Breno	7
Caio	8

José paga mensalmente R$ 5.200,00 pelos salários desses três empregados.

O salário de Caio é:

a) R$ 1.300,00;

b) R$ 1.820,00;

c) R$ 2.080,00;

d) R$ 2.220,00;

e) R$ 2.340,00.

Comentários:

O valor mensal deve ser dividido em partes proporcionais a 5, 7 e 8. Se os valores recebidos por Alex, Breno e Caio forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{8}=k$$

A soma das partes totaliza 5.200 reais. Logo, $a+b+c=5.200$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8}$, temos:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = \frac{a+b+c}{20}$$

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = \frac{5200}{20}$$

$$\boxed{\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = 260}$$

O salário de Caio é:

$$\frac{c}{8} = 260$$

$$c = R\$\ 2.080$$

Gabarito: Letra C.

36. (FGV/BNB/2014) Francisco não tinha herdeiros diretos e assim, no ano de 2003, no dia do seu aniversário, fez seu testamento. Nesse testamento declarava que o saldo total da caderneta de poupança que possuía deveria ser dividido entre seus três sobrinhos em partes proporcionais às idades que tivessem no dia de sua morte. No dia em que estava redigindo o testamento, seus sobrinhos tinham 12, 18 e 20 anos. Francisco morreu em 2013, curiosamente, no dia do seu aniversário e, nesse dia, sua caderneta de poupança tinha exatamente R$ 300.000,00. Feita a divisão de acordo com o testamento, o sobrinho mais jovem recebeu:

a) R$ 72.000,00

b) R$ 82.500,00

c) R$ 94.000,00

d) R$ 112.500,00

e) R$ 120.000,00

Comentários:

Francisco morreu em 2013, **10 anos** após escrever o seu testamento. Nesse ano, seus sobrinhos tinham **22**, **28** e **30** anos.

Devemos dividir R$ 300.000 em partes diretamente proporcionais a 22, 28 e 30. Suponha que essas partes sejam, respectivamente, a, b e c. Nesse caso:

$$\frac{a}{22} = \frac{b}{28} = \frac{c}{30} = k$$

A soma das partes totaliza 300.000 reais. Logo, $a + b + c = 300.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{22} = \frac{b}{28} = \frac{c}{30}$, temos:

$$\frac{a}{22} = \frac{b}{28} = \frac{c}{30} = \frac{a + b + c}{22 + 28 + 30}$$

$$\frac{a}{22} = \frac{b}{28} = \frac{c}{30} = \frac{300.000}{80}$$

$$\boxed{\frac{a}{22} = \frac{b}{28} = \frac{c}{30} = 3.750}$$

O sobrinho mais jovem tem 22 anos. A quantia recebida por ele é:

$$\frac{a}{22} = 3750$$

$$a = R\$\ 82.500$$

Gabarito: Letra B.

37. (FGV/BANESTES/2018) Em um terminal de autoatendimento bancário há apenas cédulas de R$ 10,00, R$ 20,00 e R$ 50,00.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores.

Se há 272 cédulas ao todo, então a quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

a) R$ 3.600,00;

b) R$ 3.960,00;

c) R$ 4.050,00;

d) R$ 4.240,00;

e) R$ 4.800,00.

Comentários:

Considere que temos N_{10} cédulas de 10 reais, N_{20} cédulas de 20 reais e N_{50} cédulas de 50 reais.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores. Logo:

$$\frac{N_{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{N_{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{N_{50}}{\frac{1}{50}} = k$$

O total de cédulas é 272. Logo, $N_{10} + N_{20} + N_{50} = 272$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{N_{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{N_{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{N_{50}}{\frac{1}{50}}$, temos:

$$\frac{N_{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{N_{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{N_{50}}{\frac{1}{50}} = \frac{N_{10} + N_{20} + N_{50}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{50}}$$

$$10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = \frac{272}{\frac{10+5+2}{100}}$$

$$10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = \frac{272}{\frac{17}{100}}$$

$$10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = 272 \times \frac{100}{17}$$

$$\boxed{10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = 1600}$$

O número de cédulas de cada tipo é:

$$10N_{10} = 1600 \ \rightarrow N_{10} = \frac{1600}{10} \rightarrow N_{10} = 160$$

$$20N_{20} = 1600 \ \rightarrow N_{20} = \frac{1600}{20} \rightarrow N_{20} = 80$$

$$50N_{50} = 1600 \ \rightarrow N_{50} = \frac{1600}{50} \rightarrow N_{50} = 32$$

A quantidade total de dinheiro armazenado é:

$$10 \times N_{10} + 20 \times N_{20} + 50 \times N_{50}$$

$$= 10 \times 160 + 20 \times 80 + 50 \times 32$$

$$= 1.600 + 1.600 + 1.600$$

$$= R\$\ 4.800$$

Gabarito: Letra E.

38. (FGV/CGE MA/2014) Os irmãos Davi, Lorena e Pedro, com idades de 42, 48 e 60 anos, respectivamente, receberam uma determinada quantia como herança de seus pais. Fizeram um acordo e resolveram dividir a herança em partes diretamente proporcionais ao número de anos esperados de vida de cada um, baseados em uma expectativa de vida de 72 anos para os homens e de 78 anos para as mulheres.

Lorena recebeu R$ 240.000,00.

Davi e Pedro receberam, respectivamente,

a) R$ 210.000,00 e R$ 300.000,00.

b) R$ 210.000,00 e R$ 240.000,00.

c) R$ 240.000,00 e R$ 210.000,00.

d) R$ 240.000,00 e R$ 96.000,00.

e) R$ 300.000,00 e R$ 210.000,00.

Comentários:

Primeiramente, devemos determinar o número de anos esperados de vida dos três irmãos:

- Davi → $72 - 42 = 30$;
- Lorena → $78 - 48 = 30$;
- Pedro → $72 - 60 = 12$.

Logo, as quantias recebidas por Davi, Lorena e Pedro, que chamaremos de d, l e p, são diretamente proporcionais a 30, 30 e 12. Portanto:

$$\frac{d}{30} = \frac{l}{30} = \frac{p}{12} = k$$

Note que o enunciado nos diz que Lorena recebeu R$ 240.000, isto é, $l = 240.000$.

$$\frac{d}{30} = \frac{240.000}{30} = \frac{p}{12}$$

O valor recebido por Davi é:

$$\frac{d}{30} = \frac{240.000}{30} \rightarrow d = R\$\ 240.000{,}00$$

O valor recebido por Pedro é:

$$\frac{p}{12} = \frac{240.000}{30}$$

$$p = 12 \times \frac{240.000}{30}$$

$$p = R\$\ 96.000{,}00$$

Portanto, Davi e Pedro receberam, respectivamente, **R$ 240.000,00** e **R$ 96.000,00**.

Gabarito: Letra D.

39.(FGV/IBGE/2016) A grandeza G é diretamente proporcional à grandeza A e inversamente proporcional à grandeza B. Sabe-se que quando o valor de A é o dobro do valor de B, o valor de G é 10.

Quando A vale 144 e B vale 40, o valor de G é:

a) 15;

b) 16;

c) 18;

d) 20;

e) 24.

Comentários:

A grandeza G é diretamente proporcional à grandeza A e inversamente proporcional à grandeza B. Temos, então, a seguinte situação:

$$\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{A}\times\frac{1}{\mathrm{B}}}=k$$

Quando o valor de A é o dobro do valor de B, o valor de G é 10. Logo:

$$\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{A}\times\frac{1}{\mathrm{B}}}=k$$

$$\frac{10}{2\mathrm{B}\times\frac{1}{\mathrm{B}}}=k$$

$$\frac{10}{2}=k\ \rightarrow \boldsymbol{k=5}$$

Devemos determinar o valor de G quando A vale 144 e B vale 40.

$$\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{A}\times\frac{1}{\mathrm{B}}}=k$$

$$\frac{\mathrm{G}}{144\times\frac{1}{40}}=\mathbf{5}$$

$$G = 5 \times 144 \times \frac{1}{40}$$

$$G = 18$$

Gabarito: Letra C.

40. (FGV/BNB/2014) Três grandezas A, B e C, são tais que A é diretamente proporcional a B e inversamente proporcional ao quadrado de C.

Quando B = 6 e C = 3 tem-se A = 1.

Quando A = 3 e C = 2, o valor de B é:

a) 1

b) 2

c) 4

d) 6

e) 8

Comentários:

A grandeza A é diretamente proporcional a B e inversamente proporcional ao quadrado de C. Temos, então, a seguinte situação:

$$\frac{A}{B \times \frac{1}{C^2}} = k$$

$$\boldsymbol{\frac{AC^2}{B} = k}$$

Quando B = 6 e C = 3 tem-se A = 1. Logo:

$$\frac{1 \times 3^2}{6} = k$$

$$\frac{9}{6} = k$$

$$\boldsymbol{k = \frac{3}{2}}$$

Devemos determinar o valor de B quando A = 3 e C = 2.

$$\boldsymbol{\frac{AC^2}{B} = k}$$

$$\frac{AC^2}{B} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

$$\frac{3 \times 2^2}{B} = \frac{3}{2}$$

$$3 \times 2^2 \times \frac{2}{3} = B$$

$$B = 8$$

Gabarito: Letra E.

VUNESP

41.(VUNESP/Pref. Alumínio/2016) Duas determinadas grandezas x e y podem assumir valores estritamente positivos. A relação de interdependência entre elas pode ser expressa pela sentença $y = \frac{1}{3}x$

Nesse caso, é correto afirmar que

a) y não é direta nem inversamente proporcional a x.

b) y é inversamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 3.

c) y é inversamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 1/3.

d) y é diretamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 3.

e) y é diretamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 1/3.

Comentários:

Vimos na teoria que uma grandeza A é **diretamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, a razão entre elas é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

Como $y = \frac{1}{3}x$, temos que:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$$

Isso significa que y **é diretamente proporcional** a x e a razão entre y e x é a **constante de proporcionalidade**, dada por **1/3**.

Gabarito: Letra E.

42. (VUNESP/Pref. Serrana/2018) Na tabela, são representadas duas grandezas: a grandeza x e a grandeza y.

Grandeza x	x_1	x_2	x_3	x_4	...	x_n
Grandeza y	y_1	y_2	y_3	y_4	...	y_n

Assinale a alternativa que contém uma afirmação correta sobre essas duas grandezas:

a) Se $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 <\ldots< x_n$ e $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 >\ldots> y_n$, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

b) Se $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 <\ldots< x_n$ e $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 >\ldots> y_n$, então x e y são grandezas diretamente proporcionais.

c) Se $x_1 + y_1 = x_2 + y_2 = x_3 + y_3 = x_4 + y_4 =\ldots= x_n + y_n = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas diretamente proporcionais.

d) Se $x_1.y_1 = x_2.y_2 = x_3.y_3 = x_4.y_4 =\ldots= x_n.y_n = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

e) Se $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \frac{x_4}{y_4} =\ldots= \frac{x_n}{y_n} = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

Comentários:

Vamos comentar cada alternativa da questão.

a) Se $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 <\ldots< x_n$ e $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 >\ldots> y_n$, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

ERRADO. Nessa alternativa, afirma-se que se a grandeza **x** cresce e a grandeza **y** decresce, então necessariamente **x** e **y** são **inversamente proporcionais**.

Lembre-se que isso não é suficiente para descrever por completo o conceito de grandezas **inversamente proporcionais**, pois há uma condição a mais que deve ser respeitada: **quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza diminui na mesma proporção, e quando uma grandeza diminui, a outra grandeza aumenta na mesma proporção.**

b) Se $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 <\ldots< x_n$ e $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 >\ldots> y_n$, então x e y são grandezas diretamente proporcionais.

ERRADO. Nessa alternativa, afirma-se que se a grandeza **x** cresce e a grandeza **y** cresce, então necessariamente **x** e **y** são **diretamente proporcionais**.

Lembre-se que isso não é suficiente para descrever por completo o conceito de grandezas **diretamente proporcionais**, pois há uma condição a mais que deve ser respeitada: **uma grandeza aumenta ou diminui na mesma proporção em que a outra aumenta ou diminui.**

c) Se $x_1 + y_1 = x_2 + y_2 = x_3 + y_3 = x_4 + y_4 = \ldots = x_n + y_n = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas diretamente proporcionais.

ERRADO. Para grandezas diretamente proporcionais, a razão entre as grandezas deve ser uma constate. A alternativa apresenta a soma das grandezas como uma constante.

d) Se $x_1 . y_1 = x_2 . y_2 = x_3 . y_3 = x_4 . y_4 = \ldots = x_n . y_n = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

CERTO. Uma grandeza X é **inversamente proporcional** a uma grandeza Y quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, o produto da grandeza X pela grandeza Y é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$(\textbf{Grandeza X}) \times (\textbf{Grandeza Y}) = \boldsymbol{k}$$

e) Se $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \frac{x_4}{y_4} = \ldots = \frac{x_n}{y_n} = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

ERRADO. A questão apresenta a definição de grandezas **diretamente proporcionais**.

Gabarito: Letra D.

43.(VUNESP/Pref. Alumínio/2016) Um prêmio de loteria foi dividido entre Hudson e Igor na razão direta dos valores apostados, que foram iguais a R$ 27,00 e R$ 33,00, respectivamente. Se Hudson recebeu R$ 121.500,00, então o valor total do prêmio foi de

a) R$ 243.000,00.

b) R$ 256.000.00.

c) R$ 270.000,00.

d) R$ 300.000,00.

e) R$ 330.000,00.

Comentários:

O valor do prêmio foi dividido entre Hudson e Igor de maneira **diretamente proporcional** aos valores apostados: R$ 27,00 e R$ 33,00. Se considerarmos que o valor recebido por Igor é i, então temos a seguinte proporção:

$$\boxed{\frac{121.500}{27} = \frac{i}{33} = k}$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{121.500}{27} = \frac{i}{33}$, obtemos:

$$27i = 33 \times 121.500$$

$$i = \frac{33 \times 121.500}{27}$$

$$i = R\$\ 148.500$$

O valor total do prêmio é a soma dos valores recebidos por Hudson e Igor:

$$121.500 + 148.500$$

$$= R\$\ 270.000$$

Gabarito: Letra C.

44. (VUNESP/SEMAE Piracicaba/2019) Três amigos fizeram uma aposta em conjunto em certa loteria. As respectivas participações no valor total da aposta foram diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 6. Se o valor total da aposta foi R$ 330,00, então o amigo que teve a menor participação nesse valor contribuiu com

a) R$ 80,00.

b) R$ 70,00.

c) R$ 60,00.

d) R$ 50,00.

e) R$ 40,00.

Comentários:

O valor total da aposta foi dividido proporcionalmente a 2, 3 e 6. Se as partes proporcionais a 2, 3 e 6 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = k$$

A soma das partes é 330. Logo, $a + b + c = 330$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6}$, temos:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{a+b+c}{2+3+6}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{330}{10}$$

$$\boxed{\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = 33}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 33. O amigo que teve a menor participação foi aquele que contribuiu com o valor proporcional a 2:

$$\frac{a}{2} = 33 \ \rightarrow a = 66$$

Logo, a menor participação foi de R$ 66,00.

Gabarito: Letra C.

45.(VUNESP/Pref. Buritizal/2018) Três amigos fizeram um bolão para um jogo de loteria, sendo que um deles colaborou com R$ 13,00, outro com R$ 14,00 e o terceiro com R$ 22,00. Eles foram sorteados e receberam um prêmio de R$ 7.350,00, que será dividido em partes diretamente proporcionais ao que cada um contribuiu no bolão. O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia será

a) R$ 1.950,00.

b) R$ 2.000,00.

c) R$ 2.050,00.

d) R$ 2.100,00.

e) R$ 2.150,00.

Comentários:

Considere que os amigos que contribuíram com R$ 13, R$ 14 e R$ 22 receberão a, b e c. Como o prêmio total será dividido em partes diretamente proporcionais ao que cada um contribuiu, temos:

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = k$$

A soma das partes que cada um recebeu é R$ 7.350. Logo, $a + b + c = 7350$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma***"* na proporção $\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22}$, temos:

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = \frac{a + b + c}{13 + 14 + 22}$$

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = \frac{7350}{49}$$

$$\boxed{\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = 150}$$

O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia é a. Temos que:

$$\frac{a}{13} = 150$$

$$a = R\$\ 1.950$$

Gabarito: Letra A.

46. (VUNESP/Pref. F.co Morato/2019)Uma imobiliária irá dividir um bônus de R$ 7.500,00 entre os vendedores Manoel e Pedro, por serem os que mais vendas realizaram durante o último ano. Esse bônus será dividido de forma diretamente proporcional ao número de anos que esses vendedores trabalham na imobiliária. Sabendo que o número de anos que Manoel e Pedro trabalham nessa imobiliária são, respectivamente, 2 e 3, então, a diferença entre os valores recebidos por eles foi

a) R$ 2.300,00.

b) R$ 2.000,00.

c) R$ 1.800,00.

d) R$ 1.500,00.

e) R$ 1.200,00.

Comentários:

A quantia total distribuída foi dividida em partes proporcionais aos anos trabalhados.

Se Manoel recebeu m e Pedro recebeu p, então:

$$\frac{m}{2} = \frac{p}{3} = k$$

A soma dos valores recebidos por Manoel e Pedro é $m + p = 7.500$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{m}{2} = \frac{p}{3}$, temos

$$\frac{m}{2} = \frac{p}{3} = \frac{m + p}{2 + 3}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{p}{3} = \frac{7.500}{5}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{p}{3} = 1.500$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 1.500.

$$\frac{m}{2} = 1.500 \ \rightarrow m = 3.000$$

$$\frac{p}{3} = 1.500 \rightarrow p = 4.500$$

Portanto, a diferença entre os valores recebidos é:

$$p - m = 4.500 - 3.000 = 1.500$$

Gabarito: Letra D.

47. (VUNESP/Pref Guaratinguetá/2019) Pedro e João montaram uma sociedade com certo capital, sendo que a diferença dos valores dos capitais investidos por Pedro e por João foi igual a R$ 7.850,00. Ao final de um mês do investimento, ambos dividiram o primeiro lucro em partes diretamente proporcionais aos capitais investidos, sendo R$ 52,00 a parte do lucro recebida por João e R$ 156,00 a parte do lucro recebida por Pedro. Assim, pode-se concluir corretamente que o capital total por eles investido foi de

a) R$ 15.700,00.

b) R$ 15.900,00.

c) R$ 16.100,00.

d) R$ 16.300,00.

e) R$ 15.500,00.

Comentários:

O **lucro obtido** foi dividido em partes **diretamente proporcionais** aos capitais investidos.

Considere que Pedro investiu p e que João investiu j. Nesse caso, temos:

$$\frac{p}{52} = \frac{j}{156} = k$$

Como João recebeu um lucro maior, o capital investido por ele é maior. Logo, a diferença dos valores dos capitais investidos por Pedro e por João é dado por $j - p$:

$$j - p = 7.850$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da subtração**" em $\frac{p}{52} = \frac{j}{156}$, temos:

$$\frac{p}{52} = \frac{j}{156} = \frac{j - p}{156 - 52}$$

$$\boxed{\frac{p}{52} = \frac{j}{156} = \frac{7.850}{104}}$$

O valor recebido por Pedro é tal que:

$$\frac{p}{52} = \frac{7.850}{104} \rightarrow p = 52 \times \frac{7.850}{104} \rightarrow p = R\$\ 3.925$$

O valor recebido por João é tal que:

$$\frac{j}{156} = \frac{7.850}{104} \rightarrow j = 156 \times \frac{7.850}{104} \rightarrow j = R\$\ 11.775$$

Logo, o capital total investido por eles é:

$$p + j = 3.925 + 11.775 = R\$\ 15.700$$

Gabarito: Letra A.

48. (VUNESP/MPE SP/2019) Uma empresa distribui títulos de cobrança para quatro agências de cobrança: A, B, C e D em quantidades iguais de títulos. A agência A é a mais produtiva, consegue cobrar 80% dos títulos, a agência B cobra 60%, a C e a D cobram 30% cada uma. A empresa deseja fazer com que as agências sejam mais competitivas e planeja distribuir os títulos de forma proporcional aos números que elas estão produzindo, ou seja, proporcional aos números 80, 60, 30 e 30. Então, a agência A receberá a porcentagem de títulos para cobrança de:

a) 80%

b) 60%

c) 50%

d) 40%

e) 25%

Comentários:

Considere que as agências A, B, C e D receberão uma porcentagem a, b, c e d de títulos de cobrança. Esses valores são proporcionais aos números 80, 60, 30 e 30, respectivamente. Logo:

$$\frac{a}{80} = \frac{b}{60} = \frac{c}{30} = \frac{d}{30} = k$$

Sabemos que a totalidade de títulos corresponde a 100%. Logo, $a + b + c + d = 100\%$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{80} = \frac{b}{60} = \frac{c}{30} = \frac{d}{30}$, temos:

$$\frac{a}{80} = \frac{b}{60} = \frac{c}{30} = \frac{d}{30} = \frac{a + b + c + d}{80 + 60 + 30 + 30}$$

$$\frac{a}{80} = \frac{b}{60} = \frac{c}{30} = \frac{d}{30} = \frac{100\%}{200}$$

$$\boxed{\frac{a}{80} = \frac{b}{60} = \frac{c}{30} = \frac{d}{30} = 0{,}5\%}$$

A porcentagem recebida pela agência A é tal que:

$$\frac{a}{80} = 0{,}5\%$$

$$a = 80 \times 0{,}5\%$$

$$a = 40\%$$

Gabarito: Letra D.

49.(VUNESP/Pref. Campinas/2019) Três máquinas X, Y e Z produziram 2 640 peças de certo jogo, cada peça produzida sempre em um mesmo tempo. A máquina X produziu 820 peças, tendo funcionado por 1 hora e 30 minutos a menos do que a máquina Y. A máquina Z funcionou por 6 horas e 50 minutos e produziu um total de peças igual a

a) 800.

b) 820.

c) 840.

d) 860.

e) 880.

Comentários:

Como cada peça é produzida sempre em um mesmo tempo, as máquinas produzem uma quantidade de peças de modo **diretamente proporcional** ao tempo de funcionamento.

Considere que a **máquina Y** funcionou por um **tempo t, em minutos**. Temos que:

- A **máquina X** produziu **820 peças** funcionando por **$t - 90$ minutos** (1he 30min a menos do que a máquina Y);
- A **máquina Y** produziu **y peças** funcionando por um **tempo t em minutos**.
- A **máquina Z** produziu **z peças** funcionando por **410 minutos** (6h e 50min).

Logo, a proporção é dada por:

$$\frac{820}{t-90} = \frac{y}{t} = \frac{z}{410} = k$$

Sabemos que o total de peças é 2.640. Logo:

$$820 + y + z = 2640$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{820}{t-90} = \frac{y}{t} = \frac{z}{410}$, temos:

$$\frac{820}{t-90} = \frac{y}{t} = \frac{z}{410} = \frac{820 + y + z}{(t-90) + t + 410}$$

$$\boxed{\frac{820}{t-90} = \frac{y}{t} = \frac{z}{410} = \frac{2640}{2t + 320}}$$

A partir dessa proporção, podemos encontrar o valor de t:

$$\frac{820}{t-90} = \frac{2640}{2t + 320}$$

$$2640 \times (t - 90) = 820 \times (2t + 320)$$

$$2640t - 237.600 = 1640t + 262.400$$

$$2640t - 1640t = 262.400 + 237.600$$

$$1000t = 500.000$$

$$\boldsymbol{t = 500}$$

Agora que temos o valor de t, podemos obter a quantidade produzida pela máquina z. Da proporção obtida, temos que:

$$\frac{820}{t-90} = \frac{z}{410}$$

$$\frac{820}{500-90} = \frac{z}{410}$$

$$\frac{820}{410} = \frac{z}{410}$$

$$z = 820$$

Logo, a máquina Z produziu um total de peças igual a 820.

Gabarito: Letra B.

50. (VUNESP/CM Jales/2018) Gabriela, Rafaela e Marcela organizaram vários arquivos para uma tia. Cada uma delas organizou a mesma quantidade de arquivos e ficou combinado que elas dividiriam R$ 1.245,00 em partes inversamente proporcionais ao tempo que cada uma levou na organização. Marcela ganhou R$ 300,00, e o tempo trabalhado por Gabriela foi 80% do tempo que Rafaela trabalhou. Gabriela recebeu por esse trabalho a quantia de

a) R$ 510,00.

b) R$ 515,00.

c) R$ 520,00.

d) R$ 525,00.

e) R$ 530,00.

Comentários:

Considere que **Gabriela**, **Rafaela** e **Marcela** receberam as quantias $\boldsymbol{g}, \boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{m}$ e realizaram a atividade nos tempos $\boldsymbol{t_g}, \boldsymbol{t_r}$ e $\boldsymbol{t_m}$, respectivamente.

Como a quantia total foi dividida em partes inversamente proporcionais ao tempo que cada uma levou na atividade, temos:

$$\frac{g}{\frac{1}{t_g}} = \frac{r}{\frac{1}{t_r}} = \frac{m}{\frac{1}{t_m}} = k$$

Dos dados do problema, temos:

- Marcela ganhou R$ 300,00: $\boldsymbol{m = 300}$;
- O tempo trabalhado por Gabriela foi 80% do tempo que Rafaela trabalhou: $\boldsymbol{t_g = 0,8\, t_r}$.

A proporção fica assim:

$$\frac{g}{\frac{1}{0,8\,t_r}} = \frac{r}{\frac{1}{t_r}} = \frac{300}{\frac{1}{t_m}} = k$$

Sabemos também que o valor total dividido é de R$ 1.245,00.

$$g + r + m = 1.245$$

$$g + r + 300 = 1.245$$

$$g + r = 945$$

Como temos o valor de $g + r$, vamos utilizar a "**propriedade fundamental da soma**" somente na proporção $\frac{g}{\frac{1}{0,8\,t_r}} = \frac{r}{\frac{1}{t_r}}$. Temos:

$$\frac{g}{\frac{1}{0,8\,t_r}} = \frac{r}{\frac{1}{t_r}} = \frac{g + r}{\frac{1}{0,8\,t_r} + \frac{1}{t_r}}$$

$$0{,}8t_r g = t_r r = \frac{945}{\left(\frac{1}{0{,}8} + 1\right) \times \frac{1}{t_r}}$$

$$0{,}8t_r g = t_r r = \frac{945t_r}{\left(\frac{10}{8} + 1\right)}$$

Note que simplificar t_r nas igualdades. Ficamos com:

$$0{,}8g = r = \frac{945}{2{,}25}$$

$$0{,}8g = r = 420$$

O valor recebido por Gabriela é:

$$0{,}8g = 420$$

$$g = \frac{420}{0{,}8}$$

$$g = R\$\ 525$$

Gabarito: Letra D.

LISTA DE QUESTÕES

Frações

CEBRASPE

1.(CESPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Entre os três servidores, Maria é a mais eficiente, isto é, em cada dia de trabalho, ela cataloga mais livros que cada um dos outros dois.

2. (CESPE/TCE-RS/2013) Na secretaria de um órgão público, as páginas dos processos, para serem digitalizadas, são separadas e distribuídas entre 7 servidores — 4 servidores recém-contratados e 3 servidores antigos. Julgue o item a seguir, a respeito dessa situação.

Considere que, com a aquisição de novos equipamentos, o tempo para se digitalizar uma página, que era de 22 segundos, passou a ser de [22 – 22 × P] segundos, em que P corresponde à dízima periódica 0,27272727.... Nessa situação, com os novos equipamentos, a digitalização de uma página passou a ser feita em 16 segundos.

3.(CESPE/CNJ/2013)

ano de início dos processos	especificação		
	em trâmite	para parecer	julgado
2010	200	30	600
2011	240	30	580
2012	260	50	700

Considerando os dados da tabela acima, que mostra a quantidade e situação de processos, nos anos 2010, 2011 e 2012, em um tribunal, julgue o item subsequente.

Se, em 2011, 5 juízes atuavam no referido tribunal, então a relação juiz/processo era de, aproximadamente, 1:170.

4.(CESPE/TJ PA/2020) Dois colaboradores do setor de informática de uma empresa são responsáveis por fazer a manutenção dos computadores da empresa. Durante certo período de tempo, um dos

colaboradores fez manutenção em $0,\overline{26} = 0,262626$ da quantidade total de computadores da empresa e, nesse mesmo período de tempo, o outro colaborador fez manutenção em $0,\overline{18} = 0,181818$ dessa quantidade total de computadores, tendo restado 110 computadores sem manutenção.

Nessa situação, a quantidade total de computadores dessa empresa é igual a

a) 130.

b) 139.

c) 155.

d) 159.

e) 198.

5.(CESPE/Pref. B dos Coqueiros/2020) Em seu testamento, um pai deixou o diagrama mostrado a seguir, para ilustrar como deverá ocorrer a distribuição de sua herança, no valor de 2,7 milhões de reais, entre seus cinco herdeiros.

Com base nas informações precedentes, e considerando-se que, em cada linha desse diagrama, o retângulo branco mostrado está dividido em partes iguais, é correto concluir que

a) o quarto filho receberá mais de 420 mil reais.

b) a mãe e o terceiro filho receberão, juntos, um total de 1,3 milhão de reais.

c) a mãe e o primeiro filho receberão, juntos, menos de 1,4 milhão de reais.

d) os quatro filhos receberão, juntos, 2 milhões de reais.

e) a mãe e o quarto filho receberão, juntos, exatamente o mesmo total recebido pelos outros três filhos.

Texto para as próximas questões

Ao iniciar uma sessão plenária na câmara municipal de uma pequena cidade, apenas 1/4 dos assentos destinados aos vereadores foram ocupados. Com a chegada do vereador Veron, 1/3 dos assentos passaram a ficar ocupados. Nessa situação hipotética, é correto afirmar que

6. (CESPE/TRE RJ/2012) Menos de cinco assentos estavam ocupados quando o vereador Veron chegou à câmara municipal.

7.(CESPE/TRE RJ/2012) Os assentos destinados aos vereadores serão todos ocupados somente após a chegada de mais nove vereadores.

8.(CESPE/TRE RJ/2012) Há mais de 15 assentos destinados aos vereadores no plenário da câmara.

9. (CESPE/PM DF/2010) Existe um cálculo para saber a quantidade certa de água que se deve ingerir diariamente: 500 mL de água como valor fixo, mais 30 mL de água por quilo de massa corporal. Assim, uma pessoa com 57 kg deve beber 2.210 mL de água por dia.

Água, o melhor remédio. In: Correio Braziliense, 23/8/2009, p. 29 (com adaptações).

Após ler a reportagem acima, Pedro calculou que deveria ingerir, diariamente, 2.750 mL de água. Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

Se Pedro beber $\frac{4}{11}$ da água que deve ingerir pela manhã e $\frac{2}{5}$ à tarde, então ele terá de beber 650 mL durante a noite para completar a quantidade diária recomendada.

10.(CESPE/TC-DF/2014) Em uma empresa, as férias de cada um dos 50 empregados podem ser marcadas na forma de trinta dias ininterruptos, ou os trinta dias podem ser fracionados em dois períodos de quinze dias ininterruptos ou, ainda, em três períodos de dez dias ininterruptos. Em 2013, depois de marcadas as férias de todos os 50 empregados, constatou-se que 23, 20 e 28 deles marcaram os trinta dias de férias ou parte deles para os meses de janeiro, fevereiro e junho, respectivamente. Constatou-se, também, que, nesse ano, nenhum empregado marcou férias para algum mês diferente dos mencionados.

Tendo como referência as informações acima, julgue o item que se segue.

Suponha que, em 2013, mais de 5/6 dos empregados que não marcaram férias para fevereiro eram do sexo feminino e mais de 2/3 dos que não marcaram férias para janeiro eram do sexo masculino. Nessa situação, é correto afirmar que, em 2013, havia na empresa no máximo 12 mulheres a mais que homens.

CESGRANRIO

11.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Colocar uma barra sobre o período é uma das formas de representar uma dízima periódica: $0,\overline{3} = 0,333 \ldots$ A expressão $0,\overline{4} + 0,1\overline{6}$ é igual a:

a) $\frac{51}{100}$

b) $\frac{511}{1000}$

c) $\frac{11}{18}$

d) $\frac{14}{15}$

e) $\frac{5}{9}$

12. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Baldo usa uma calculadora que ignora todos os valores após a primeira casa decimal no resultado de cada operação realizada. Desse modo, quando Baldo faz $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5}$, a calculadora mostra o resultado de 1,3 × 1,2 = 1,5. Portanto, há um erro no valor final de 0,1, pois $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{15} = 1,6.$

Qual o erro da calculadora de Baldo para a expressão $\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$

a) 0

b) 1,3

c) 1,5

d) 2,8

e) 3,3

13.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Numa cidade, 4 em cada 15 pessoas são estrangeiras. Dessas pessoas estrangeiras, 3 em cada 8, são crianças.

Nessa cidade, as pessoas que NÃO são crianças estrangeiras correspondem a que fração da população?

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{16}{23}$

d) $\frac{14}{45}$

e) $\frac{43}{120}$

14.(CESGRANRIO/BNDES/2013) O Parque Estadual Serra do Conduru, localizado no Sul da Bahia, ocupa uma área de aproximadamente 9.270 hectares. Dessa área, 7 em cada 9 hectares são ocupados por florestas.

Qual é, em hectares, a área desse Parque NÃO ocupada por florestas?

a) 2.060

b) 2.640

c) 3.210

d) 5.100

e) 7.210

15. (CESGRANRIO/FINEP/2011) Utilize as informações abaixo para responder à questão.

Uma empresa desenvolveu postes de iluminação elétrica feitos de fibra de vidro, mais flexíveis e mais leves do que os postes tradicionalmente usados no Brasil. Cada poste de fibra de vidro tem 120 kg, o que corresponde a $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{8}$, respectivamente, das massas dos postes de madeira, aço e concreto.

Qual é, em kg, a massa de um poste de aço?

a) 80

b) 150

c) 180

d) 270

e) 360

16. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011)

Ação global contra petróleo caro

A Agência Internacional de Energia (AIE), formada por 28 países, anunciou ontem a liberação de 60 milhões de barris de petróleo de reservas estratégicas [...]. Os EUA vão entrar com metade do volume, [...] a Europa irá colaborar com $\frac{3}{10}$, e o restante virá de Austrália, Japão, Coreia e Nova Zelândia.

O Globo, Rio de Janeiro, p. 17. 24 jun. 2011. Adaptado.

Suponha que os países asiáticos (Japão e Coreia) contribuam juntos com 1,8 milhão de barris a mais do que a contribuição total dos países da Oceania (Austrália e Nova Zelândia).

Desse modo, quantos milhões de barris serão disponibilizados pelos países asiáticos?

a) 5,2

b) 5,6

c) 6,9

d) 7,4

e) 8,2

17. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Uma pesquisa feita em uma empresa constatou que apenas 1/6 de seus funcionários são mulheres, e que exatamente 1/4 delas são casadas.

De acordo com a pesquisa, nessa empresa, as mulheres que não são casadas correspondem a que fração de todos os seus funcionários?

a) 1/3

b) 1/4

c) 1/8

d) 15/24

e) 23/24

18. (CESGRANRIO/ANP/2016) Um grupo de jovens participou de uma pesquisa sobre tabagismo. Cinco em cada 7 jovens entrevistados declararam-se não fumantes. Dentre os jovens restantes, 3 em cada 4 afirmaram que fumam diariamente. Se 84 jovens entrevistados afirmaram fumar todos os dias, quantos jovens participaram da pesquisa?

a) 112

b) 280

c) 294

d) 392

e) 420

19. (CESGRANRIO/BB/2015) A mãe de João decidiu ajudá-lo a pagar uma das prestações referentes a uma compra parcelada. Ela solicitou a antecipação do pagamento e, por isso, a financeira lhe concedeu um desconto de 6,25% sobre o valor original daquela prestação. João pagou um terço do novo valor, e sua mãe pagou o restante.

A parte paga pela mãe de João corresponde a que fração do valor original da prestação?

a) $\frac{29}{48}$

b) $\frac{1}{24}$

c) $\frac{15}{16}$

d) $\frac{5}{8}$

e) $\frac{4}{25}$

20. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2014) Os irmãos Ana e Luís ganharam de seus pais quantias iguais. Ana guardou $\frac{1}{6}$ do que recebeu e gastou o restante, enquanto seu irmão gastou $\frac{1}{4}$ do valor recebido, mais R$ 84,00. Se Ana e Luís gastaram a mesma quantia, quantos reais Ana guardou?

a) 12,00

b) 24,00

c) 72,00

d) 132,00

e) 144,00

FCC

21.(FCC/BANRISUL/2019) Considere os dados, abaixo

$$x = \frac{7}{9}, y = \frac{16}{21} \text{ e } z = \frac{11}{14}$$

É correto afirmar que

a) y < x < z.

b) z < x < y.

c) y < z < x.

d) z < y < x.

e) x < z < y.

22. (FCC/SABESP/2017) Se $a = \frac{2}{5}$, $b = \frac{7}{20}$, $c = \frac{9}{27}$ e $d = \frac{11}{30}$, então

a) c < b < d < a.

b) c < d < b < a.

c) b < c < d < a.

d) c < b < a < d.

e) b < c < a < d.

23. (FCC/CNMP/2015) O resultado da expressão numérica

$$\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right).(-6+13).\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{5}\right).(-4-2).\left(\frac{11}{4}-\frac{10}{4}\right).(-1+11).\left(\frac{3}{7}-\frac{9}{7}\right).\left(-\frac{4}{9}-\frac{5}{9}\right)$$

é igual a

a) − 6.

b) 9.

c) −12.

d) 8.

e) − 4.

24.(FCC/CM Fortaleza/2019) O valor da expressão $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2019}\right)$ é

a) $\frac{2}{1009}$

b) $\frac{1}{1008}$

c) $\frac{2}{2018}$

d) $\frac{1}{2019}$

e) $\frac{2}{2019}$

25. (FCC/TCE-PI/2014) Considere a soma S, dada por

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \ldots + \frac{1}{2013 \times 2014}$$

Observando que

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$$

e assim sucessivamente, pode-se reescrever a soma S da seguinte maneira:

$$S = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}\right)$$

O valor da soma S é igual a

a) $\frac{1}{2013}$

b) $\frac{2013}{2014}$

c) $\frac{1}{2015}$

d) $\frac{1}{2014}$

e) $\frac{2014}{2015}$

26. (FCC/Pref. SJRP/2019) No início de uma campanha eleitoral, o candidato A possuía $\frac{5}{8}$ das intenções de voto e o candidato B, $\frac{3}{8}$. Após uma ação promocional do candidato B, $\frac{1}{3}$ das intenções de voto do candidato A migrou para o candidato B. A nova proporção de votos do candidato A é:

a) 524

b) 512

c) 712

d) 58

e) 23

27. (FCC/Pref. SJRP/2019) João gasta 18 minutos de ônibus para ir de sua casa até o trabalho e 45 minutos se for a pé. Em um dia ensolarado, João desceu do ônibus faltando 1/3 do caminho a ser percorrido e completou o percurso até o trabalho a pé. Supondo que as velocidades, tanto do ônibus quanto a de João, são constantes durante o trajeto, o tempo gasto por João para ir ao trabalho nesse dia foi de

a) 24 minutos.

b) 27 minutos.

c) 30 minutos.

d) 33 minutos.

e) 21 minutos.

28. (FCC/TRT 20/2016) Manoel e Dolores precisavam classificar um grande número de processos. Manoel começou antes do que Dolores e ao final do dia havia classificado $\frac{3}{8}$ do total de processos. Dolores trabalhou mais rápido do que Manoel e ao final do dia havia classificado $\frac{1}{3}$ de processos a mais do que aqueles que Manoel havia classificado. Após esse dia de trabalho de Manoel e Dolores, é correto afirmar que

a) ainda faltam $\frac{1}{4}$ dos processos para serem classificados.

b) eles terminaram a tarefa.

c) ainda faltam $\frac{1}{8}$ dos processos para serem classificados.

d) eles classificaram $\frac{17}{24}$ dos processos.

e) eles classificaram apenas metade dos processos.

29.(FCC/SABESP/2018) Três quintos da área de uma garagem será destinada à construção de um jardim, e $\frac{5}{21}$ desse jardim será plantado com árvores frutíferas. Dessa forma, a fração da área da garagem que será destinada à parte do jardim plantada com árvores frutíferas é igual a

a) $\frac{1}{7}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{35}$

d) $\frac{88}{105}$

e) $\frac{1}{35}$

30.(FCC/IAPEN AP/2018) O preço de um produto à vista é $\frac{4}{5}$ do preço normal anunciado. O mesmo produto se comprado à prestação custa, no total, $\frac{3}{2}$ do preço anunciado. A diferença entre o preço à prestação e o preço à vista é igual ao preço anunciado multiplicado por:

a) $\frac{6}{5}$

b) $\frac{7}{10}$

c) $\frac{15}{8}$

d) $\frac{23}{10}$

e) $\frac{1}{3}$

FGV

31.(FGV/Pref. Angra/2019) Se a soma das frações 1/4 + 2/5 é igual a n/100, o valor de n é

a) 55.

b) 65.

c) 75.

d) 85.

e) 95.

32.(FGV/IBGE/2017) Em certo concurso inscreveram-se 192 pessoas, sendo a terça parte, homens. Desses, apenas a quarta parte passou.

O número de homens que passaram no concurso foi:

a) 12;

b) 15;

c) 16;

d) 18;

e) 20.

33. (FGV/Pref. Boa Vista/2018) O piso do pátio da escola será pintado com tinta antiderrapante. Na quinta-feira os operários realizaram a quarta parte do trabalho e, na sexta-feira, pintaram a terça parte do restante.

A fração do trabalho que ficou para a semana seguinte foi:

a) 1/2;

b) 1/3;

c) 2/3;

d) 3/4;

e) 5/6.

34. (FGV/Pref. Salvador/2017) Uma piscina infantil contém 1000 litros de água. Devido a um pequeno vazamento, a cada dia, um décimo da quantidade de água existente na piscina no início do dia é perdido. Se nenhuma água adicional é retirada ou colocada na piscina, ao fim de três dias, o volume de água na piscina será de

a) 700 litros.

b) 710 litros.

c) 729 litros.

d) 732 litros.

e) 744 litros.

35. (FGV/TJ PI/2015) Francisco vendeu seu carro e, do valor recebido, usou a quarta parte para pagar dívidas, ficando então com R$ 21.600,00. Francisco vendeu seu carro por:

a) R$ 27.600,00;

b) R$ 28.400,00;

c) R$ 28.800,00;

d) R$ 29.200,00;

e) R$ 29.400,00.

36. (FGV/TJ PI/2015) Em uma determinada empresa, metade de seus funcionários vai para casa de ônibus, um quinto vai de carro, um oitavo vai de bicicleta e os demais vão a pé.

A fração dos funcionários que vai para casa a pé equivale a:

a) $\frac{4}{5}$;

b) $\frac{3}{15}$;

c) $\frac{7}{15}$;

d) $\frac{3}{40}$;

e) $\frac{7}{40}$;

37. (FGV/SEDUC AM/2014) Se $\frac{3}{5}$ de uma dúzia de bananas vale tanto quanto quatro maçãs, então $\frac{1}{3}$ de cinco maçãs vale tanto quanto

a) uma banana.

b) duas bananas.

c) três bananas.

d) quatro bananas.

e) cinco bananas.

38.(FGV/ALERO/2018) João recebeu seu salário e fez três gastos sucessivos. Primeiro, gastou a terça parte do que recebeu, depois gastou a quarta parte do restante e, em seguida, gastou dois quintos do restante. A quantia que restou do salário de João é representada pela fração

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{5}$

e) $\frac{3}{10}$

39.(FGV/IBGE/2016) Um segmento de reta de comprimento C é dividido em cinco partes iguais, e a segunda e a quarta partes são retiradas. A seguir, cada uma das partes restantes é também dividida em cinco partes iguais, e as segundas e as quartas partes são retiradas. A soma dos comprimentos das partes restantes é:

a) $\frac{9C}{25}$;

b) $\frac{8C}{25}$;

c) $\frac{6C}{25}$;

d) $\frac{4C}{25}$;

e) $\frac{3C}{25}$;

VUNESP

40.(VUNESP/AVAREPREV/2020) João gasta $\frac{3}{4}$ do seu salário em alimentação e aluguel e economiza $\frac{1}{3}$ do restante. A fração que indica o quanto João economiza do seu salário é

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{12}$

d) $\frac{2}{12}$

41.(VUNESP/CODEN/2021) Das pessoas de uma comunidade que participaram de uma pesquisa, apenas $\frac{3}{8}$ concluíram o ensino médio. Entre as pessoas que não concluíram o ensino médio, somente $\frac{1}{4}$ concluiu o ensino fundamental, o que corresponde a 180 pessoas. O número total de pessoas entrevistadas foi

a) 750 pessoas.

b) 875 pessoas.

c) 1 152 pessoas.

d) 1 248 pessoas.

e) 1 450 pessoas.

42. (VUNESP/CODEN/2021) Um comércio tem 4 atendentes e, em determinado dia, foi realizada certa quantidade de vendas, das quais, Maria realizou um quinto dessa quantidade, Renato realizou um terço dessa quantidade, Rosa realizou um sétimo das vendas não realizadas por Maria e não realizadas por Renato, e Nelson realizou o restante das vendas, o que correspondeu a 18 vendas. O número de vendas realizadas por Renato foi

a) 18.

b) 15.

c) 12.

d) 9.

e) 6.

43.(VUNESP/Pref. Cananéia/2020) Do número total de questões de uma prova de certo concurso, Isa acertou $\frac{5}{6}$ e Ana acertou $\frac{3}{5}$. Se Isa acertou 14 questões a mais que Ana, então o número de questões que Ana acertou é

a) 50.

b) 46.

c) 40.

d) 36.

e) 30.

44. (VUNESP/Pref. Peruíbe/2019) Para uma atividade recreativa, os alunos tinham que levar palitos de sorvete. Ana e Bia levaram, juntas, 108 palitos, sendo que o número de palitos levados por Ana era igual a $\frac{4}{5}$ do número de palitos levados por Bia. O número de palitos que Bia levou a mais do que Ana foi

a) 8.

b) 10.

c) 12.

d) 14.

e) 16.

45. (VUNESP/Pref. Cerquilho/2019) Em uma empresa, apenas $\frac{1}{5}$ dos funcionários tem ensino superior completo. Além disso, da parcela que não concluiu o ensino superior, $\frac{2}{3}$ não têm o ensino médio completo, o que corresponde a 40 funcionários. O número de funcionários que concluíram o ensino superior é igual a

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 20.

e) 25.

46.(VUNESP/CM Orlândia/2019) Um motorista foi da cidade A até a cidade D, passando pelas cidades B e C, conforme o trajeto indicado na figura.

Sabe-se que, quando chegou à cidade B, ele já havia percorrido $\frac{2}{5}$ do trajeto total e que, quando chegou à cidade C, já havia percorrido $\frac{3}{4}$ do trajeto total. Se a distância entre as cidades B e C é de 35 km, então a distância total percorrida pelo motorista nesse trajeto foi de

a) 90 km.

b) 100 km.

c) 110 km.

d) 120 km.

e) 140 km.

GABARITO

Frações

1.ERRADO
2. CERTO
3. CERTO
4. LETRA E
5. LETRA B
6. CERTO
7. ERRADO
8. ERRADO
9. CERTO
10. CERTO
11.LETRA C
12. LETRA D
13. LETRA B
14. LETRA A
15. LETRA C
16. LETRA C
17. LETRA C
18. LETRA D
19. LETRA D
20. LETRA B
21.LETRA A
22. LETRA A
23. LETRA C
24. LETRA D
25. LETRA B
26. LETRA B
27. LETRA B
28. LETRA C
29. LETRA A
30. LETRA B
31.LETRA B
32. LETRA C
33. LETRA A
34. LETRA C
35. LETRA C
36. LETRA E
37. LETRA C
38. LETRA E
39. LETRA A
40.LETRA C
41. LETRA C
42. LETRA B
43. LETRA D
44. LETRA C
45. LETRA C
46. LETRA B

Lista de Questões

Razão e proporção

CEBRASPE

1.(CESPE/ANAC/2009) Acerca de grandezas proporcionais e de juros, julgue o item a seguir.

Se, em uma aula de dança, houver 45 pessoas, entre moças e rapazes, e se a razão entre o número de moças e o número de rapazes for igual a $\frac{5}{4}$, então 8 moças ficarão sem par.

2.(CESPE/MEC/2009) Considere que uma empresa tenha contratado N pessoas para preencher vagas em 2 cargos; que o salário mensal de um dos cargos seja de R$ 2.000,00 e o do outro seja de R$ 2.800,00 e que o gasto mensal para pagar os salários dessas pessoas seja de R$ 34.000,00. A partir dessas considerações, julgue o item subsequente.

Se o gasto mensal, em reais, com os contratados para o cargo com salário mensal de R$ 2.000,00 estiver para 3, assim como o gasto mensal, em reais, com os contratados para o cargo com salário mensal de R$ 2.800,00 está para 14, então o número de contratados para estes 2 cargos será superior a 12.

3. (CESPE/PM AL/2017) Em um tanque A, há uma mistura homogênea de 240 L de gasolina e 60 L de álcool; em outro tanque B, 150 L de gasolina estão misturados homogeneamente com 50 L de álcool.

A respeito dessas misturas, julgue o item subsequente.

Para que a proporção álcool/gasolina no tanque A fique igual à do tanque B é suficiente acrescentar no tanque A uma quantidade de álcool que é inferior a 25 L.

4.(CESPE/STM/2011) Determinado órgão promoveu concurso público para provimento de vagas de um cargo de nível médio e um de nível superior. As remunerações mensais dos cargos de nível médio e de nível superior eram números diretamente proporcionais a 2 e 3; e a remuneração mensal do cargo de nível médio era R$ 3.000,00 menor que a remuneração do cargo de nível superior.

A respeito dessa situação, julgue o item que se segue.

A soma das remunerações mensais dos 2 cargos é superior a R$ 16.000,00.

5. (CESPE/STM/2011) Carlos e Paulo são funcionários de uma empresa e seus salários brutos mensais, em reais, são diretamente proporcionais aos números 3 e 5. Além disso, o salário de Paulo supera o salário de Carlos em R$ 2.640,00.

Com base nessa situação, julgue o item a seguir.

A soma dos salários de Carlos e Paulo é igual a R$ 10.560,00.

CESGRANRIO

6.(CESGRANRIO/BR/2013) Carlos foi de ônibus de casa para o trabalho, e a viagem demorou 54 minutos. Na volta, pegou o metrô, e o tempo de viagem foi reduzido em 12 minutos. Nesse dia, qual foi a razão entre os tempos gastos por Carlos para ir ao trabalho e dele voltar, nessa ordem?

a) $\frac{9}{7}$

b) $\frac{8}{7}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) $\frac{9}{2}$

7.(CESGRANRIO/FINEP/2014) Maria tinha 450 mL de tinta vermelha e 750 mL de tinta branca. Para fazer tinta rosa, ela misturou certa quantidade de tinta branca com os 450 mL de tinta vermelha na proporção de duas partes de tinta vermelha para três partes de tinta branca.

Feita a mistura, quantos mL de tinta branca sobraram?

a) 75

b) 125

c) 175

d) 375

e) 675

8.(CESGRANRIO/BR/2013) Um pipoqueiro observou que, de cada 12 saquinhos de pipoca que vendia, 5 eram de pipoca salgada e os restantes, de pipoca doce.

Considerando-se essa proporção, se ele vender 96 saquinhos de pipoca, quantos serão de pipoca doce?

a) 8

b) 20

c) 40

d) 48

e) 56

9.(CESGRANRIO/BR/2013) Com a expansão do setor hoteleiro no Rio de Janeiro, novos postos de trabalho serão criados. Estima-se que, de cada 7 novas vagas, 4 serão no setor de alimentação (garçons, copeiras, cozinheiros, por exemplo), e 3, para camareiras.

Considerando-se essa proporção, um hotel que contratar 24 camareiras contratará, também, quantos profissionais para o setor de alimentação?

a) 18

b) 26

c) 30

d) 32

e) 36

10. (CESGRANRIO/BR/2015) Uma empresa substituiu seus monitores antigos no formato fullscreen, cuja proporção entre a largura e a altura da tela é de 4:3, por monitores novos no formato widescreen, com proporção entre largura e altura dada por 16:9. Os monitores novos e antigos têm a mesma altura.

A razão entre a largura do modelo novo e a largura do modelo antigo é dada por

a) 1:4

b) 3:4

c) 4:3

d) 4:9

e) 9:4

11.(CESGRANRIO/BB/2012) Numa pesquisa sobre acesso à internet, três em cada quatro homens e duas em cada três mulheres responderam que acessam a rede diariamente. A razão entre o número de mulheres e de homens participantes dessa pesquisa é, nessa ordem, igual a $\frac{1}{2}$.

Que fração do total de entrevistados corresponde àqueles que responderam que acessam a rede todos os dias?

a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{8}{11}$

c) $\frac{13}{18}$

d) $\frac{17}{24}$

e) $\frac{25}{36}$

FCC

12.(FCC/ALAP/2020) Para fazer um refresco de maracujá utiliza-se uma parte de suco de maracujá concentrado e três partes de água. Assim, a fim de obter 20 L de refresco de maracujá, além do suco concentrado, o número necessário de garrafas de 1,5 L de água é

a) 7

b) 9

c) 8

d) 10

e) 6

13.(FCC/TRT 12/2013) Fincadas na areia de uma praia estão pranchas de *surf* e de *bodyboard*, na razão de 7 para 4. Sabendo que são 24 pranchas de surf a mais que as de *bodyboard*, o número total dessas pranchas fincadas na areia é igual a

a) 62.

b) 48.

c) 12.

d) 88.

e) 27.

14. (FCC/SABESP/2019) Eduardo tem uma coleção de 2.100 selos entre nacionais e estrangeiros. Se para cada 5 selos nacionais ele tem 2 selos estrangeiros, então a diferença entre o número de selos nacionais e o número de selos estrangeiros é

a) 630.

b) 1.050.

c) 820.

d) 900.

e) 700.

15.(FCC/METRO SP/2019) Em uma livraria, a cada 12 clientes que compram livros em português, 7 clientes compram livros em língua estrangeira, sendo que nenhum cliente compra livros em mais de uma língua. Certo dia, o número de clientes que compraram livros em língua estrangeira foi 190 a menos do que o número de clientes que compraram livros em português. O número de clientes que, nesse dia, fizeram compra de livros, foi:

a) 488.

b) 599.

c) 611.

d) 722.

e) 833.

16. (FCC/TRT 6/2018) Em uma empresa, no ano de 2005, o total de funcionários era 100, e a razão entre o número de homens e o número de mulheres era $\frac{7}{3}$. De 2005 até 2010 nenhum funcionário se desligou da empresa e foram feitas contratações de modo a duplicar o número total de funcionários. Após essas contratações a razão, que era $\frac{7}{3}$, passou a ser $\frac{3}{2}$. Desse modo, é correto concluir que a razão entre o número de homens contratados e o número de mulheres contratadas, nesse período, foi

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{2}{1}$

d) $\frac{1}{1}$

e) $\frac{4}{5}$

17. (FCC/CM Fortaleza/2019) Aldo, Bento e Chico são donos de um imóvel em sociedade. Aldo é proprietário de $\frac{1}{3}$ do imóvel, Bento é proprietário de $\frac{1}{4}$ do imóvel e Chico é proprietário da fração restante. Chico decidiu sair da sociedade e vendeu sua parte aos outros dois sócios de modo que, após a venda, a proporção entre a parte do imóvel de propriedade de Aldo em relação à parte do imóvel de propriedade de Bento se mantivesse igual à mesma proporção de antes da venda. Assim, a proporção do imóvel que Chico vendeu a Aldo foi de

a) $\frac{5}{24}$

b) $\frac{5}{21}$

c) $\frac{5}{36}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{1}{3}$

FGV

18.(FGV/IBGE/2017) Uma equipe de trabalhadores de determinada empresa tem o mesmo número de mulheres e de homens. Certa manhã, $\frac{3}{4}$ das mulheres e $\frac{2}{3}$ dos homens dessa equipe saíram para um atendimento externo.

Desses que foram para o atendimento externo, a fração de mulheres é:

a) $\frac{3}{4}$;

b) $\frac{8}{9}$;

c) $\frac{5}{7}$;

d) $\frac{8}{13}$;

e) $\frac{9}{17}$.

19.(FGV/IBGE/2017) Na equipe de Mário há 6 mulheres a mais do que homens. Sabendo que essa equipe tem ao todo 60 membros, a razão do número de mulheres para o número de homens é:

a) $\frac{6}{5}$;

b) $\frac{5}{4}$;

c) $\frac{3}{5}$;

d) $\frac{20}{11}$;

e) $\frac{11}{9}$.

20. (FGV/Pref. Salvador/2017) Uma árvore é 4 m mais alta do que outra árvore. As alturas das duas árvores estão na razão $\frac{2}{3}$.

A árvore mais alta mede

a) 6 m.

b) 8 m.

c) 9 m.

d) 12 m.

e) 15 m.

21. (FGV/Pref. Osasco/2014) Em uma equipe operacional com 24 membros, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é $\frac{3}{5}$.

Nessa equipe, o número de homens a mais do que o de mulheres é de:

a) 3;

b) 4;

c) 5;

d) 6;

e) 8.

22.(FGV/PM SP/2021) Em um grupo de N pessoas, há 12 homens a mais do que mulheres. Retirando-se 6 homens desse grupo, a razão entre o número de homens e o número de mulheres passa a ser de $\frac{7}{5}$.

O valor de N é

a) 36.

b) 42.

c) 45.

d) 48.

e) 54.

23.(FGV/MRE/2016) Em uma reunião, as únicas pessoas presentes são políticos de três partidos: PA, PB e PC. Para cada três políticos do partido PA há dois políticos do partido PB e, para cada cinco políticos do partido PB, há quatro políticos do partido PC. Nessa reunião, a razão entre o número de políticos do partido PB e o número total de políticos é:

a) $\frac{10}{33}$.

b) $\frac{11}{34}$.

c) $\frac{12}{35}$.

d) $\frac{13}{36}$.

e) $\frac{14}{37}$.

24. (FGV/PGE RO/2015) Duas urnas contêm apenas bolas brancas e bolas pretas. Na primeira urna, há 240 bolas e, para cada 5 bolas brancas, há 7 bolas pretas. Na segunda, há 280 bolas e, para cada 5 bolas brancas, há 9 bolas pretas. Considerando-se todas as bolas das duas urnas, para cada 5 bolas brancas, há:

a) 8 bolas pretas;

b) 10 bolas pretas;

c) 12 bolas pretas;

d) 14 bolas pretas;

e) 16 bolas pretas.

25. (FGV/MPE RJ/2016) O carro de Joana faz 15 km por litro de gasolina e o carro de Laura faz 10 km por litro de gasolina. Joana e Laura percorreram exatamente a mesma distância em quilômetros com seus respectivos carros. No total, a razão entre quilômetros percorridos e o número de litros de gasolina gastos pelas duas foi igual a:

a) 11,5;

b) 12,0;

c) 12,5;

d) 13,0;

e) 13,5.

26. (FGV/TJ PI/2015) Em uma urna há somente bolas brancas, bolas pretas e bolas vermelhas. Para cada bola branca há três bolas pretas e para cada duas bolas pretas há cinco bolas vermelhas. A razão entre a quantidade de bolas pretas e a quantidade total de bolas na urna é:

a) $\frac{3}{10}$;

b) $\frac{4}{19}$;

c) $\frac{5}{21}$;

d) $\frac{6}{23}$;

e) $\frac{7}{25}$;

27. (FGV/TCE-BA/2014) Em uma sala há advogados, juízes e desembargadores, e apenas eles. Para cada dois desembargadores há três juízes e para cada quatro juízes há sete advogados.

A razão entre a quantidade de juízes e a quantidade total de pessoas na sala é

a) $\frac{11}{39}$

b) $\frac{12}{41}$

c) $\frac{14}{43}$

d) $\frac{13}{45}$

e) $\frac{15}{47}$

VUNESP

28.(VUNESP/Pref Olímpia/2019) Em um determinado posto de atendimento ao público, há 2 filas de espera, uma para atendimento preferencial e outra para atendimento não preferencial. Na fila para atendimento não preferencial, há 45 pessoas. Sabendo que a razão entre o número de pessoas na fila para atendimento preferencial e o número de pessoas na fila para atendimento não preferencial é $\frac{2}{5}$, então o número de pessoas na fila para atendimento preferencial é

a) 16.

b) 18.

c) 20.

d) 22.

e) 24.

29.(VUNESP/CODEN/2021) Em certa empresa, os funcionários têm, pelo menos, o ensino médio completo e sabe-se que, para cada funcionário com ensino superior completo, existem quatro funcionários com somente o ensino médio completo. Se nessa empresa trabalham, ao todo, 160 funcionários, então a diferença entre o número de funcionários com somente o ensino médio completo e o número de funcionários com o ensino superior completo é igual a

a) 80.

b) 88.

c) 96.

d) 104.

30. (VUNESP/FITO/2020) Em um grupo de amigos, o número de casados supera o número de não casados em 3 pessoas. Sabendo-se que a razão entre os números de não casados e casados é $\frac{3}{4}$, o número de pessoas nesse grupo é igual a

a) 14.

b) 21.

c) 28.

d) 35.

e) 42.

31. (VUNESP/FITO/2020) Sobre os 1 430 candidatos que prestaram a última fase de um concurso, sabe-se que a razão entre o número de aprovados e o número de não aprovados é $\frac{4}{7}$. O número de candidatos aprovados nessa fase do concurso é

a) 520.

b) 530.

c) 540.

d) 550.

e) 560.

32. (VUNESP/FITO/2020) Para a fabricação de um produto líquido, utiliza-se uma matéria prima que é comprada ao preço de R$ 15,00 o litro, e sabe-se que, com 10 litros dessa matéria prima, são fabricados 70 litros desse produto, que é vendido a R$ 5,00, o litro. Certo dia, o valor obtido com a venda desse produto foi de R$ 1.120,00. Logo, o valor gasto com a matéria prima correspondente à fabricação da quantidade de litros vendidos, nesse dia, foi de

a) R$ 435,00.

b) R$ 450,00.

c) R$ 465,00.

d) R$ 480,00.

e) R$ 495,00.

33.(VUNESP/TJ SP/2013) Em um dia de muita chuva e trânsito caótico, $\frac{2}{5}$ dos alunos de certa escola chegaram atrasados, sendo que $\frac{1}{4}$ dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso. Sabendo que todos os demais alunos chegaram no horário, pode-se afirmar que nesse dia, nessa escola, a razão entre o número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso e o número de alunos que chegaram no horário, nessa ordem, foi de

a) 2:3.

b) 1:3.

c) 1:6.

d) 3:4.

e) 2:5.

34. (VUNESP/TJ SP/2015) Uma verba total de R$ 1,5 milhão foi aplicada na realização de dois projetos, A e B. Sabendo-se que a razão entre a parte aplicada no projeto A e a parte aplicada no projeto B, nessa

ordem, pode ser representada pelo número 1,4, é correto afirmar que no projeto B, quando comparado ao projeto A, foram aplicados

a) R$ 600 mil a mais.

b) R$ 250 mil a menos.

c) R$ 600 mil a menos.

d) R$ 425 mil a menos.

e) R$ 250 mil a mais.

35.(VUNESP/TJ SP/2009) Uma dívida será paga em 20 parcelas mensais fixas e iguais, sendo que, hoje, o valor de cada parcela representa 1/4 do salário líquido mensal do devedor. Hoje, o salário líquido mensal do devedor representa, do valor total da dívida,

a) 1/10.

b) 1/9.

c) 1/8.

d) 1/7.

e) 1/5.

36. (VUNESP/TJ SP/2009) No tanque completamente vazio de um carro bicombustível, foram colocados 9 litros de gasolina e 15 litros de álcool. Num segundo momento, sem que o carro tivesse saído do posto, foram colocados mais alguns litros de álcool, e a razão entre o número de litros de álcool e o número de litros de gasolina contidos no tanque passou a ser de 3 para 1. O número de litros de álcool colocados nesse segundo momento foi

a) 8.

b) 9.

c) 12.

d) 15.

e) 16.

37. (VUNESP/Pref. SJC/2019) Em abril de 2019, foi publicada a seguinte notícia em alguns jornais eletrônicos:

Dois em cada três hotéis vazam dados pessoais de hospedes.

Considerando-se verdadeira essa informação, é correto afirmar que

a) o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes é o dobro do número de hotéis que não vazam esses dados.

b) a razão entre o número de hotéis que não vazam dados pessoais de hospedes e o número de hotéis que vazam esses dados é 1/3.

c) o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes é 2/3 do número de hotéis que não vazam esses dados.

d) a razão entre o número de hotéis que não vazam dados pessoais de hospedes e o número total de hotéis é 3/5.

e) o número de hotéis que vazam dados pessoais de hospedes é 3/4 do número de hotéis que não vazam esses dados.

38. (VUNESP/CM Nova Odessa/2018) Em um concurso público, estavam sendo avaliados somente candidatos para os cargos A ou B. Nesse concurso, cada candidato poderia fazer inscrição para apenas um desses cargos, e sabe-se que a razão entre os números de candidatos inscritos aos cargos A e B, nessa ordem, é igual a 0,2. Sendo assim, o número de candidatos inscritos ao cargo B corresponde, do número total de candidatos inscritos, a

a) 3/4

b) 4/5

c) 5/6

d) 7/8

e) 8/9

39. (VUNESP/PAULIPREV/2018) Um casal tem dois filhos, Cláudio e Marisa. A razão entre as idades do pai e do filho e a razão entre as idades da mãe e da filha são proporcionais. Sendo a idade do pai 48, da mãe 42 e do filho 18 anos, a idade de Marisa está entre

a) 12 e 13 anos.

b) 13 e 14 anos.

c) 14 e 15 anos.

d) 15 e 16 anos.

e) 16 e 17 anos

Gabarito

Razão e proporção

1. ERRADO	**10.** LETRA C	**19.** LETRA E
2. CERTO	**11.** LETRA C	**20.** LETRA D
3. CERTO	**12.**LETRA D	**21.** LETRA D
4. ERRADO	**13.** LETRA D	**22.** LETRA B
5. CERTO	**14.** LETRA D	**23.** LETRA A
6.LETRA A	**15.** LETRA D	**24.** LETRA A
7. LETRA A	**16.** LETRA D	**25.** LETRA B
8. LETRA E	**17.** LETRA B	**26.** LETRA D
9. LETRA D	**18.**LETRA E	**27.** LETRA B
28.LETRA B	**32.** LETRA D	**36.** LETRA C
29. LETRA C	**33.** LETRA C	**37.** LETRA A
30. LETRA B	**34.** LETRA B	**38.** LETRA C
31. LETRA A	**35.** LETRA E	**39.** LETRA D

Lista de Questões

Proporcionalidade

CEBRASPE

1.(CESPE/TRT 17/2009) Sabendo-se que velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais, é correto afirmar que aumentando-se em 25% a velocidade de digitação de um texto, o tempo necessário para se digitar esse texto fica reduzido em 20%.

2. (CESPE/IBAMA/2012) Um órgão de controle, ao aplicar sanções contra empresas petroleiras cujas atividades resultem em agressão ao meio ambiente, determina o valor da multa, em reais, de modo proporcional ao volume de petróleo derramado, em barris, ao tempo de duração do derramamento, em semanas, e à área da região afetada, em quilômetros quadrados. Assim, se determinada empresa petroleira deixar vazar, por três semanas, quatro mil barris de petróleo bruto, causando a contaminação de 950 km2 de superfície marítima, será, em decorrência disso, multada em R$ 5.000.000,00. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

Caso, depois de estancado um vazamento, o petróleo derramado avance por uma área correspondente a 10% da área inicialmente afetada, o valor da multa recebida pela empresa aumentará 10% em relação ao valor que seria estabelecido no momento do estanque.

Texto para as próximas questões

O valor do prêmio dos seguros de vida vendidos por determinada seguradora foi determinado de modo diretamente proporcional ao produto da idade, em anos, do segurado pela quantia, em reais, segurada, sendo a constante da proporcionalidade a mesma para todos os seguros de vida. Os valores do prêmio dos clientes são reajustados na data de seu aniversário. O prêmio mensal do seguro no valor de R$ 30.000,00 de determinado cliente, por exemplo, passou, a partir do momento que ele completou 30 anos de idade, a ser de R$ 30,00. Com base nessas informações, julgue os itens abaixo.

3.(CESPE/TJ RR/2012) O valor do prêmio mensal para um cliente de 70 anos de idade que deseje segurar a quantia de R$ 100.000,00 será superior a R$ 200,00.

4.(CESPE/TJ RR/2012) Quando o referido cliente completar 31 anos de idade, o aumento do valor do prêmio mensal de seu seguro, considerando-se a quantia de R$ 30.000,00, será superior a 5%.

5.(CESPE/TJ RR/2012) A quantia segurada por um cliente de 45 anos de idade que paga um prêmio mensal de R$ 100,00 é superior a R$ 100.000,00.

6. (CESPE/Pref. São Cristóvão/2019) Há cinco anos, João, Paulo e Miguel se associaram para montar uma lanchonete. João entrou com R$ 80.000; Paulo, com R$ 120.000; e Miguel, com R$ 200.000. A lanchonete foi vendida, hoje, por R$ 3.200.000 e essa quantia foi dividida entre os três de forma diretamente proporcional aos valores que cada um investiu.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

João recebeu menos de R$ 700.000.

7.(CESPE/CAGE RS/2018) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos.

Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

a) 9.340, 11.340 e 21.340.

b) 10.080, 11.760 e 20.160.

c) 11.920, 13.240 e 22.840.

d) 2.660, 2.660 e 2.660.

e) 1.920, 2.240 e 3.840.

8.(CESPE/BNB/2018) No item a seguir é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, divisão proporcional, média e porcentagem.

Vilma, Marta e Cláudia trabalham em uma mesma agência bancária. Vilma está nesse emprego há 5 anos, Marta, há 7 anos e Cláudia, há 12 anos. Para premiar a eficiência dessas funcionárias, a direção do banco concedeu-lhes uma bonificação de R$ 12.000, que deverão ser divididos entre as três, de forma diretamente proporcional aos respectivos tempos de serviço.

Nesse caso, Vilma receberá mais de R$ 3.000 de bonificação.

9.(CESPE/IFF/2018) A quantia de R$ 360.000 deverá ser repassada às escolas A, B e C para complemento da merenda escolar. A distribuição será em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola. Sabe-se que a escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B e que a escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B. Nesse caso, a escola A deverá receber

a) R$ 140.000.

b) R$ 144.000.

c) R$ 168.000.

d) R$ 192.000.

e) R$ 216.000.

10.(CESPE/CBM AL/2017) Um tanque contém 256 L de gasolina pura. Do tanque foram retirados 64 L de gasolina e acrescentados 64 L de álcool. Depois de homogeneizada essa mistura, foram retirados 64 L e acrescentados outros 64 L de álcool.

Com relação a esse procedimento, julgue o próximo item.

No final desse processo, se for possível separar as substâncias álcool e gasolina da mistura que está no tanque, serão encontrados mais de 140 L de gasolina pura.

CESGRANRIO

11.(CESGRANRIO/ANP/2016) Uma determinada solução é a mistura de 3 substâncias, representadas pelas letras P, Q e R. Uma certa quantidade dessa solução foi produzida, e sua massa é igual à soma das massas das três substâncias P, Q e R, usadas para compô-la. As massas das substâncias P, Q e R dividem a massa da solução em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7, respectivamente.

A que fração da massa da solução produzida corresponde a soma das massas das substâncias P e Q utilizadas na produção?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{12}{35}$

d) $\frac{8}{15}$

e) $\frac{10}{21}$

12. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Uma herança no valor de R$ 168.000,00 foi dividida entre quatro irmãos em partes diretamente proporcionais às suas respectivas idades. Se as idades, em número de anos, são 32, 30, 27 e 23, a parte que coube ao mais novo dos irmãos é, em reais, igual a

a) 23.000

b) 27.600

c) 28.750

d) 32.200

e) 34.500

13.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) João tem uma caixa que contém 30 bolas, sendo 9 azuis, 15 vermelhas e 6 amarelas. Mário tem uma caixa que contém 50 bolas coloridas. Considerando a proporção de cores e bolas existentes na caixa de João, tem-se que a caixa de Mario contém bolas azuis, vermelhas e amarelas nas respectivas quantidades

a) 10, 15 e 25.

b) 10, 25 e 15.

c) 15, 25 e 10.

d) 25, 10 e 15.

e) 25, 15 e 10.

14. (CESGRANRIO/BB/2015) Aldo, Baldo e Caldo resolvem fazer um bolão para um concurso da Mega-Sena. Aldo contribui com 12 bilhetes, Baldo, com 15 bilhetes e Caldo, com 9 bilhetes. Eles combinaram que, se um dos bilhetes do bolão fosse sorteado, o prêmio seria dividido entre os três proporcionalmente à quantidade de bilhetes com que cada um contribuiu. Caldo também fez uma aposta fora do bolão e, na data do sorteio, houve 2 bilhetes ganhadores, sendo um deles o da aposta individual de Caldo, e o outro, um dos bilhetes do bolão.

Qual a razão entre a quantia total que Caldo recebeu e a quantia que Baldo recebeu?

a) 0,8

b) 1,5

c) 2

d) 2,5

e) 3

15. (CESGRANRIO/EPE/2014) Os catadores de uma cooperativa recolheram 14.000 latas de alumínio. Essas latas eram, exclusivamente, de cerveja, de sucos ou de refrigerantes. De cada 5 latas recolhidas, 2 eram de cerveja e, para cada 7 latas de refrigerantes, havia 3 latas de suco.

Do total de latas recolhidas pelos catadores, quantas eram de suco?

a) 2.000

b) 2.520

c) 2.800

d) 5.600

e) 5.880

16.(CESGRANRIO/BASA/2015) Em uma empresa, o total de descontos que incidem sobre o salário bruto de cada funcionário é proporcional ao valor desse mesmo salário bruto. Um funcionário F_1 tem salário líquido igual a S_1, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_1 reais. Um funcionário F_2 tem salário líquido igual a S_2, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_2 reais.

O total de descontos x_2 é tal que

a) $x_2 = \frac{S_1+x_1}{S_2+x_2} \cdot x_1$.

b) $x_2 = \frac{S_2+x_2}{S_1+x_1} \, . (x_1 + x_2)$.

c) $x_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot x_1$.

d) $x_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot x_1$.

e) $x_2 = \frac{S_1+x_1}{S_2+x_2} \, . (x_1 + x_2)$.

17.(CESGRANRIO/ANP/2016) Considere um gás ideal que passa por uma transformação durante a qual sua pressão e o volume que ocupa podem variar, mas sua temperatura é sempre mantida constante. A Lei de Boyle-Mariotte garante que, nessas circunstâncias, o produto entre a pressão P e o volume V ocupado pelo gás é constante. Quando o gás considerado ocupa o volume correspondente a 18ml, a sua pressão é de 3 atm (atmosferas).

Se a medida do volume ocupado pelo gás for de 2,25ml, então, sua pressão, em atmosferas, medirá

a) 33,75

b) 31,50

c) 24,00

d) 13,50

e) 12,00

18. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) A Figura mostra duas rodas dentadas que estão acopladas. Sabe-se que, nessa situação, o número de dentes é inversamente proporcional ao número de voltas dadas por cada roda dentada.

Quando a menor roda (com 6 dentes) der 108 voltas completas, a maior (com 9 dentes) dará um número de voltas completas igual a

a) 18

b) 54

c) 72

d) 162

e) 216

19. (CESGRANRIO/BR/2012) Seja P uma grandeza diretamente proporcional a Q e inversamente proporcional a R. Sabe-se que P vale 2 quando Q vale $\frac{2}{7}$ e R vale $\frac{9}{14}$.

Quanto vale P quando Q vale $\sqrt{80}$ e R vale $\sqrt{180}$?

a) 3.

b) 2.

c) $\sqrt{2}$.

d) $\frac{1}{2}$.

e) $\frac{1}{3}$.

20. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2014) Aldo e Baldo foram a uma pizzaria sem dinheiro algum e combinaram com o gerente que pagariam o que consumissem lavando pratos. Aldo consumiu R$ 62,00 e Baldo consumiu R$ 93,00. Aldo era rápido na lavagem dos pratos e, a cada 5 pratos que Baldo lavava, Aldo lavava 7 pratos. Ao fim do serviço, Aldo e Baldo discutiram porque Aldo disse sentir-se injustiçado, visto que o justo teria sido dividirem a conta proporcionalmente ao consumo de cada um e de forma inversamente proporcional a quantos pratos cada um lavou.

O valor que caberia a Aldo, nos termos da divisão que ele considerou justa, em reais, corresponde a

a) 45,00

b) 50,00

c) 60,00

d) 62,00

e) 75,50

FCC

21.(FCC/Pref. Recife/2019) Sabe-se que as sequências S_1 e S_2 abaixo são diretamente proporcionais $(x > 0)$, isto é, a razão entre os elementos correspondentes das duas sequências é constante:

Sequência S_1: $\{4, x, 16, \dots\}$

Sequência S_2: $\{x, 9, y, \dots\}$

O valor de y é igual a

a) 15.

b) 9.

c) 12.

d) 6.

e) 24.

22. (FCC/IAPEN AP/2018) A quantia de R$ 900,00 foi repartida em partes diretamente proporcionais às idades de Dimitri, 5 anos, Luiz, 7 anos e Nicolas, 8 anos. Então a diferença entre as quantias que Nicolas e Luiz receberam é, em reais, de

a) 135,00.

b) 90,00.

c) 225,00.

d) 45,00.

e) 35,00.

23. (FCC/SABESP/2019) Albertina dividiu certa quantia entre seus 3 netos, um de 11 anos, um de 12 anos e outro de 14 anos, de maneira que cada neto recebeu um valor diretamente proporcional à própria idade. Se o neto mais novo recebeu R$ 33,00, então os dois netos mais velhos receberam um total de

a) R$ 71,00.

b) R$ 78,00.

c) R$ 85,00.

d) R$ 92,00.

e) R$ 99,00.

24. (FCC/TRT 11/2017) José Souza, Paulo Almeida e Claudio Prinot são três funcionários que têm que realizar, no total para os três, 72 tarefas diariamente. Cada dia eles escolhem um critério diferente para repartir as tarefas. Por exemplo, no dia de ontem eles decidiram que as 72 tarefas seriam divididas entre eles diretamente proporcional às consoantes do sobrenome de cada um. Sendo assim, ontem Paulo Almeida teve que realizar o total de tarefas igual a

a) 15.

b) 12.

c) 18.

d) 9.

e) 24

25.(FCC/Pref. SJRP/2019) Renato e Ricardo fizeram uma viagem de carro e percorreram um total de 3 552 km. Eles se revezaram na direção de maneira que, para cada 123 km que Renato dirigia, Ricardo dirigia 321 km. A distância total percorrida por Ricardo na direção do veículo foi de

a) 2.247 km.

b) 2.444 km.

c) 2.568 km.

d) 2.727 km.

e) 2.889 km.

26.(FCC/SEMA MA/2016) Aline, Beta, Clara e Débora estão montando um restaurante. Aline investiu, inicialmente, R$ 40.000,00; Beta, R$ 32.000,00; Clara, R$ 48.000,00; Débora, R$ 30.000,00. Ficou decidido que os lucros seriam divididos proporcionalmente às quantias inicialmente investidas.

Assim, se, em determinado mês, o restaurante lucrou R$ 7.500,00, a parte do lucro devida à Beta é de

a) R$ 2.400,00.

b) R$ 1.200,00.

c) R$ 3.200,00.

d) R$ 2.600,00.

e) R$ 1.600,00.

27. (FCC/SABESP/2018) Cento e quarenta tarefas anuais serão distribuídas entre 4 funcionários diretamente proporcional ao tempo de empresa de cada um. Dois dos funcionários têm 6 anos de empresa. Dos 4 funcionários, aquele que tem mais tempo de empresa possui o triplo dos anos de empresa do único funcionário dos 4 com menos de 6 anos de empresa. Se a média aritmética simples dos anos de empresa dos 4 funcionários é de 7 anos, o funcionário com mais anos de empresa receberá a quantidade de tarefas anuais igual a

a) 65

b) 64

c) 58

d) 66

e) 60

28. (FCC/SABESP/2018) Quarenta e uma tarefas devem ser distribuídas entre Ana, Bruna, Célia e Débora para que realizem ao longo de uma semana de trabalho.

Sabendo-se que funcionárias mais experientes são mais rápidas na realização das tarefas, o número de tarefas que cada funcionária receberá será diretamente proporcional ao número de anos que ela trabalha na empresa. Das quatro funcionárias, Ana é a que possui menos anos de empresa, o que corresponde a $\frac{2}{5}$ dos anos de trabalho de Débora, que é a mais antiga na empresa. Célia tem 2 anos a menos de empresa do que Débora, e Bruna tem 1 ano a mais de empresa do que Ana. Se a média de anos de empresa das quatro funcionárias é igual a 10,25 anos, então, do total de tarefas que serão distribuídas entre as quatro funcionárias, Ana receberá

a) $\frac{15}{41}$.

b) $\frac{3}{41}$.

c) $\frac{3}{20}$.

d) $\frac{6}{41}$.

e) $\frac{1}{5}$.

29. (FCC/METRO SP/2019) As 3 estações de maior movimento em uma cidade são X, Y e Z. Pela estação X passam 20.136 pessoas por dia e pela estação Z passam, por dia, 6.712 pessoas a mais do que pela estação Y. Serão contratados 18 agentes para trabalhar nessas estações, que serão distribuídos entre as estações de forma diretamente proporcional ao número de pessoas que passam por dia em cada estação. Sabendo que a estação X receberá 6 agentes, o número de passageiros que passam pela estação Z, por dia, é:

a) 23.492.

b) 23.832.

c) 24.560.

d) 24.724.

e) 25.250.

30. (FCC/SEFAZ BA/2019) Certa empresa de tecnologia foi criada a partir do aporte de capital investido por três sócios. O sócio B participou com o dobro do sócio A, enquanto o sócio C participou com a metade do investido pelo sócio A. Na partilha do lucro de 525 mil reais, proporcionalmente ao que cada um investiu, o sócio A receberia o valor de, em mil reais,

a) 140.

b) 150.

c) 210.

d) 250.

e) 280

FGV

31.(FGV/PM SP/2021) Em certa cidade, verificou-se que a quantidade de assaltos ocorridos em cada mês era inversamente proporcional ao número de policiais presentes no patrulhamento das ruas nesse mês.

Sabe-se que, em abril, 400 policiais estiveram presentes no patrulhamento e 30 assaltos ocorreram, e que, em maio, o número de assaltos caiu para 24.

O número de policiais que estiveram presentes no patrulhamento no mês de maio foi

a) 320.

b) 360.

c) 420.

d) 460.

e) 500.

32.(FGV/CODEMIG/2015) Pela falta de energia, no dia 01 de junho todos os geradores de energia elétrica de uma fábrica foram ligados e o estoque de combustível que a fábrica possuía permitiria manter os geradores funcionando por 30 dias. Entretanto, depois de 10 dias de funcionamento de todos os geradores, a metade deles foi desligada.

O combustível restante permitiu que os outros geradores continuassem a funcionar até o dia:

a) 10 de julho;

b) 15 de julho;

c) 20 de julho;

d) 25 de julho;

e) 30 de julho.

33.(FGV/Pref. Paulínia/2016) A força do vento sobre a vela de um veleiro varia diretamente proporcional à área da vela e ao quadrado da velocidade do vento.

Considere que a força exercida pelo vento a 25 km/h sobre uma área de 1 m^2 seja de 10 libras.

Quando a força sobre uma área de 16 m^2 é de 40 libras, a velocidade do vento, em km/h, é de

a) 6,25.

b) 8,0.

c) 12,5.

d) 16,5.

e) 20,0.

34.(FGV/IBGE/2017) A quantia de 900 mil reais deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6.

A menor dessas partes corresponde a:

a) 210 mil reais;

b) 240 mil reais;

c) 270 mil reais;

d) 300 mil reais;

e) 360 mil reais.

35. (FGV/SSP AM/2015) José tem em sua microempresa três empregados cujos salários são proporcionais ao número de horas que trabalham por dia.

Empregado	Horas de trabalho por dia
Alex	5
Breno	7
Caio	8

José paga mensalmente R$ 5.200,00 pelos salários desses três empregados.

O salário de Caio é:

a) R$ 1.300,00;

b) R$ 1.820,00;

c) R$ 2.080,00;

d) R$ 2.220,00;

e) R$ 2.340,00.

36. (FGV/BNB/2014) Francisco não tinha herdeiros diretos e assim, no ano de 2003, no dia do seu aniversário, fez seu testamento. Nesse testamento declarava que o saldo total da caderneta de poupança que possuía deveria ser dividido entre seus três sobrinhos em partes proporcionais às idades que tivessem no dia de sua morte. No dia em que estava redigindo o testamento, seus sobrinhos tinham 12, 18 e 20 anos. Francisco morreu em 2013, curiosamente, no dia do seu aniversário e, nesse dia, sua caderneta de poupança tinha exatamente R$ 300.000,00. Feita a divisão de acordo com o testamento, o sobrinho mais jovem recebeu:

a) R$ 72.000,00

b) R$ 82.500,00

c) R$ 94.000,00

d) R$ 112.500,00

e) R$ 120.000,00

37. (FGV/BANESTES/2018) Em um terminal de autoatendimento bancário há apenas cédulas de R$ 10,00, R$ 20,00 e R$ 50,00.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores.

Se há 272 cédulas ao todo, então a quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

a) R$ 3.600,00;

b) R$ 3.960,00;

c) R$ 4.050,00;

d) R$ 4.240,00;

e) R$ 4.800,00.

38. (FGV/CGE MA/2014) Os irmãos Davi, Lorena e Pedro, com idades de 42, 48 e 60 anos, respectivamente, receberam uma determinada quantia como herança de seus pais. Fizeram um acordo e resolveram dividir a herança em partes diretamente proporcionais ao número de anos esperados de vida de cada um, baseados em uma expectativa de vida de 72 anos para os homens e de 78 anos para as mulheres.

Lorena recebeu R$ 240.000,00.

Davi e Pedro receberam, respectivamente,

a) R$ 210.000,00 e R$ 300.000,00.

b) R$ 210.000,00 e R$ 240.000,00.

c) R$ 240.000,00 e R$ 210.000,00.

d) R$ 240.000,00 e R$ 96.000,00.

e) R$ 300.000,00 e R$ 210.000,00.

39.(FGV/IBGE/2016) A grandeza G é diretamente proporcional à grandeza A e inversamente proporcional à grandeza B. Sabe-se que quando o valor de A é o dobro do valor de B, o valor de G é 10.

Quando A vale 144 e B vale 40, o valor de G é:

a) 15;

b) 16;

c) 18;

d) 20;

e) 24.

40. (FGV/BNB/2014) Três grandezas A, B e C, são tais que A é diretamente proporcional a B e inversamente proporcional ao quadrado de C.

Quando B = 6 e C = 3 tem-se A = 1.

Quando A = 3 e C = 2, o valor de B é:

a) 1

b) 2

c) 4

d) 6

e) 8

VUNESP

41.(VUNESP/Pref. Alumínio/2016) Duas determinadas grandezas x e y podem assumir valores estritamente positivos. A relação de interdependência entre elas pode ser expressa pela sentença $y = \frac{1}{3}x$

Nesse caso, é correto afirmar que

a) y não é direta nem inversamente proporcional a x.

b) y é inversamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 3.

c) y é inversamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 1/3.

d) y é diretamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 3.

e) y é diretamente proporcional a x e a constante de proporcionalidade é 1/3.

42. (VUNESP/Pref. Serrana/2018) Na tabela, são representadas duas grandezas: a grandeza x e a grandeza y.

Grandeza x	x_1	x_2	x_3	x_4	...	x_n
Grandeza y	y_1	y_2	y_3	y_4	...	y_n

Assinale a alternativa que contém uma afirmação correta sobre essas duas grandezas:

a) Se $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 <\ldots< x_n$ e $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 >\ldots> y_n$, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

b) Se $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 <\ldots< x_n$ e $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 >\ldots> y_n$, então x e y são grandezas diretamente proporcionais.

c) Se $x_1 + y_1 = x_2 + y_2 = x_3 + y_3 = x_4 + y_4 =\ldots= x_n + y_n = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas diretamente proporcionais.

d) Se $x_1.y_1 = x_2.y_2 = x_3.y_3 = x_4.y_4 =\ldots= x_n.y_n = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

e) Se $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \frac{x_4}{y_4} =\ldots= \frac{x_n}{y_n} = k$, sendo k um número real, então x e y são grandezas inversamente proporcionais.

43.(VUNESP/Pref. Alumínio/2016) Um prêmio de loteria foi dividido entre Hudson e Igor na razão direta dos valores apostados, que foram iguais a R$ 27,00 e R$ 33,00, respectivamente. Se Hudson recebeu R$ 121.500,00, então o valor total do prêmio foi de

a) R$ 243.000,00.

b) R$ 256.000.00.

c) R$ 270.000,00.

d) R$ 300.000,00.

e) R$ 330.000,00.

44.(VUNESP/SEMAE Piracicaba/2019) Três amigos fizeram uma aposta em conjunto em certa loteria. As respectivas participações no valor total da aposta foram diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 6. Se o valor total da aposta foi R$ 330,00, então o amigo que teve a menor participação nesse valor contribuiu com

a) R$ 80,00.

b) R$ 70,00.

c) R$ 60,00.

d) R$ 50,00.

e) R$ 40,00.

45.(VUNESP/Pref. Buritizal/2018) Três amigos fizeram um bolão para um jogo de loteria, sendo que um deles colaborou com R$ 13,00, outro com R$ 14,00 e o terceiro com R$ 22,00. Eles foram sorteados e receberam um prêmio de R$ 7.350,00, que será dividido em partes diretamente proporcionais ao que cada um contribuiu no bolão. O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia será

a) R$ 1.950,00.

b) R$ 2.000,00.

c) R$ 2.050,00.

d) R$ 2.100,00.

e) R$ 2.150,00.

46. (VUNESP/Pref. F.co Morato/2019)Uma imobiliária irá dividir um bônus de R$ 7.500,00 entre os vendedores Manoel e Pedro, por serem os que mais vendas realizaram durante o último ano. Esse bônus será dividido de forma diretamente proporcional ao número de anos que esses vendedores trabalham na imobiliária. Sabendo que o número de anos que Manoel e Pedro trabalham nessa imobiliária são, respectivamente, 2 e 3, então, a diferença entre os valores recebidos por eles foi

a) R$ 2.300,00.

b) R$ 2.000,00.

c) R$ 1.800,00.

d) R$ 1.500,00.

e) R$ 1.200,00.

47.(VUNESP/Pref Guaratinguetá/2019) Pedro e João montaram uma sociedade com certo capital, sendo que a diferença dos valores dos capitais investidos por Pedro e por João foi igual a R$ 7.850,00. Ao final de um mês do investimento, ambos dividiram o primeiro lucro em partes diretamente proporcionais aos capitais investidos, sendo R$ 52,00 a parte do lucro recebida por João e R$ 156,00 a parte do lucro recebida por Pedro. Assim, pode-se concluir corretamente que o capital total por eles investido foi de

a) R$ 15.700,00.

b) R$ 15.900,00.

c) R$ 16.100,00.

d) R$ 16.300,00.

e) R$ 15.500,00.

48. (VUNESP/MPE SP/2019) Uma empresa distribui títulos de cobrança para quatro agências de cobrança: A, B, C e D em quantidades iguais de títulos. A agência A é a mais produtiva, consegue cobrar 80% dos títulos, a agência B cobra 60%, a C e a D cobram 30% cada uma. A empresa deseja fazer com que as agências sejam mais competitivas e planeja distribuir os títulos de forma proporcional aos números que elas estão produzindo, ou seja, proporcional aos números 80, 60, 30 e 30. Então, a agência A receberá a porcentagem de títulos para cobrança de:

a) 80%

b) 60%

c) 50%

d) 40%

e) 25%

49.(VUNESP/Pref. Campinas/2019) Três máquinas X, Y e Z produziram 2 640 peças de certo jogo, cada peça produzida sempre em um mesmo tempo. A máquina X produziu 820 peças, tendo funcionado por 1 hora e 30 minutos a menos do que a máquina Y. A máquina Z funcionou por 6 horas e 50 minutos e produziu um total de peças igual a

a) 800.

b) 820.

c) 840.

d) 860.

e) 880.

50. (VUNESP/CM Jales/2018) Gabriela, Rafaela e Marcela organizaram vários arquivos para uma tia. Cada uma delas organizou a mesma quantidade de arquivos e ficou combinado que elas dividiriam R$ 1.245,00 em partes inversamente proporcionais ao tempo que cada uma levou na organização. Marcela ganhou R$ 300,00, e o tempo trabalhado por Gabriela foi 80% do tempo que Rafaela trabalhou. Gabriela recebeu por esse trabalho a quantia de

a) R$ 510,00.

b) R$ 515,00.

c) R$ 520,00.

d) R$ 525,00.

e) R$ 530,00.

Gabarito

Proporcionalidade

1. CERTO
2. CERTO
3. CERTO
4. ERRADO
5. ERRADO
6. CERTO
7. LETRA B
8. ERRADO
9. LETRA B
10. CERTO
11.LETRA D
12. LETRA E
13. LETRA C
14. LETRA E
15. LETRA B
16. LETRA D
17. LETRA C
18. LETRA C
19. LETRA A
20. LETRA B
21.LETRA E
22. LETRA D
23. LETRA B
24. LETRA E
25. LETRA C
26. LETRA E
27. LETRA E
28. LETRA D
29. LETRA A
30. LETRA B
31.LETRA E
32. LETRA C
33. LETRA C
34. LETRA B
35. LETRA C
36. LETRA B
37. LETRA E
38. LETRA D
39. LETRA C
40. LETRA E
41. LETRA E
42. LETRA D
43. LETRA C
44. LETRA C
45. LETRA A
46. LETRA D
47. LETRA A
48. LETRA D
49. LETRA B
50. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.