Aula 17

Unioeste (Superior) Raciocínio Lógico e Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

18 de Junho de 2023

Índice

GEOMETRIA ESPACIAL

Noções Introdutórias

Poliedros

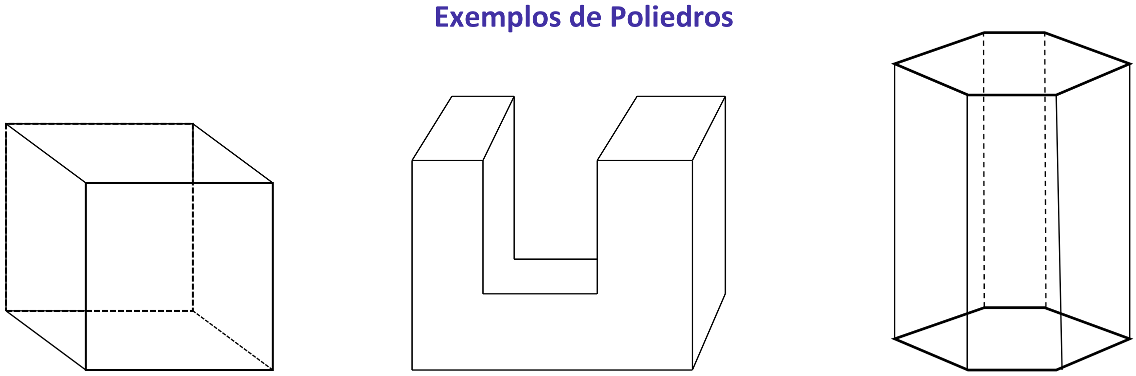
O primeiro passo na Geometria Espacial é **entender o que é um poliedro**. Para isso, é preciso que você tenha feito a aula de Geometria Plana, pois usaremos muitos conceitos vistos lá. Vamos lá!

NOVIDADE!

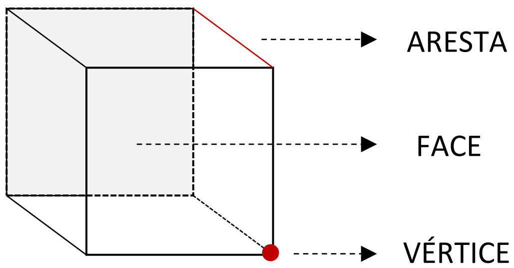
> Poliedro é um sólido geométrico limitado por uma quantidade finita de polígonos. Além disso, é importante ressaltar que cada um desses polígonos divide um lado com um outro, vizinho a ele.

Professor, é o quê?!! Calma, aluno! Quando falamos assim, realmente parece um pouco complicado. No entanto, **vamos visualizar alguns poliedros**.

Exemplos de Poliedros



Talvez o poliedro mais conhecido seja **o cubo** (que é o primeiro da esquerda na figura acima). Note que o cubo tem seis faces e cada uma dessas faces é um **quadrado**. Aproveitando esse cubo, vamos estudar alguns elementos que estão presentes nos poliedros de modo geral.



- A **face** normalmente é conhecida como o "lado" do poliedro. Uma observação importante é que ela sempre será um polígono.

- A **aresta** é a intersecção de duas dessas faces. Ademais, também podemos defini-la como sendo o segmento de reta que une dois vértices.

- O **vértice** é o ponto de encontro das arestas. Ele forma um "cantinho" no referido sólido geométrico.

Esclarecido isso, podemos notar que **o cubo tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices**. Vocês também chegaram nesses números?!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. AREIAL/2021) As figuras representam uma pirâmide de base hexagonal e um prisma de base pentagonal. Analise as afirmações e coloque (V) para as verdadeiras e (F) para as falsas.

( ) Somando as arestas da pirâmide e do prisma obtemos 27 arestas.
( ) O prisma possui 2 vértices a mais que a pirâmide.
( ) O prisma possui 10 arestas.
( ) A pirâmide e o prisma possuem a mesma quantidade de faces.

Marque a alternativa que contém a sequência CORRETA de preenchimento dos parênteses.
A) V, F, F e V.
B) V, F, V e F.
C) F, V, F e F.
D) V, V, F e V.
E) F, V, V e F.

Comentários:
(V) Somando as arestas da pirâmide e do prisma obtemos 27 arestas.
Lembre-se que uma **aresta é o segmento de reta que liga dois vértices**. Na pirâmide de base hexagonal que o enunciado trouxe, temos **12 arestas**. Por sua vez, no prisma de base pentagonal teremos mais **15 arestas**. Com isso, realmente **a soma das quantidades de arestas será 27**.

(F) O prisma possui 2 vértices a mais que a pirâmide.
O vértice é o ponto de encontro de duas arestas, ele forma um "canto" na nossa figura. Na pirâmide, perceba que temos 6 vértices na base e mais um no topo. Com isso, **contamos sete vértice**. Já no prisma, temos 5 vértices em cada base (superior e inferior). Com isso, totalizamos **10 vértices no prisma analisado**. Assim, note que **o prisma possui 3 vértices (e não 2) a mais que a pirâmide**.

(F) O prisma possui 10 arestas.

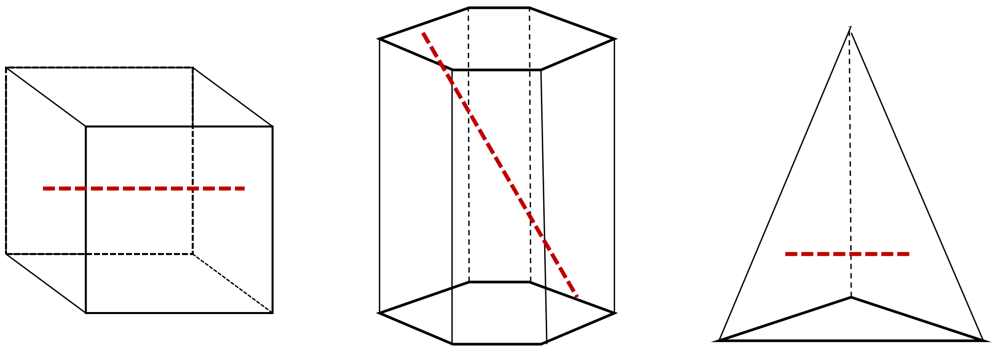
Como já havíamos contado na primeira afirmação, **o prisma possui 15 arestas e não 10**.

(V) A pirâmide e o prisma possuem a mesma quantidade de faces.
A face é o que chamamos de "lado" do poliedro. E é sempre um polígono (triângulo, retângulo, pentágono, por exemplo). No prisma que o enunciado trouxe, temos 5 faces laterais e 2 bases (que também contam como faces). Com isso, **são 7 faces no prisma**. Por sua vez, na pirâmide, temos 6 faces laterais e uma base (como falamos, também é uma face), **totalizando sete faces também**. Logo, afirmação correta.

Gabarito: LETRA A.

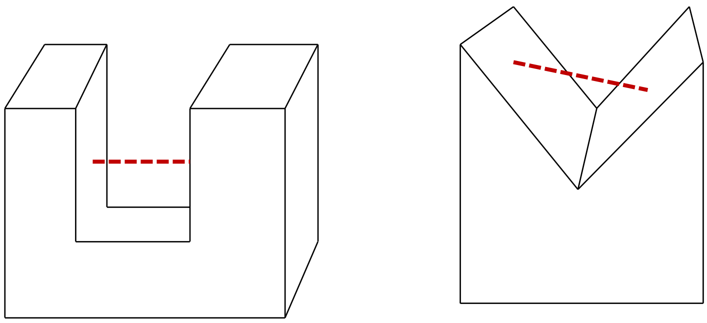
Agora, quero contar para vocês que podemos classificar os poliedros em convexos ou não convexos.

- **Poliedro Convexo:** todo poliedro em que qualquer segmento de reta com extremidades nas faces está inteiramente contido dentro do poliedro. Para melhor entendimento, veja alguns poliedros convexos.



Note que as retas que traçamos unindo pontos nas faces ficam totalmente dentro do poliedro!! Quando isso acontece para qualquer segmento de reta com essas características, o poliedro é convexo!

- **Poliedro Não Convexo (ou côncavo):** qualquer poliedro que não seja convexo.



Nosso estudo se concentrará **nos poliedros convexos**.

Relação de Euler

A relação de Euler envolve a quantidade de vértices, faces e arestas em um **poliedro convexo**.

$$\boldsymbol{V + F = A + 2}$$

- V é o **número de vértices**;
- F é **o número de faces**;

- A é o **número de arestas**.

Por exemplo, lembra quando contamos **o número de vértices, faces e arestas do cubo**? Nós encontramos:

$F = 6;$
$A = 12;$
$V = 8;$

Substituindo na expressão, temos que:

$$8 + 6 = 12 + 2 \quad \rightarrow \quad 14 = 14$$

Note que a relação bate certinho para o cubo. Assim, com o intuito de entender como essa relação pode ser cobrada, vamos ver uma questão bem atual que exigiu o conhecimento da fórmula acima.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. CONCEIÇÃO DE MACABÚ/2020) Os alunos do curso de Licenciatura em Matemática construíram durante a aula de Geometria, um poliedro de isopor. Ao analisarem melhor a figura, uma aluna verificou que o número de vértices é o quádruplo do número de faces acrescido de dois. Um outro aluno verificou que número de arestas é igual ao triplo do número de faces acrescido de doze. Com essas duas observações feitas pelos alunos, esse poliedro possui quantos vértices?
A) 6.
B) 26.
C) 30.
D) 32.

Comentários:
Pessoal, a questão fala de número de vértices, faces e arestas. Qual a expressão que relaciona toda essas três quantidades? É a **relação de Euler**.

$$V + F = A + 2 \quad (1)$$

Agora vamos ver quais as observações que os alunos fizeram.

- **O número de vértices é o quádruplo do número de faces acrescido de dois**.

$$V = 4F + 2 \quad (2)$$

- **O número de arestas é igual ao triplo do número de faces acrescido de doze**.

$$A = 3F + 12 \quad (3)$$

Vamos substituir (2) e (3) em (1).

$$(4F+2)+F=(3F+12)+2 \quad \rightarrow \quad 5F-3F=12 \quad \rightarrow \quad 2F=12 \quad \rightarrow \quad F=6$$

Logo, **o número de faces desse poliedro de isopor é 6**. Podemos usar esse resultado em (2) e determinar o número de vértices que a questão pede.

$$V=4\cdot 6+2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V=26}$$

Gabarito: LETRA B.

Poliedros de Platão

Os poliedros de Platão são poliedros que obedecem a **três condições básicas**:

(i) Possuem o mesmo número de arestas em cada face;
(ii) De cada vértice partem a mesma quantidade de arestas;
(iii) Obedecem a relação de Euler.

Só existem **cinco classes** de poliedros que obedecem a todas essas condições: **o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.**

Tetraedro	4 faces
Hexaedro	6 faces
Octaedro	8 faces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

Poliedros Regulares

Poliedros regulares são poliedros que também obedecem a algumas condições, quais sejam:

(i) **suas faces são polígonos regulares**;
(ii) de cada vértice **partem o mesmo número de arestas;**
(iii) são poliedros convexos.

Uma conclusão importante das condições acima é que **todo poliedro regular é um poliedro de Platão**, mas **nem todo poliedro de Platão é um poliedro regular**. Vamos detalhar.

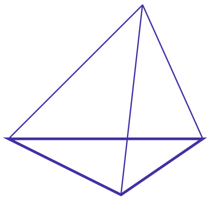
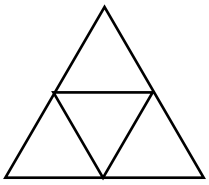
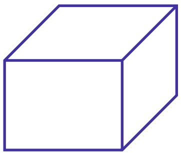
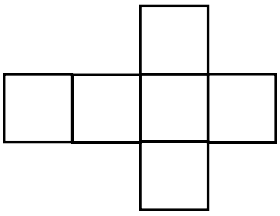
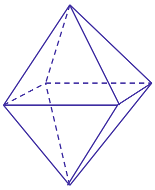
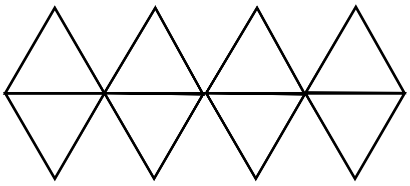
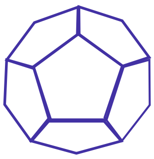
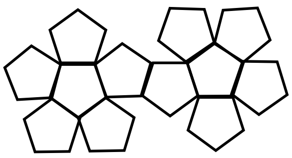
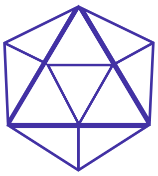
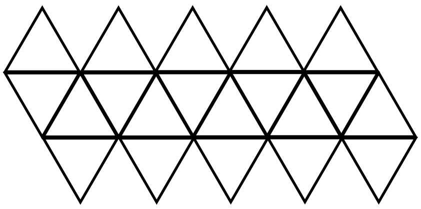
(i) Note que se as faces de um poliedro regular são polígonos regulares, então **toda face tem a mesma quantidade de arestas**, o que satisfaz a primeira condição que vimos para o Poliedro de Platão;

(ii) A segunda condição para ser um poliedro regular é exatamente a mesma para ser um poliedro de Platão.

(iii) Por sua vez, temos que para ser um poliedro regular, esse poliedro deve ser convexo. Vimos que **a relação de Euler vale para todo poliedro convexo**. Portanto, a terceira e última condição para o poliedro ser um poliedro de Platão também está satisfeita.

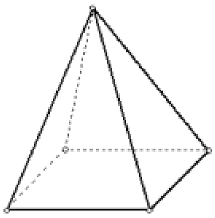
Vamos conhecer os Poliedros Regulares, eles também são cinco!

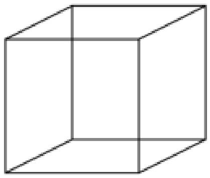
ESQUEMATIZANDO

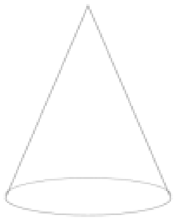
Poliedros Regulares		
Poliedro	Planificação	Informações
 **Tetraedro Regular**		O tetraedro regular é uma pirâmide em que todas as suas 4 faces são triângulos equiláteros. $V = 4$ $A = 6$
 **Hexaedro Regular**		O hexaedro regular é o "nome científico" do famoso cubo. Note que todas suas 6 faces são quadradas. $V = 8$ $A = 12$
 **Octaedro Regular**		O octaedro regular também é chamado de bipirâmide quadrada. As suas 8 faces são triângulos equiláteros. $V = 6$ $A = 12$
 **Dodecaedro Regular**		O dodecaedro regular é formado por 12 faces! Cada uma das faces é um pentágono regular. $V = 20$ $A = 30$
 **Icosaedro Regular**		O icosaedro regular é formado por 20 faces! Cada uma das faces é um triângulo equilátero. $V = 12$ $A = 30$

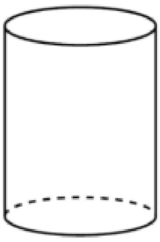
HORA DE PRATICAR!

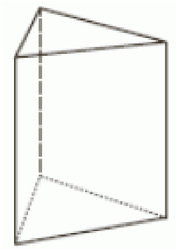
(PREF. MAIRINQUE/2011) Um poliedro é considerado regular se todas as suas faces forem formadas por polígonos regulares idênticos e também se todos os seus vértices forem o ponto de encontro do mesmo número de arestas. Assinale a alternativa que apresenta um poliedro regular.

A)  pirâmide.

B)  cubo.

C)  cone.

D)  cilindro.

E)  prisma triangular.

Comentários:

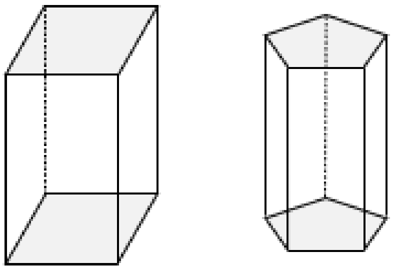
Questão apenas para identificarmos o que acabamos de ver! Conforme vimos na lista anterior, **o cubo (hexaedro regular) é um poliedro regular**. Podemos marcar a alternativa B de cara.

O cilindro e o cone <u>não são poliedros</u>. Eles são "corpos redondos" que estudaremos em breve. Já a pirâmide e o prisma triangular das alternativas A e E não se encaixam na definição de poliedro regular. Para isso, basta observarmos que suas faces **<u>não</u> são polígonos regulares**.

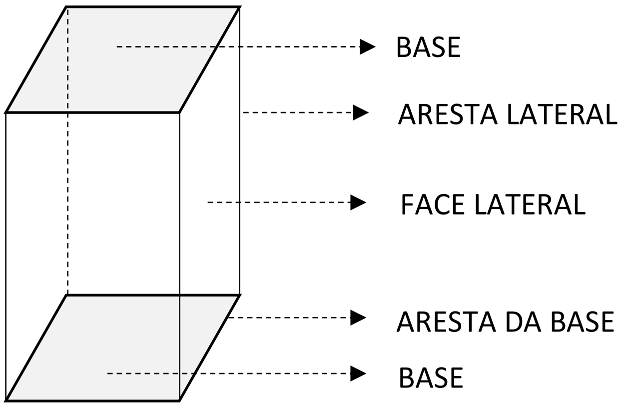
Gabarito: LETRA B.

Prisma

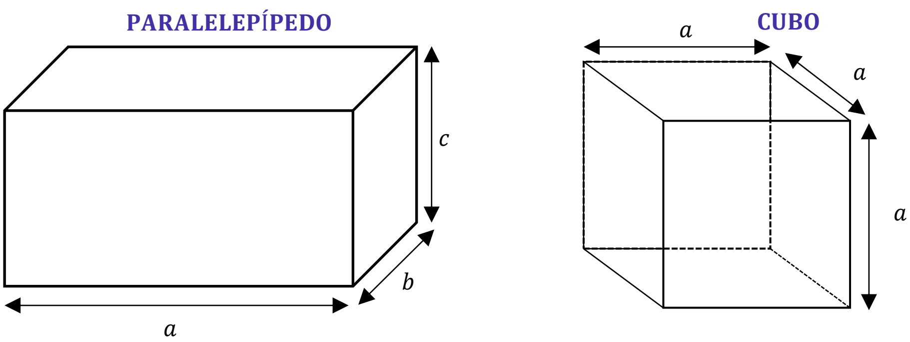
O prisma é um poliedro convexo que possui **duas bases paralelas distintas** (que são polígonos). **As faces laterais são paralelogramos**. Vamos conhecer alguns.



O prisma da esquerda é chamado de **prisma quadrangular**, pois sua base é um quadrilátero. Por sua vez, o prisma da direita é um **prisma pentagonal**, pois sua base é um pentágono. Vamos conhecer seus elementos.



Todos os prismas terão os elementos acima. *Especial atenção nas duas bases paralelas, ok?!* Dito isso, quero apresentar para dois prismas bem famosos.



Esses dois sólidos geométricos **são os mais comuns em prova**!! Todos dois são prismas quadrangulares. A principal diferença entre os dois é que, no cubo, **todas as arestas possuem a mesma medida**. Normalmente, as questões vão nos perguntar sobre áreas e volumes. Vamos falar sobre isso!

Áreas

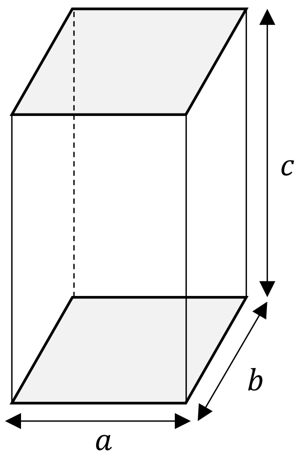
A **área total da superfície de um prisma** é calculada por meio da seguinte soma:

$$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$$

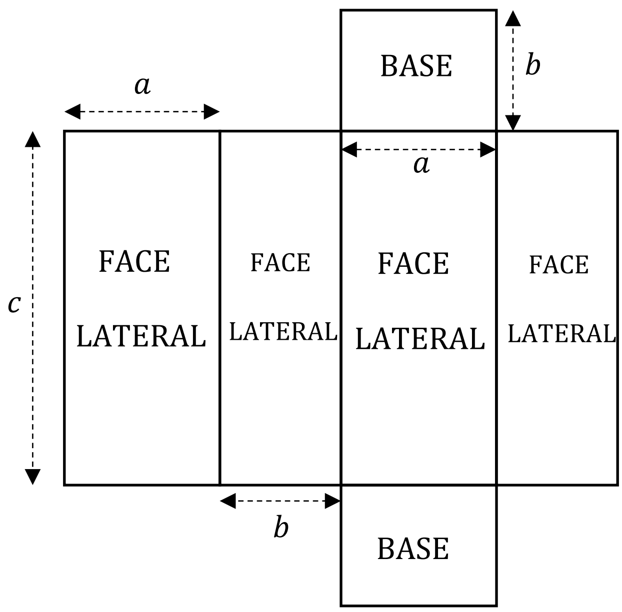
Observe que a área total é composta de duas parcelas. A área lateral e a área da base.

- **Área Lateral ($A_{lateral}$):** soma das áreas das faces laterais. No prisma, as faces laterais são paralelogramos (mais especificamente, serão retângulos quando os prismas forem retos).

- **Área da Base (A_{base}):** É a área do polígono que está na base. Se a base for um quadrado, será a área do quadrado, se for um pentágono, será a área do pentágono, etc.



No paralelepípedo acima, vemos que **as bases são retângulos de lados "a" e "b"**, enquanto **as faces são dois retângulos de lados "b" e "c"** e **outros dois de lados "a" e "c".** Podemos visualizar isso com a planificação.



- Cálculo da Área Lateral:

Temos quatro faces laterais. Nos prismas retos, elas serão retângulos. Aprendemos na aula de Geometria Plana que a área de retângulos é calculada pelo produto de suas duas dimensões. Assim,

$$A_{lateral} = ac + bc + ac + bc \quad \rightarrow \quad A_{lateral} = 2ac + 2bc$$

- Cálculo da Área da Base:

A base é um retângulo de lados "a" e "b". Assim,

$$A_{base} = ab$$

- Cálculo da Área Total:

$$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$$

Vamos substituir o que achamos.

$$A_{total} = 2ac + 2bc + 2ab$$

$$\boldsymbol{A_{total} = 2 \cdot (ac + bc + ab)}$$

Essa é **a área superficial de um paralelepípedo**. Ela aparece em provas com uma certa frequência! Nos cubos, todas as arestas são iguais a "a", podemos fazer o seguinte:

$$A_{total} = 2 \cdot (a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a) \quad \rightarrow \quad A_{total} = 2 \cdot (a^2 + a^2 + a^2) \quad \rightarrow \quad A_{total} = 2 \cdot 3a^2$$

$$\boldsymbol{A_{total} = 6a^2}$$

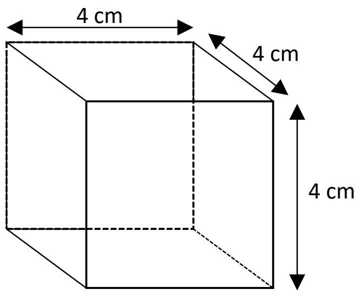
Essa é **a área superficial de um cubo**! Vamos praticar um pouco essa teoria.

(PREF. FRECHEIRINHA/2021) Sabendo que as arestas de um hexaedro regular medem 4 cm cada uma, determine a área total da superfície.

A) 96 cm².
B) 60 cm².
C) 24 cm².
D) 36 cm².
E) 48 cm².

Comentários:

Um **hexaedro regular é um nome bonito para "cubo"**. Isso mesmo, hexaedro regular é um cubo.



Um **cubo possui 6 faces**. Cada face é exatamente **um quadrado de arestas iguais a 4 cm**. Assim, para calcular a área total da superfície, basta **calcular a área do quadrado e multiplicá-la por 6**. Da aula de Geometria Plana, a área de um quadrado é dada por:

$$A_Q = a^2$$

Substituindo o valor da aresta $a = 4$:

$$A_Q = 4^2 \quad \rightarrow \quad A_Q = 16\ cm^2$$

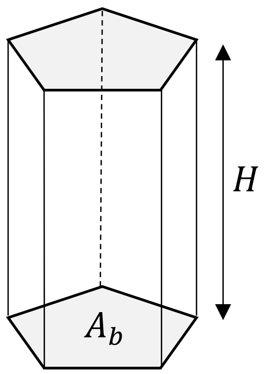
Essa é a área de uma das faces. **O cubo tem 6**. Assim,

$$A_{Total} = 6 \cdot A_Q \quad \rightarrow \quad A_{total} = 6 \cdot 16 \quad \rightarrow \quad A_{total} = 96\ cm^2$$

Gabarito: LETRA A.

Volume

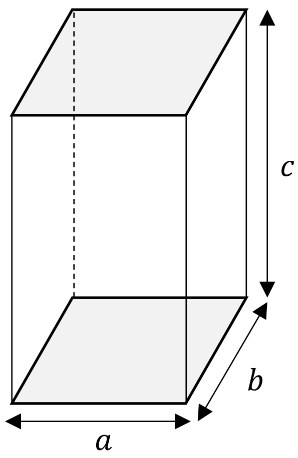
Quando calculamos o volume de algum sólido, estamos **quantificando o espaço que está sendo ocupado por ele**. Considere o prisma abaixo, como exemplo,



Para calcular o volume de prismas, usamos a seguinte expressão:

$$\boldsymbol{V = A_b H}$$

Em que A_b **é a área da base** e H **é a altura**. No caso do paralelepípedo, vamos ter o seguinte:



A base é um retângulo de lados "a" e "b". Assim, sua área é dada por: $A_b = ab$. Por sua vez, temos **uma altura de medida "c"**. O volume fica:

$$\boldsymbol{V = abc}$$

Esse é o volume de um paralelepípedo! Cai demais em questões! Ele é dado pelo produto das três dimensões! No caso do cubo, lembre-se que todas as arestas medem "a". Logo,

$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$\boldsymbol{V = a^3}$$

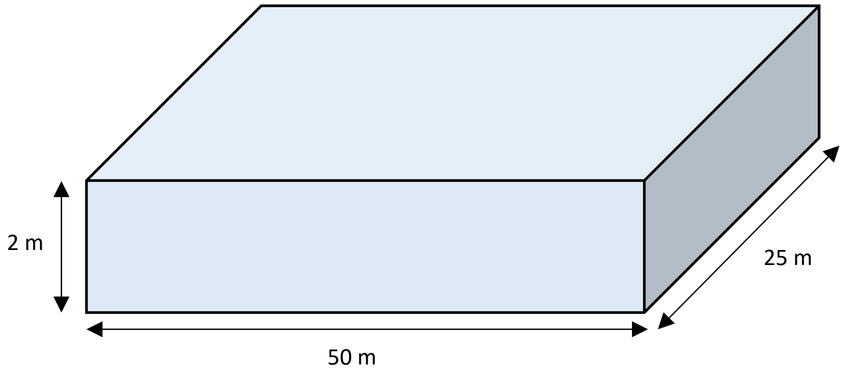
Esse é a fórmula para calcularmos o volume de um cubo.

HORA DE PRATICAR!

(PM-SP/2021) Estudos feitos em 2018 pelo Instituto Trata Brasil, a partir de dados do Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (Snis), mostrou que cerca de 38% da água potável que passa por sistemas de distribuição no Brasil é desperdiçada em vazamentos durante o processo de produção, tratamento e distribuição. Também entram nessa conta desvios ilegais e furtos de água. Esse volume de água equivale a 7 mil piscinas olímpicas de água potável jogadas fora todos os dias.
Considerando que piscinas olímpicas precisam ter um comprimento de 50 metros, uma largura de 25 metros e profundidade mínima de 2 metros, o volume de água potável desperdiçada diariamente nos sistemas de distribuição no Brasil, segundo o estudo citado anteriormente, é de, no mínimo,
A) 6,65 bilhões de litros.
B) 2,5 milhões de litros.
C) 17,5 bilhões de litros.
D) 17,5 milhões de litros.
E) 6,65 milhões de litros.

Comentários:

A piscina olímpica tem a forma de um paralelepípedo com dimensões informadas pelo enunciado:



Vimos que o volume de um paralelepípedo é dado pelo **produto de suas três dimensões**. Assim,

$$V = 2 \cdot 50 \cdot 25 \quad \rightarrow \quad V = 2500\ m^3$$

Observe que a quantidade de água desperdiçada equivale a **7 mil piscinas dessas**.

$$V_{água} = 7000V \quad \rightarrow \quad V_{água} = 7000 \cdot 2500 \quad \rightarrow \quad V_{água} = 17.500.000\ m^3$$

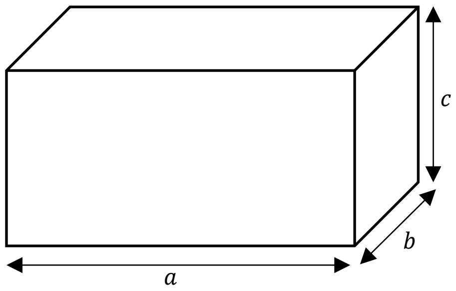
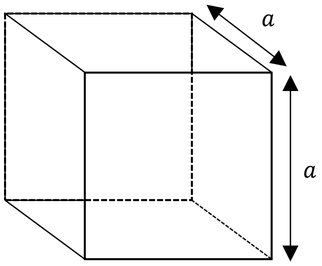
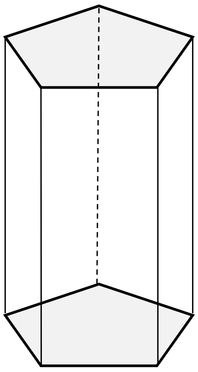
Observe que **o volume nas alternativas está em litros, mas encontramos em metros cúbicos**. Assim, para transformar metros cúbicos em litros, devemos **multiplicar o resultado por 1000**.

$$V_{água} = 17.500.000 \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad V_{água} = 17.500.000.000\ L$$

Assim, a quantidade de água desperdiçada é de **17,5 bilhões de litros**.

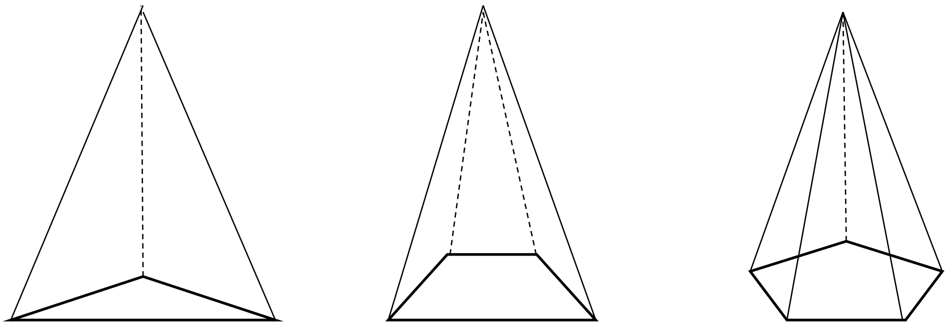
Gabarito: LETRA C.

RESUMINDO

Nome	Prisma	Área Superficial e Volume
Paralelepípedo		$A_{total} = 2 \cdot (ac + bc + ab)$ $V = abc$
Cubo		$A_{total} = 6a^2$ $V = a^3$
Prisma Qualquer		$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$ $V = A_b H$

Pirâmide

Chegou a vez de falarmos das pirâmides! **Elas são poliedros**! Aqui, faces laterais serão triângulos!! Observe algumas.



PIRÂMIDE TRIANGULAR — *PIRÂMIDE QUADRANGULAR* — *PIRÂMIDE PENTAGONAL*

Note que nas pirâmides, **vamos ter uma única base**. Ademais, algumas arestas que partem da base se encontram em um ponto superior, que vamos chamar de **vértice da pirâmide**.

Áreas

A área superficial total de uma pirâmide é calculada de maneira muito semelhante à que vimos anteriormente para prismas. A diferença é que **não multiplicaremos a área da base por 2**, afinal, **aqui só temos uma única base mesmo**.

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}$$

Volume

Por sua vez, o volume de uma pirâmide é calculado por meio da seguinte expressão:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Em que **A_b é a área da base** e **H é a altura**. Uma observação importante é que **há a divisão por 3**, fato que não acontece para os prismas.

(PREF. PERUÍBE/2019) Uma pirâmide de base retangular e altura 12 cm tem volume de 100 cm³. A área da base dessa pirâmide, em cm², é
A) 25.
B) 26.
C) 30.
D) 36.
E) 50.

Comentários:
Questão para **aplicarmos a fórmula que acabamos de ver**. O volume de uma pirâmide é dado por:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

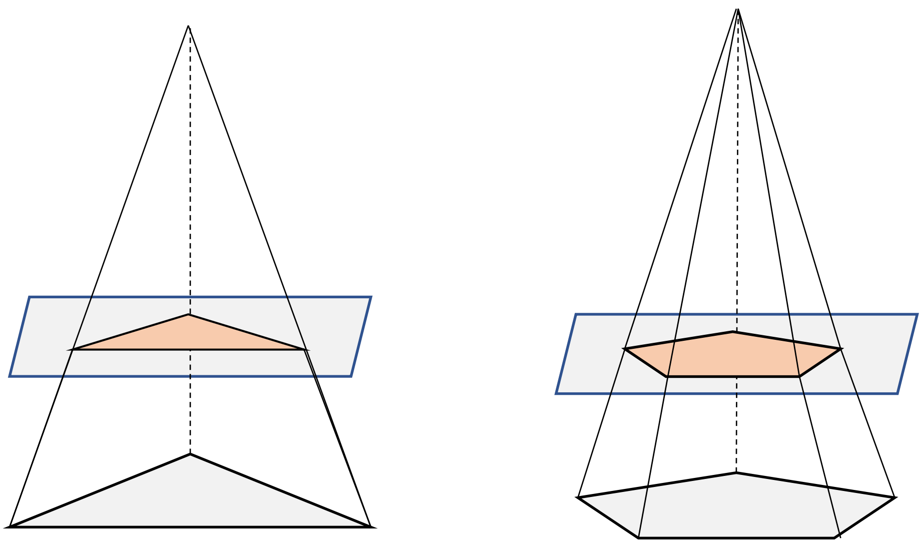
Como **o enunciado disse que $\mathbf{V = 100\ cm^3}$ e $\mathbf{h = 12\ cm}$**, vamos substituir esses valores na fórmula acima para determinar a área da base A_b.

$$100 = \frac{A_b \cdot 12}{3} \quad \rightarrow \quad 4 \cdot A_b = 100 \quad \rightarrow \quad A_b = 25\ cm^2$$

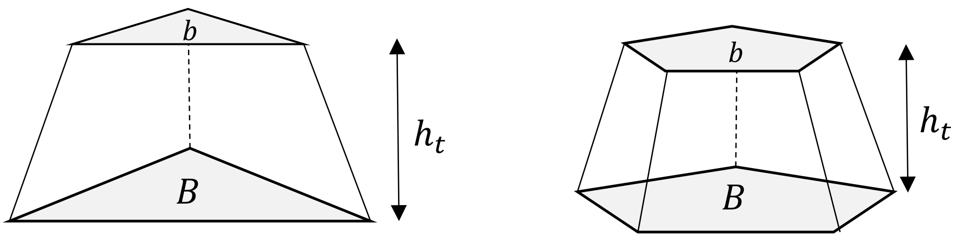
Gabarito: LETRA A.

Tronco de Pirâmide

Grosso modo, o tronco de pirâmide é um pedaço dela. Observe a situação:



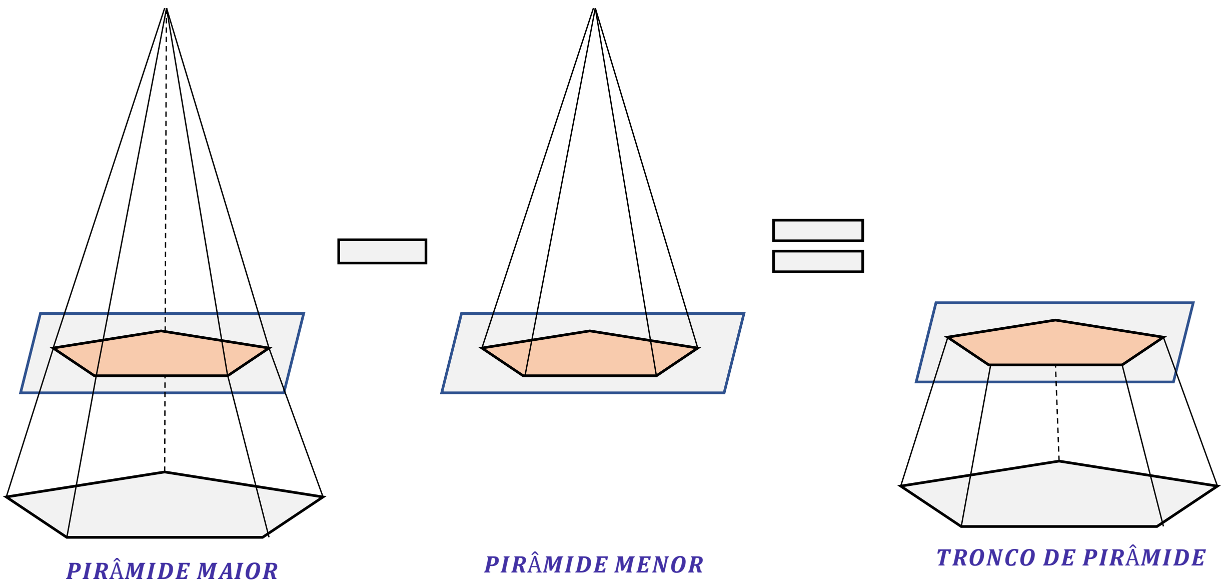
Temos um plano paralelo à base seccionando as pirâmides. Esse plano divide a pirâmide maior em duas partes: **uma pirâmide menor, na parte superior**, e **um tronco de pirâmide, na parte inferior**. Vou separar apenas os troncos para podermos analisá-los melhor.



h_t é a altura do tronco, enquanto **B representa a área da base <u>maior</u>** e **b, a área da base <u>menor</u>**.

O volume desses troncos pode ser calculado de duas formas.

Para chegarmos na primeira forma, é importante entendermos o seguinte:



Assim, veja que podemos calcular o volume de um tronco pegando **o volume da pirâmide maior e subtraindo o volume da pirâmide menor**. Assim,

$$V_{tronco} = V_{pirâmide\ maior} - V_{pirâmide\ menor}$$

A segunda forma de calcularmos o volume de um tronco de pirâmide é aplicando a fórmula abaixo:

$$V = \frac{h_T}{3}\left(B + \sqrt{Bb} + b\right)$$

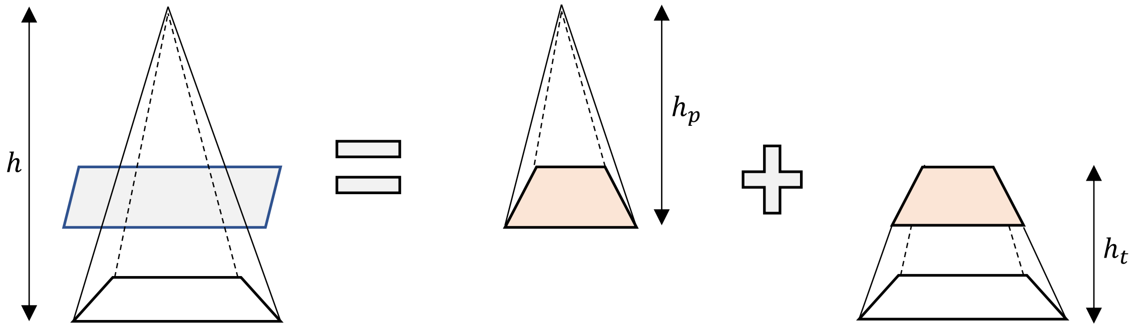
Relembrando: **h_t é a altura do tronco**, enquanto **B representa a área da base <u>maior</u>** e **b, a área da base <u>menor</u>**.

Para nosso curso, **não há custo benefício em demonstrar a expressão acima**. Ela cai muito raramente e em concursos específicos da área da matemática. De qualquer forma, na maioria das vezes poderemos usar a primeira alternativa.

(PREF. SOLÂNEA/2019 - ADAPTADA) Uma pirâmide regular de base quadrada com h cm de altura é seccionada por um plano paralelo à base, determinando dois sólidos: uma pirâmide menor e um tronco de pirâmide. O volume do tronco de pirâmide é sete vezes o volume da pirâmide menor. Pode-se afirmar que a altura do tronco é: (use: B/b = 4)

A) h/5 cm
B) h/3 cm
C) h/6 cm
D) h/4 cm
E) h/2 cm

Comentários:
Temos a seguinte situação:



O enunciado disse que **o volume do tronco de pirâmide é sete vezes o volume da pirâmide menor**. Assim,

$$V_{tronco} = 7 \cdot V_{pirâmide\ menor} \quad (1)$$

Ademais, sabemos que:

$$V_{tronco} = V_{piramide\ maior} - V_{piramide\ menor} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$7 \cdot V_{pirâmide\ menor} = V_{piramide\ maior} - V_{piramide\ menor}$$

Logo,

$$V_{pirâmide\ maior} = 8 \cdot V_{pirâmide\ menor} \quad (3)$$

Sabemos que **o volume de uma pirâmide** é dado por:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

- Para **a pirâmide maior**, ficamos com:

$$V_{piramide\ maior} = \frac{Bh}{3}$$

- Para **a pirâmide menor**, ficamos com:

$$V_{pirâmide\ menor} = \frac{bh_p}{3}$$

Assim, usando esses dois resultados em (3):

$$\frac{Bh}{3} = \frac{8bh_p}{3} \quad \rightarrow \quad h_p = \left(\frac{B}{b}\right)\frac{h}{8}$$

Usando o dado do enunciado que $\frac{B}{b} = 4$, ficamos com:

$$h_p = 4 \cdot \frac{h}{8} \quad \rightarrow \quad h_p = \frac{h}{2}$$

Essa é a altura da pirâmide menor em função de h. Para **encontrar a altura do tronco**, fazemos:

$$h_t = h - h_p$$

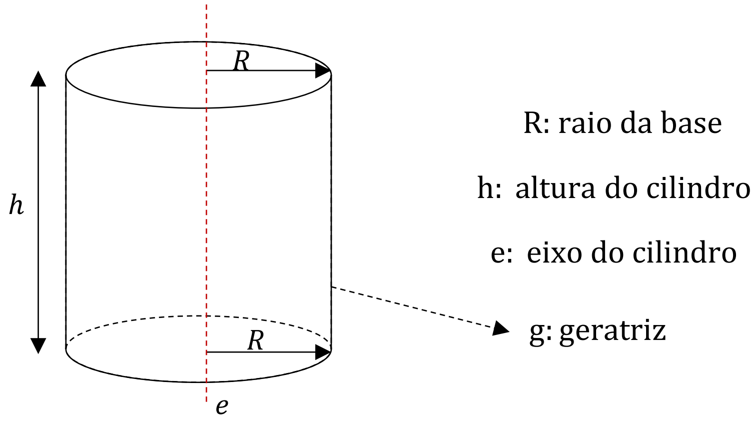
Substituindo,

$$h_t = h - \frac{h}{2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{h_t = \frac{h}{2}}$$

Gabarito: LETRA E.

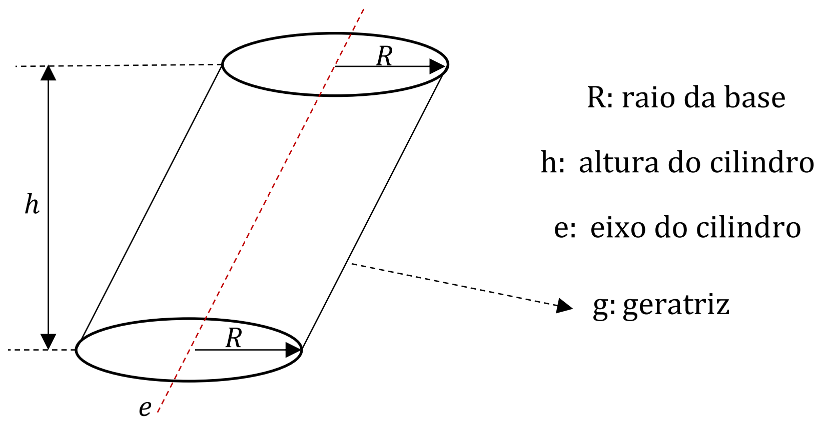
Cilindro

Opa!! Entramos nos cilindros! Nesse ponto, deixamos de falar de poliedros. O cilindro, o cone e a esfera são exemplos do corpos redondos. A partir desse ponto, não precisaremos mais falar de vértices, arestas ou faces. Observe os elementos de um cilindro.



Esse é um cilindro circular reto. Chamamos o cilindro de reto quando **a geratriz for perpendicular ao plano das bases**.

Agora, observe um exemplo de cilindro circular oblíquo.

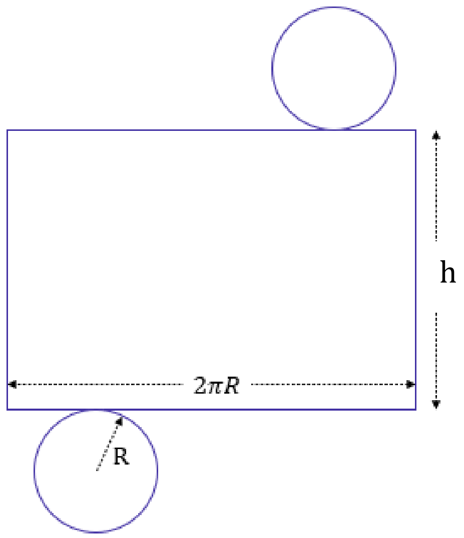


Na maioria das vezes, **lidaremos com cilindros retos**.

No entanto, vale a pena saber que também existem os cilindros oblíquos, tudo bem?

Áreas

Para calcular a área superficial, é interessante planificarmos o cilindro circular reto.



Observe que quando planificamos um cilindro, a sua lateral é um retângulo de lados "$2\pi R$" e "h". Logo,

$$A_{lateral} = 2\pi Rh$$

Por sua vez, as bases são círculos. Com isso, a área da base fica:

$$A_{base} = \pi R^2$$

Como temos duas bases, devemos considerar essa área duas vezes. Assim, a área superficial total fica:

$$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$$

$$A_{total} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$$

Colocando $2\pi R$ em evidência:

$$A_{total} = 2\pi R(h + R)$$

Volume

O volume de um cilindro é calculado da mesma forma que fizemos para o prisma.

$$V = A_b h$$

Como sabemos que a área da base é πR^2, podemos substituir:

$$V = \pi R^2 h$$

HORA DE PRATICAR!

(PM-SP/2021) Para abastecer os carros da corporação, há um tanque cilíndrico de combustível, com 2 m de diâmetro e 1,5 m de altura. A capacidade desse tanque é de, aproximadamente,

A) 4.100 litros.
B) 4.400 litros.
C) 4.700 litros.
D) 5.000 litros.
E) 5.300 litros.

Comentários:

Quando uma questão de geometria espacial falar de capacidade, ela estará se referindo ao volume. Observe que o formato do tanque é cilíndrico. Dessa forma, **é o volume de um cilindro que estamos procurando**. De acordo com o que acabamos de ver, essa grandeza é dada por:

$$V = A_b H$$

A base de um cilindro é um círculo. Assim, sua área pode ser calculada por meio da seguinte fórmula:

$$A_b = \pi R^2$$

O enunciado forneceu o diâmetro. Com ele, podemos determinar o raio R.

$$\mathrm{R} = \frac{\mathrm{D}}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R} = \frac{2}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R} = 1\ \mathrm{m}$$

Com o raio em mãos, **podemos encontrar a área da base**.

$$\mathrm{A_b} = \pi \cdot 1^2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = \pi\ \mathrm{cm}^2$$

Como $\pi \cong 3{,}14$, vamos substituir:

$$\mathrm{A_b} = 3{,}14\ \mathrm{cm}^2$$

A questão também já trouxe a altura do cilindro, $H = 1{,}5\ m$. Assim,

$$V = A_b H \quad \rightarrow \quad V = 3{,}14 \cdot 1{,}5 \quad \rightarrow \quad V = 4{,}71\ m^3$$

Observe que **o nosso resultado foi em metros cúbicos** (m^3). No entanto, as alternativas estão em litros (L).

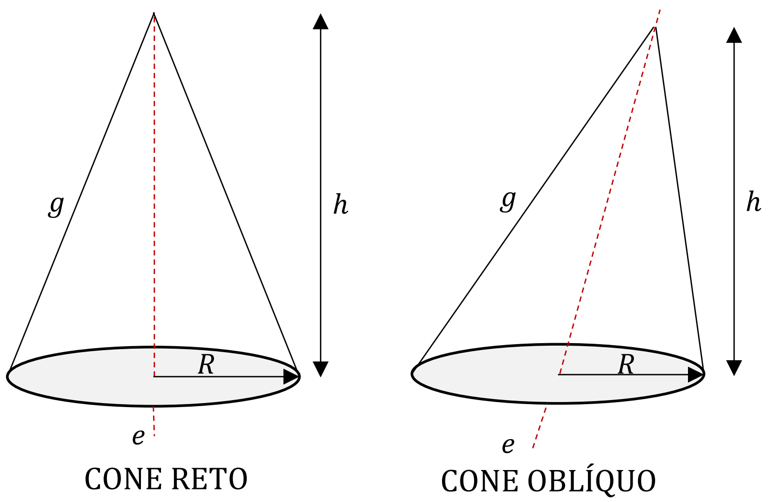
Para fazer essa transformação, **devemos multiplicar o resultado por 1000**.

$$V = 4{,}71 \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad V = 4710\ litros$$

Como a questão fala em **valor aproximado**, podemos marcar **a alternativa C**.

Cone

Nosso próximo corpo redondo **é o cone**! É a forma da casquinha de sorvete! Assim como nos cilindros, temos a *"versão reta"* e a *"versão oblíqua"*. Vamos analisá-las.



R: raio da base

h: altura do cilindro

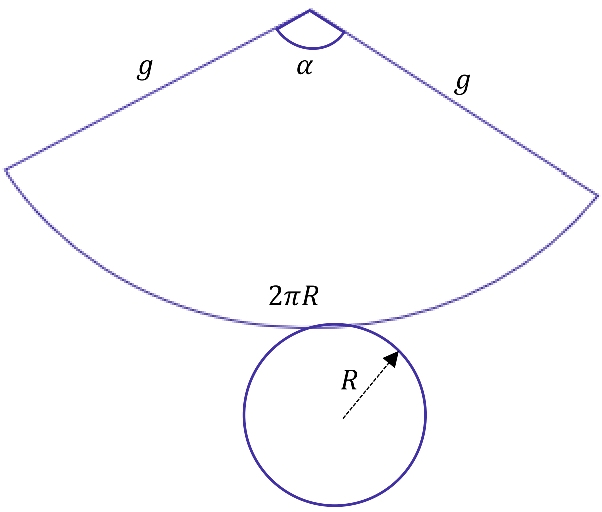
e: eixo do cilindro

g: geratriz

Observe que no cone reto, **o eixo é perpendicular ao plano da base**. Por sua vez, no cone oblíquo, o eixo não será perpendicular. *Apresentados ao cone?!* Vamos aprender como calcular sua área superficial e seu volume.

Áreas

Assim como fizemos anteriormente, é interessante **planificarmos o cone** para entendermos como sua área superficial é calculada.



Observe que **a área lateral é a área de setor circular cujo ângulo central é α e raio é igual a geratriz**. Por meio de uma regra de três, podemos encontrar que:

$$A_{lateral} = \pi R g$$

Por sua vez, a base é um círculo. Sua área sai mais rapidamente:

$$A_{base} = \pi R^2$$

A área superficial total é a soma das duas.

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}$$

$$A_{total} = \pi R g + \pi R^2$$

Colocando "πR" em evidência,

$$A_{total} = \pi R \cdot (g + R)$$

(PREF. SALVADOR/2019) Em um cone de revolução, cada geratriz mede 12 cm e faz 30° com o eixo do cone. A área lateral desse cone em cm² é

A) 24π

B) 36π

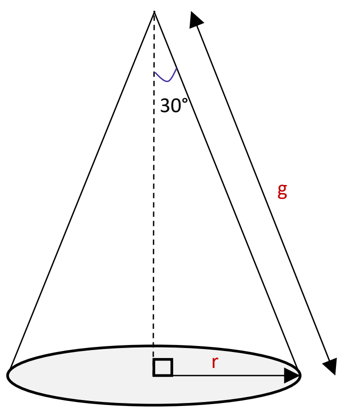
C) 48π

D) 60π

E) 72π

Comentários:

A área lateral de um cone é dada por $A_{lateral} = \pi r g$. Perceba que **temos a geratriz, mas não temos o raio**. Com isso, devemos encontrar o raio (r) a partir do ângulo de 30° que a geratriz faz com o eixo do cone.



Note que temos um triângulo retângulo em que **"r" é o cateto oposto relativo ao ângulo de 30°**, enquanto g é a hipotenusa. Dessa forma,

$$\text{sen } 30° = \frac{r}{g} \quad \rightarrow \quad r = g \cdot \text{sen } 30°$$

Substituindo $\boldsymbol{g = 12 \text{ e sen } 30° = 1/2}$:

$$r = 12 \cdot \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad r = 6\ cm$$

Com o raio e a geratriz, agora é só **substituirmos esses valores** na fórmula da área lateral.

$$A_{lateral} = \pi r g \quad \rightarrow \quad A_{lateral} = \pi \cdot 6 \cdot 12 \quad \rightarrow \quad A_{lateral} = 76\pi\ cm^2$$

Gabarito: LETRA E.

Volume

Já o volume de cone é semelhante ao que vimos para a pirâmide.

$$V = \frac{A_b h}{3}$$

Como sabemos que a base de um cone é um círculo, podemos usar que $A_b = \pi R^2$.

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ITANHAÉM/2020) Assinale a alternativa que apresenta o volume de um cone que possui 18 cm de raio e 26 cm de altura. Use para π = 3,14.

A) 1.469,52 cm³
B) 13.225,68 cm³
C) 26.451,36 cm³
D) 8.817,12 cm³
E) 4.408,56 cm³

Comentários:

Questão para treinarmos a fórmula do volume de um cone.

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

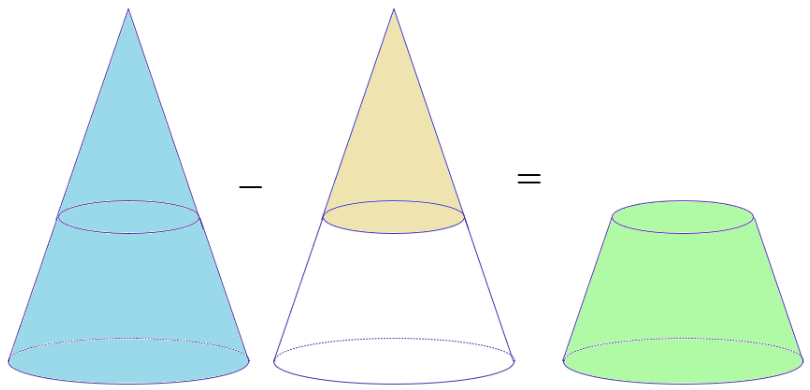
O enunciado nos disse que $\boldsymbol{R = 18\ cm, h = 26\ cm}$ **e** $\boldsymbol{\pi = 3,14}$. Vamos substituir na fórmula acima.

$$\mathrm{V} = \frac{3{,}14 \cdot 18^2 \cdot 26}{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = \frac{81{,}64 \cdot 324}{3} \quad \rightarrow \quad \mathbf{V = 8.817,12\ cm^2}$$

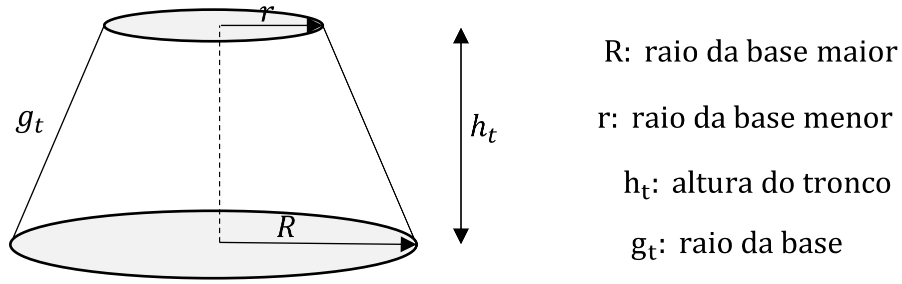
Gabarito: LETRA D.

Tronco de Cone

Assim como na pirâmide, temos também o tronco de cone. Ele é formado da mesma forma: cortamos um cone maior com um plano paralelo a base. Esse corte divide o cone maior em duas partes: **um cone menor, na parte superior**, e **um tronco de cone, na parte inferior**. Observe como podemos imaginar a situação:



O tronco de cone está representado em verde. Vamos detalhar um pouco mais seus elementos.



Temos duas formas de calcular **o volume do tronco de cone**. A primeira é subtraindo o volume do cone menor do volume do cone maior.

$$V_{tronco} = V_{cone\ maior} - V_{cone\ menor}$$

A outra alternativa é por meio da seguinte fórmula:

$$V = \frac{\pi h_t}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

Mais uma vez, não fique tão assustado com essa parte relativa aos troncos, ela ainda não é nada comum em concursos. Coloco aqui para deixar nosso material mais completo, pois pode ser cobrado eventualmente.

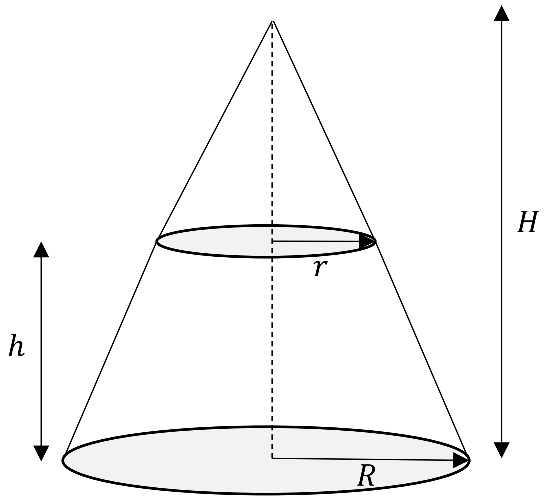
HORA DE PRATICAR! ESTA É DIFÍCIL!

(UFSC/2019) Considere um cone de altura H e raio da base R. A que altura, a partir da base, se deve fazer um corte paralelo à base de forma que o tronco de cone correspondente tenha metade do volume do cone original?

A) $\frac{H(2-\sqrt[3]{4})}{2}$ B) $\frac{H(\sqrt{2}-1)}{4}$ C) $\frac{H(\sqrt[3]{2}-1)}{2}$ D) $\frac{H(2-\sqrt[3]{2})}{2}$ E) $\frac{H(4-\sqrt{2})}{4}$

Comentários:

Confira abaixo como fica uma a situação desenhada.



O enunciado quer a altura h. Para encontrá-la, devemos usar a informação de que **o tronco de cone tem <u>metade</u> do volume do cone original**. Assim,

$$V_{tronco} = \frac{V_{cone\ maior}}{2} \qquad (1)$$

Além disso, lembre-se que o volume de um tronco de cone pode ser calculado da seguinte forma:

$$V_{tronco} = V_{cone\ maior} - V_{cone\ menor} \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\frac{V_{cone\ maior}}{2} = V_{cone\ maior} - V_{cone\ menor} \qquad \rightarrow \qquad V_{cone\ menor} = \frac{V_{cone\ maior}}{2}$$

Com isso, lembre que **o volume de um cone** é expresso por:

$$V_{cone} = \frac{A_b H}{3}$$

Olhando para a figura que desenhamos, podemos escrever que:

- Para o cone maior: $A_b = \pi R^2$
- Para o cone menor: $A_b = \pi r^2$

- A altura do cone maior é H.
- A altura do cone menor é $H - h$.

Assim,

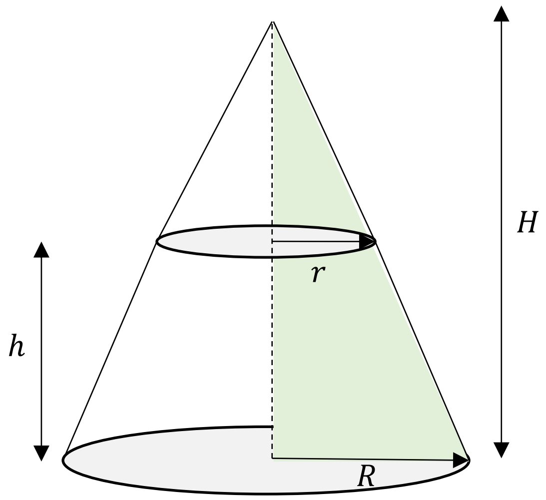
$$V_{cone\ maior} = \frac{\pi R^2 H}{3} \qquad\qquad V_{cone\ menor} = \frac{\pi r^2 (H-h)}{3}$$

Substituindo na expressão que obtemos anteriormente.

$$\frac{\pi r^2 (H-h)}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Simplificando,

$$2r^2(H-h) = R^2 H \qquad (3)$$



Observe o triângulo retângulo destacado. Nós podemos desenvolver uma **semelhança de triângulos**.

$$\frac{r}{R} = \frac{H-h}{H} \quad \rightarrow \quad r = R \cdot \left(\frac{H-h}{H}\right) \qquad (4)$$

Substituindo (4) em (3):

$$2R^2 \cdot \left(\frac{H-h}{H}\right)^2 \cdot (H-h) = R^2 H$$

Podemos **cortar os raios (R).**

$$\frac{2(H-h)^3}{H^2} = H \quad \rightarrow \quad 2(H-h)^3 = H^3$$

Tirando **a raiz cúbica** dos dois lados.

$$\sqrt[3]{2(H-h)^3} = \sqrt[3]{H^3} \quad \rightarrow \quad \sqrt[3]{2} \cdot (H-h) = H$$

Isolando o "h".

$$\sqrt[3]{2}H - \sqrt[3]{2}h = H \quad \rightarrow \quad \sqrt[3]{2}h = \sqrt[3]{2}H - H \quad \rightarrow \quad h = \frac{H\left(\sqrt[3]{2}-1\right)}{\sqrt[3]{2}}$$

Racionalizando com $\sqrt[3]{2^2}$

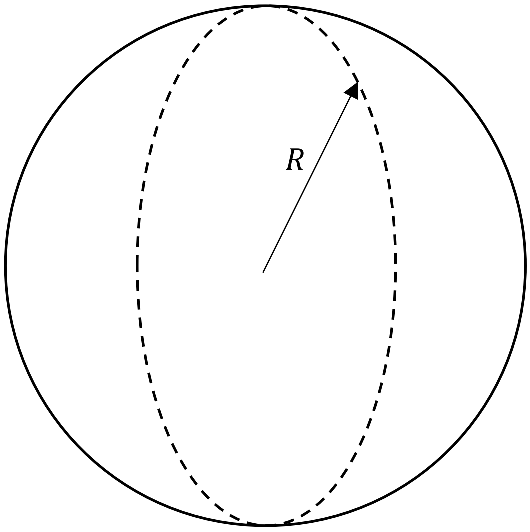
$$h = \frac{H\left(\sqrt[3]{2}-1\right)}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{h = \frac{H\left(2-\sqrt[3]{4}\right)}{2}}$$

Ufa!! Essa não foi simples, em? Coloquei essa questão pois ela envolve diversos assuntos e serve como uma boa revisão! Note que falamos sobre: **cones, triângulo retângulo, semelhança de triângulos, racionalização e tudo isso com uma boa dose de manipulações algébricas**! (rsrs)

Gabarito: LETRA A.

Esfera

Chegamos ao nosso último sólido e corpo redondo! **A esfera!** Acredito que é o que temos mais familiaridade e a abordaremos de forma bem direta nessa aula. Observe o seu formato.



Sobre a esfera, as questões **gostam de explorar a sua área superficial**. Para calculá-la, utilizamos a fórmula:

$$A_s = 4\pi R^2$$

Essa é uma outra fórmula em que o custo benefício de demonstrá-la é praticamente nulo.

(PREF. SR CANAÃ/2019) A área da superfície de uma esfera de diâmetro 6 m é: (dado: $\pi = 3$)
A) 18 m².
B) 36 m².
C) 81 m².
D) 108 m².
E) 212 m².

Comentários:
Galera, a área superficial de uma esfera é dada:

$$A_s = 4\pi R^2$$

O enunciado nos forneceu o diâmetro. Sabemos que **o diâmetro é o dobro do raio**. Assim,

$$\mathrm{D} = 2\mathrm{R} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R} = \frac{\mathrm{D}}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R} = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R} = 3\ \mathrm{m}$$

O raio da esfera é 3 m. Podemos substituir na fórmula, não esquecendo que a questão pediu para considerar $\pi = 3$.

$$\mathrm{A_s} = 4 \cdot 3 \cdot 3^2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_s} = 12 \cdot 9 \quad \rightarrow \quad \mathbf{A_s = 108\ m^2}$$

Gabarito: LETRA D.

Por fim, também devemos saber como calculamos o seu volume. Anote aí o volume da esfera:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. CABEDELO/2020) Considere uma esfera de raio de 3 cm. A razão entre o volume e a área da superfície dessa esfera é:
A) 1 cm
B) 1 cm³
C) 2π cm
D) π cm²
E) π

Comentários:
Questão apenas para **treinar as fórmulas** que estamos vendo. A esfera tem raio igual a 3 cm.

- Para calcular **a área superficial de uma esfera**, utilizamos a seguinte fórmula:

$$A_s = 4\pi R^2$$

Substituindo $R = 3$,

$$A_s = 4 \cdot \pi \cdot 3^2 \quad \rightarrow \quad A_s = 36\pi\ cm^2$$

- Para calcular **o volume de uma esfera**, utilizamos a seguinte fórmula:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Substituindo $R = 3$,

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 3^3}{3} \quad \rightarrow \quad V = 4 \cdot \pi \cdot 3^2 \quad \rightarrow \quad V = 36\pi\ cm^3$$

O enunciado pede **a razão entre o volume e a área superficial.**

$$\frac{V}{A_s} = \frac{36\pi\ cm^3}{36\pi\ cm^2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{V}{A_s} = 1\ cm}$$

Gabarito: LETRA A.

Questões Comentadas

Introdução

Outras Bancas

1. (DECEx/ESA/2021 - adaptada) Em relação à geometria espacial métrica, analise as sentenças abaixo assinalando V para verdadeiro ou F para falso.

( ) Um poliedro é convexo quando o segmento que liga dois dos seus pontos está sempre contido nele.

( ) Cada vértice de um poliedro é um ponto comum a três ou mais arestas.

( ) Um poliedro convexo é dito regular quando todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes e em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas.

A sequência correta relativa às afirmações acima é;

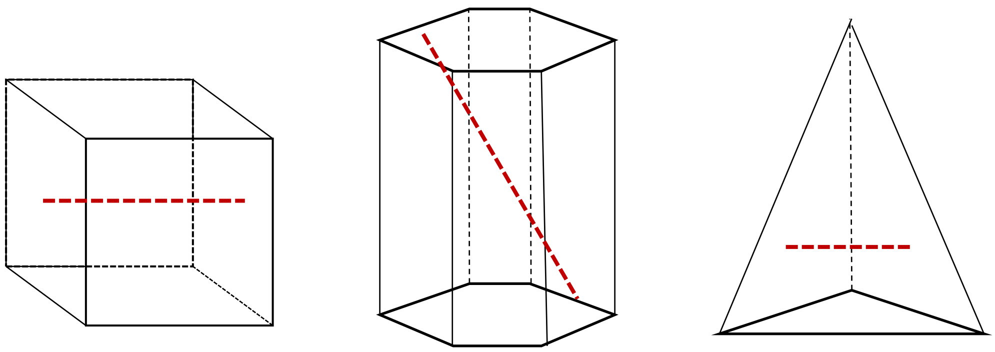
A) VVF.
B) FFF.
C) VFV.
D) VVV.
E) FFV.

Comentários:

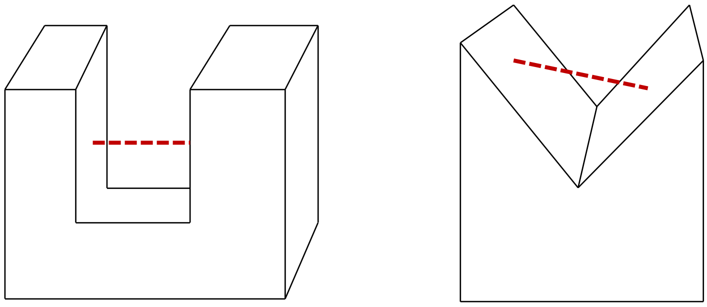
(**V**) Um poliedro é convexo quando o segmento que liga dois dos seus pontos está sempre contido nele.

Certo. É isso mesmo! *Lembra daquelas figuras que desenhamos na teoria?*

Exemplos de Poliedros Convexos

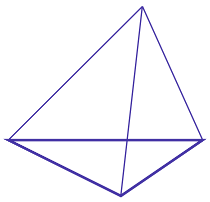
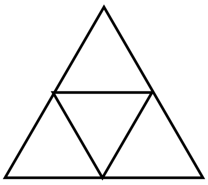
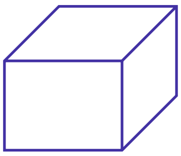
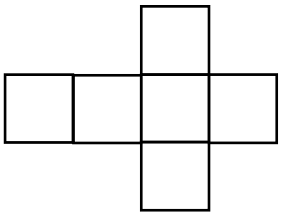
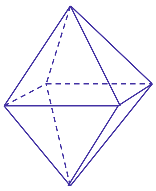
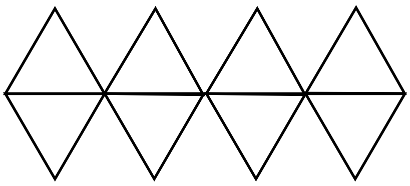


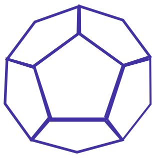
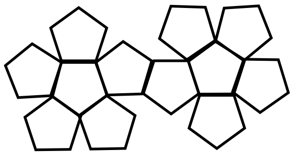
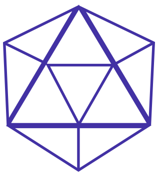
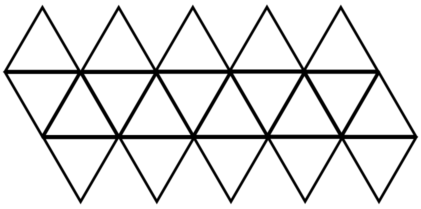
Exemplos de Poliedros Não Convexos



( ) Cada vértice de um poliedro é um ponto comum a três ou mais arestas.
Certo. Pessoal, o poliedro é uma figura **tridimensional**. Para ser assim, é necessário que em cada vértice concorram três ou mais arestas.

( ) Um poliedro convexo é dito regular quando todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes e em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas.
Certo. Essa é uma **ótima definição** para polígonos regulares. Para complementar, lembre-se que são **cinco** os **poliedros regulares**.

Poliedros Regulares		
Poliedro	Planificação	Informações
 **Tetraedro Regular**		O tetraedro regular é uma pirâmide em que todas as suas 4 faces são triângulos equiláteros (até a própria base). $V = 4$ $A = 6$
 **Hexaedro Regular**		O hexaedro regular é o "nome científico" do famoso cubo. Note que todas suas 6 faces são quadradas. $V = 8$ $A = 12$
 **Octaedro Regular**		O octaedro regular também é chamado de bipirâmide quadrada. As suas 8 faces são triângulos equiláteros. $V = 6$ $A = 12$

 **Dodecaedro Regular**		O dodecaedro regular é formado por 12 faces! Cada uma das faces é um pentágono regular. $V=20$ $A=30$
 **Icosaedro Regular**		O icosaedro regular é formado por 20 faces! Cada uma das faces é um triângulo equilátero. $V=12$ $A=30$

Gabarito: LETRA D.

2. (Inst. Excelência/PREF. TREMEMBÉ/2019) A Geometria Espacial é o nome usual para geometria no espaço tridimensional, em que os sólidos estão inseridos. Um sólido é limitado por um ou mais planos ou superfícies, assim como as superfícies são limitadas por uma ou mais linhas. Sobre os sólidos geométricos, é CORRETO afirmar:

A) Um cuboctaedro é um sólido geométrico irregular, composto de dois tipos de polígonos regulares: o quadrado e o triângulo.

B) Pelo Teorema de Euler, sabe-se que o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas subtraído de 2, para qualquer poliedro.

C) A famosa pirâmide de Gizé, no Egito, não é um exemplo de poliedro.

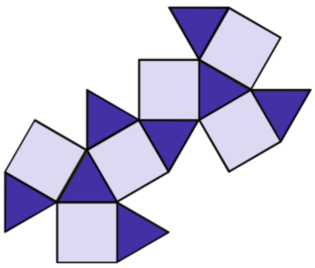
D) Poliedros regulares são muito conhecidos por sua simetria. No total, existem 6 poliedros regulares.

Comentários:

Vamos analisar cada alternativa.

A) Um cuboctaedro é um sólido geométrico irregular, composto de dois tipos de polígonos regulares: o quadrado e o triângulo.

É a nossa resposta. O cuboctaedro é um sólido formado por **8 triângulos equiláteros e 6 quadrados**. Sua planificação tem o seguinte aspecto:



Ademais, anote aí que ele é um sólido conhecido como **arquimediano (ou semirregular)**, que são poliedros convexos que possuem **mais de um "tipo" de polígono regular em suas faces**. Caso você não conhecesse o cuboctaedro, também seria possível resolver essa questão por eliminação. Vamos ver!

B) Pelo Teorema de Euler, sabe-se que o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas subtraído de 2, para qualquer poliedro.
Errado. Lembre-se da Relação de Euler: $V + F = A + 2$. Ou seja, o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas **somado** de 2.

C) A famosa pirâmide de Gizé, no Egito, não é um exemplo de poliedro.
Errado. É um exemplo sim, pessoal. **Pirâmides são poliedros** e as estudaremos com mais detalhes nos capítulos posteriores dessa aula.

D) Poliedros regulares são muito conhecidos por sua simetria. No total, existem 6 poliedros regulares.
Errado. Fizemos uma revisão disso na questão passada! São **5 poliedros regulares**: o tetraedro regular, o hexaedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular.

Gabarito: LETRA A.

3. (PRÓ-MUNICÍPIO/PREF. MASSAPÊ/2019) O que é um poliedro de Platão? Os poliedros de Platão são aqueles que possuem as seguintes propriedades:

I. Todas as faces apresentam o mesmo número de ________;
II. Todos os vértices possuem o mesmo número de arestas, isto é, se um vértice é a extremidade de três arestas, por exemplo, então todos serão também;
III. É __________;
IV. Seja o número de faces igual a F, de arestas igual a A e de vértices igual a V, então vale a seguinte relação, chamada de relação de ________ : V – A + F = 2.

A sequência correta para o preenchimento de lacunas está em:
A) Faces, côncavo, Euler;
B) Faces, côncavo, Platão;
C) Arestas, bidimensional, Platão;
D) Arestas, convexo, Euler.

Comentários:
Questão para treinarmos um pouco as **propriedades** dos Poliedros de Platão.

I. Todas as faces apresentam o mesmo número de **arestas**. Afinal, todas as faces são polígonos regulares.

III. Os poliedros de Platão são **convexos**.

IV. Podemos relacionar o número de arestas, de vértices e de faces de um poliedro convexo por meio da Relação de **Euler**: $V - A + F = 2$.

Gabarito: LETRA D.

4. (DIRENS/EEAR/2021) Um poliedro convexo possui 20 faces, das quais 7 são pentagonais e 13 triangulares. Dessa forma, é correto afirmar que

A) o número de arestas é 39.

B) o número de arestas é 74.

C) o número de vértices é 19.

D) o número de vértices é 23.

Comentários:

Essa é uma questão clássica para aplicarmos a Relação de Euler. Perceba que o enunciado já forneceu que **o número de faces (F) é 20**. Como ele falou que 7 são pentagonais e 13 são triangulares, podemos encontrar o número de arestas. **Nas faces pentagonais, temos 5 arestas em cada face**. Assim,

$$A_5 = 7 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad A_5 = 35$$

Da mesma forma, **nas faces triangulares, temos três arestas em cada face**. Logo,

$$A_3 = 3 \cdot 13 \quad \rightarrow \quad A_3 = 39$$

Agora, vamos somar essas duas quantidades:

$$A' = A_5 + A_3 = 35 + 39 = 74$$

Cuidado aqui, galera! **Aqui tem o pulo do gato!** Lembre-se que uma aresta é comum a duas faces, ou seja, quando fazemos a conta acima, **contamos uma mesma aresta duas vezes!** É preciso dividir o resultado por 2 para encontrarmos o número de arestas verdadeiro.

$$A = \frac{A'}{2} \quad \rightarrow \quad A = \frac{74}{2} \quad \rightarrow \quad A = 37$$

Com o número de faces (F) e o número de arestas (A), podemos encontrar o número de vértices (V) por meio da Relação de Euler.

$$V + F = A + 2 \quad \rightarrow \quad V + 20 = 37 + 2 \quad \rightarrow \quad V + 20 = 39 \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 19}$$

Gabarito: LETRA C.

5. (QUADRIX/SEDF/2021) Um cuboctaedro é um poliedro convexo composto por oito faces triangulares regulares e seis faces quadradas. Considerando essa informação, julgue o item.

O número de vértices do cuboctaedro é igual a 12.

Comentários:
Mais uma questão desse tal de cuboctaedro! Dessa vez, precisaremos usar a Relação de Euler para determinar o número de vértices (V).

Temos **oito faces triangulares**. Assim,

$$A_3 = 8 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad A_3 = 24$$

Temos também **seis faces quadradas**. Logo,

$$A_4 = 6 \cdot 4 \quad \rightarrow \quad A_4 = 24$$

Mais uma vez, vamos somar essas duas quantidades de arestas.

$$A' = A_3 + A_4 = 24 + 24 = 48$$

Sempre cuidado nesse momento! Não é essa quantidade de arestas que vamos usar na fórmula de Euler! **É a metade dessa quantidade.** Isso acontece, pois, **cada aresta é comum a duas faces**. Sendo assim, ao realizar os cálculos acima, contamos uma mesma aresta duas vezes!

$$A = \frac{A'}{2} \quad \rightarrow \quad A = \frac{48}{2} \quad \rightarrow \quad A = 24$$

Pronto! Essa é a quantidade de arestas que usaremos na fórmula. Por fim, note que **como são 8 faces triangulares e 6 faces quadradas**, então temos um **total de 14 faces**. Na Relação de Euler fica:

$$V + F = A + 2 \quad \rightarrow \quad V + 14 = 24 + 2 \quad \rightarrow \quad V = 26 - 14 \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 12}$$

Gabarito: CERTO

6. (GUALIMP/PREF. CONC. MACABU/2020) Os alunos do curso de Licenciatura em Matemática construíram durante a aula de Geometria, um poliedro de isopor. Ao analisarem melhor a figura, uma aluna verificou que o número de vértices é o quádruplo do número de faces acrescido de dois. Um outro aluno verificou que número de arestas é igual ao triplo do número de faces acrescido de doze. Com essas duas observações feitas pelos alunos, esse poliedro possui quantos vértices?
A) 6.

B) 26.
C) 30.
D) 32.

Comentários:
Vamos equacionar os fatos verificados por cada um dos alunos.

- **O número de vértices é o quádruplo do número de faces acrescido de dois.**

$$V = 4F + 2$$

- **O número de arestas é igual ao triplo do número de faces acrescido de doze.**

$$A = 3F + 12$$

Podemos usar essas duas informações na **Relação de Euler**.

$$V + F = A + 2$$

$$(4F + 2) + F = (3F + 12) + 2$$

$$5F + 2 = 3F + 14$$

$$2F = 12 \quad \rightarrow \quad F = 6$$

Esse poliedro tem **6 faces**. Podemos usar essa informação para encontrarmos o número de vértices.

$$V = 4F + 2 \quad \rightarrow \quad V = 4 \cdot 6 + 2 \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 26}$$

Gabarito: LETRA B.

7. (LEGALLE/PREF. GRAVATAÍ/2019) Um poliedro convexo possui 20 faces e 12 vértices. O número de arestas desse poliedro é:
A) 26.
B) 28.
C) 30.
D) 32.
E) 34.

Comentários:
Questão para aplicarmos **a Relação de Euler** diretamente!

De acordo com o enunciado, **o número de faces é 20**. Logo, $F = 20$.

Por sua vez, **o número de vértices é 12**. Assim, $V = 12$.

A Relação de Euler diz que:

$$V + F = A + 2$$

$$12 + 20 = A + 2 \quad \rightarrow \quad A = 32 - 2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{A = 30}}$$

Gabarito: LETRA C.

8. (AOCP/SED-MS (ADAPT)/2022) Considerando os conceitos da Geometria Plana e da Geometria Espacial, assinale a alternativa INCORRETA.
A) Um ângulo mede a metade de seu complemento, então esse ângulo mede 30°.
B) Quadrado é todo losango que é retângulo.
C) O icosaedro regular tem 20 arestas a mais do que o octaedro regular.
D) O poliedro convexo no qual o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades é o octaedro.

Comentários:
Vamos analisar cada uma das alternativas.

A) Um ângulo mede a metade de seu complemento, então esse ângulo mede 30°.
Correto. Dois ângulos são complementares quando sua **soma é 90°**. Seja x esse ângulo.

$$x + C = 90° \qquad (1)$$

Como esse **ângulo é <u>metade</u> do complemento**:

$$x = \frac{C}{2}$$

Substituindo em (1):

$$\frac{C}{2} + C = 90° \quad \rightarrow \quad 3C = 180° \quad \rightarrow \quad C = 60°$$

Com o valor do complemento, podemos determinar x.

$$x = \frac{60°}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{x = 30°}}$$

B) Quadrado é todo losango que é retângulo.

Correto! Lembre-se que um losango é um quadrilátero que possui todos os lados iguais (com mais algumas condições). Quando são seus ângulos internos são iguais a 90°, tem-se um quadrado.

C) O icosaedro regular tem 20 arestas a mais do que o octaedro regular.

Errado. Na teoria, vimos que o icosaedro possui 20 faces, 12 vértices e 30 arestas. Por sua vez, o octaedro possui 8 faces, 6 vértices e 12 arestas. Note que **a diferença entre o número de arestas é de 18.**

D) O poliedro convexo no qual o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades é o octaedro.

Correto. Conforme vimos na alternativa anterior, um octaedro tem 8 faces, **6 vértices e 12 arestas**. Logo, o número de arestas realmente excede o número de vértices em 6 unidades.

Gabarito: LETRA C.

9. (DIRENS/EEAR/2022) Sejam M e N dois poliedros convexos tais que: M tem 18 arestas, 8 vértices e m faces; e N tem 20 arestas, 10 vértices e n faces. Então é correto afirmar que:

A) m = n

B) m = n + 2

C) n = m + 2

D) m + n = 22

Comentários:

Nessa questão, usaremos a **relação de Euler**:

$$V + F = A + 2$$

Para o poliedro M, temos 18 arestas, 8 vértices e **m faces**. Assim:

$$8 + m = 18 + 2 \quad \rightarrow \quad m = 12$$

Para o poliedro N, temos 20 arestas, 10 vértices e **n faces**. Logo:

$$10 + n = 20 + 2 \quad \rightarrow \quad n = 12$$

Observe que o número de faces dos dois poliedros é igual!

$$\boxed{\boldsymbol{m = n}}$$

Gabarito: LETRA A.

10. (IDECAN/CBM-ES/2022) Considerando um poliedro convexo, determine a quantidade de arestas (A) desse poliedro, sabendo que o mesmo tem onze faces, sendo elas seis triangulares e cinco quadrangulares.

A) A = 16

B) A = 17

C) A = 18

D) A = 19

E) A = 20

Comentários:

Queremos determinar o número de arestas (A). Para isso, note que temos seis faces triangulares e cinco quadrangulares.

- Cada face **triangular** possui **três arestas**, assim:

$$A_t = 3 \cdot 6 \quad \rightarrow \quad A_t = 18$$

- Cada face **quadrangular** possui **quatro arestas**, assim:

$$A_q = 4 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad A_q = 20$$

Portanto, o número de arestas do poliedro será:

▪

$$A = \frac{A_t + A_q}{2} \quad \rightarrow \quad A = \frac{18 + 20}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{A = 19}$$

Professor, o senhor dividiu por dois! Por quê?

Galera, **uma aresta é compartilhado por duas faces**! Sendo assim, não podemos simplesmente somar os valores pois aí contabilizaríamos uma mesma aresta duas vezes! É preciso fazer a divisão por dois.

Gabarito: LETRA D.

11. (IDECAN/CBM-ES/2022) Analise as afirmativas a seguir:

I. Para todo poliedro convexo, ou para sua superfície, vale a relação $V - A + F = 2$ em que V é o número de vértices, A é o número de arestas e F é o número de faces do poliedro.

II. Um octaedro possui exatamente 12 arestas, 6 vértices e 8 faces.

III. Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão.

Assinale a alternativa correta.

A) Somente I está correto.

B) Somente II está correto.

C) Somente III está correto.

D) Somente I e II estão corretos.

E) Todas as afirmações estão corretas.

Comentários:

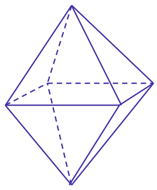
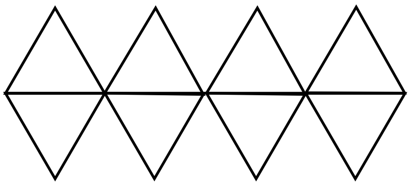
Vamos analisar as afirmativas.

I. Para todo poliedro convexo, ou para sua superfície, vale a relação $V - A + F = 2$ em que V é o número de vértices, A é o número de arestas e F é o número de faces do poliedro.

Correto. É isso mesmo! Trata-se da relação de Euler estudada na teoria.

II. Um octaedro possui exatamente 12 arestas, 6 vértices e 8 faces.

Perfeito! Destacamos em nosso quadro que o octaedro tem exatamente isso.

Poliedro	Planificação	Informações
 **Octaedro Regular**		O octaedro regular também é chamado de bipirâmide quadrada. As suas 8 faces são triângulos equiláteros. $V = 6 \quad A = 12$

III. Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão.

Perfeito! As cinco classes são: **o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.**

Gabarito: LETRA E.

Inéditas

12. (Questão Inédita) Assinale a alternativa incorreta.

A) Todo poliedro convexo é um poliedro de Euler, mas nem todo poliedro de Euler é convexo.

B) Existem apenas cinco classes de poliedros de Platão.

C) Para todo poliedro convexo, vale a relação de Euler $V + A - F = 2$.

D) Existem apenas cinco tipos de poliedros regulares.

E) Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é poliedro regular.

Comentários:

A) Todo poliedro convexo é um poliedro de Euler, mas nem todo poliedro de Euler é convexo.

Correto. Um poliedro de Euler (ou poliedro euleriano) é um poliedro para o qual vale a Relação de Euler. Sabemos que a relação de Euler vale para todo poliedro convexo, portanto, **todo poliedro convexo é um poliedro euleriano**. No entanto, existe **alguns poliedros não-convexos** que obedecem a Relação de Euler. Esses poliedros também são eulerianos!

B) Existem apenas cinco classes de poliedros de Platão.
Mais uma correta! Os poliedros de Platão são poliedros que obedecem a **três condições básicas**:

(i) Possuem o mesmo número de arestas em cada face;
(ii) De cada vértice partem a mesma quantidade de arestas;
(iii) Obedecem a relação de Euler.

Só existem **cinco classes** de poliedros que obedecem a todas essas condições: **o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.**

C) Para todo poliedro convexo, vale a relação de Euler $V + A - F = 2$.
Errado, pessoal! É o nosso gabarito. Note que **a fórmula está errada**. O correto seria:

$$V - A + F = 2$$

D) Existem apenas cinco tipos de poliedros regulares.
Correto! Os poliedros regulares são: **tetraedro regular, hexaedro regular, octaedro regular, dodecaedro regular e o icosaedro regular.**

E) Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é poliedro regular.
Correto! O poliedro regular nada mais é do que um poliedro de Platão com algumas exigências **a mais**: tem que ser um **poliedro convexo** e **suas faces devem ser polígonos regulares**. Portanto, um outro poliedro que apenas cumpra as três condições que vimos no comentário da alternativa B, é um Poliedro de Platão, mas não será necessariamente regular.

Gabarito: LETRA C.

13. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta corretamente o número de vértices de um poliedro convexo que tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 pentagonal e 2 hexagonais.
A) 10.
B) 11.
C) 12.
D) 13.
E) 14.

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão bem típica de quando se estuda **a Relação de Euler**.

$$V - A + F = 2$$

Note que a questão pergunta o número de vértices, ou seja, **precisaremos encontrar o "V"**.

Como temos 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 pentagonal e 2 hexagonais, temos **ao total 7 faces**.

$$F = 7$$

Por fim, em uma face triangular, temos 3 arestas. Em uma face quadrangular, temos 4 arestas. Por sua vez, em uma face pentagonal, temos 5 arestas. Por último, em uma face hexagonal, temos 6 arestas. Observe que quando a questão fala do "formato" de cada face, **ela implicitamente está nos dizendo a quantidade de arestas desse poliedro**, ou seja, o valor de "A". Porém, temos que ficar atentos a um detalhe aqui!

Cada aresta sempre será "compartilhada" por duas faces. Dessa forma, após contabilizarmos as arestas da forma acima, devemos dividir o resultado por dois, para eliminar as duplicidades.

$$2A = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6$$

$$2A = 9 + 4 + 5 + 12$$

$$2A = 30$$

$$A = 15$$

Beleza! Com o número de arestas (A) e o número de faces (F), conseguimos **a quantidade de vértices (V)** pela Relação de Euler.

$$V - A + F = 2$$

$$V - 15 + 7 = 2$$

$$V - 8 = 2$$

$$\boxed{\mathbf{V = 10}}$$

Gabarito: LETRA A.

14. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta apenas os poliedros de Platão.
A) tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

B) hexaedro, eneaedro, decaedro, dodecaedro e icosaedro.
C) decaedro, undecaedro, dodecaedro, tridecaedro e icosaedro.
D) tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e pentadecaedro.
E) tetraedro, hexaedro, decaedro, dodecaedro e icosaedro.

Comentários:
Vimos na teoria que os poliedros de Platão são:

tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Gabarito: LETRA A.

15. (Questão Inédita) Um poliedro convexo possui 10 faces e 32 vértices. Assinale a alternativa que apresenta corretamente o número de arestas desse poliedro.
A) 38
B) 39
C) 40
D) 41
E) 42

Comentários:
Questão para aplicarmos diretamente a **Relação de Euler**!

Do enunciado, tiramos que $\boldsymbol{F = 10}$ e $\boldsymbol{V = 32}$. Assim:

$$V - A + F = 2$$

$$32 - A + 10 = 2$$

$$42 - A = 2$$

$$\boxed{\boldsymbol{A = 40}}$$

Gabarito: LETRA C.

QUESTÕES COMENTADAS

Prisma

FGV

1. (FGV/IBGE/2022) Uma caixa com o formato de um paralelepípedo tem dimensões iguais a 25 cm, 36 cm e 20 cm. A capacidade volumétrica dessa caixa, em litros, é

A) 1,8.
B) 18.
C) 180.
D) 1800.
E) 18000.

Comentários:

Aqui, precisamos calcular o volume dessa caixa. Vimos que **o volume de um paralelepípedo é o produto de suas dimensões**.

$$\mathrm{V = abc} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 25 \cdot 36 \cdot 20 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 18.000\ \mathrm{cm}^3$$

Muito cuidado**! O resultado que encontramos está em cm³**. A questão pede o resultado em litros. Nessa parte da questão, você teria que lembrar que **1 cm³ = 1 mL**. Dessa forma, podemos escrever:

$$\mathrm{V} = 18.000\ \mathrm{mL}$$

Para converter de mililitro (mL) para litros (L), devemos **dividir o resultado por 1.000**.

$$V = \frac{18.000}{1.000} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V = 18\ L}}$$

Gabarito: LETRA B.

2. (FGV/TJ-TO/2022) Um prisma possui 13 faces. O número de arestas desse prisma é:

A) 27.
B) 30.
C) 33.
D) 36.

Comentários:

O primeiro passo é lembrar que **o prisma tem 2 bases**! Sendo assim, dessas 13 faces que a questão comenta, **11 serão faces laterais e 2 serão bases**. Ademais, em uma prisma, **todas as faces laterais são quadrangulares** e, como temos 11 faces laterais, **as bases serão undecágonos** (polígonos com 11 lados). Resumindo:

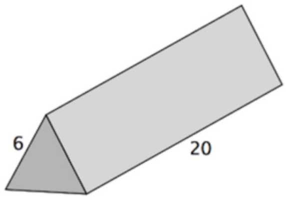
Faces	Arestas
11 faces quadrangulares	4 arestas em cada face
2 faces (bases) undecagonais	11 arestas em cada base

Lembre-se sempre que **uma aresta é "compartilhada" por duas faces**. Logo, após contabilizarmos as arestas, devemos **dividir o resultado por dois**, para excluir as duplicidades.

$$A = \frac{11 \cdot 4 + 2 \cdot 11}{2} \quad \rightarrow \quad A = \frac{66}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{A = 33}$$

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/PREF. ANGRA/2019) Certa embalagem tem a forma de um prisma triangular regular como o representado na figura a seguir.



O comprimento da embalagem é de 20 cm e cada lado do triângulo mede 6cm. O volume dessa embalagem, em cm³, é de, aproximadamente,

Obs.: utilize $\sqrt{3} = 1{,}73$.

A) 250.

B) 270.

C) 290.

D) 310.

E) 330.

Comentários:

Devemos calcular o volume de um prisma. Na teoria, vimos que: $V = A_b H$

Como a base é um **triângulo equilátero de lado igual a 6**, podemos calcular sua área da seguinte forma:

$$\mathrm{A_b} = \frac{\mathrm{L}^2\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = 9\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$$

Usando a informação do enunciado que $\sqrt{3} = 1,73$:

$$\mathrm{A_b} = 9 \cdot 1{,}73 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = 15{,}57\ \mathrm{cm}^2$$

Observe que **o comprimento da embalagem corresponde à altura do prisma**, logo, $H = 20$ cm.

$$V = 15{,}57 \cdot 20 \quad \rightarrow \quad V = 311{,}4\ cm^3$$

Entre as alternativas, o volume que mais se aproxima do que acabamos de encontrar é o da letra D.

Gabarito: LETRA D.

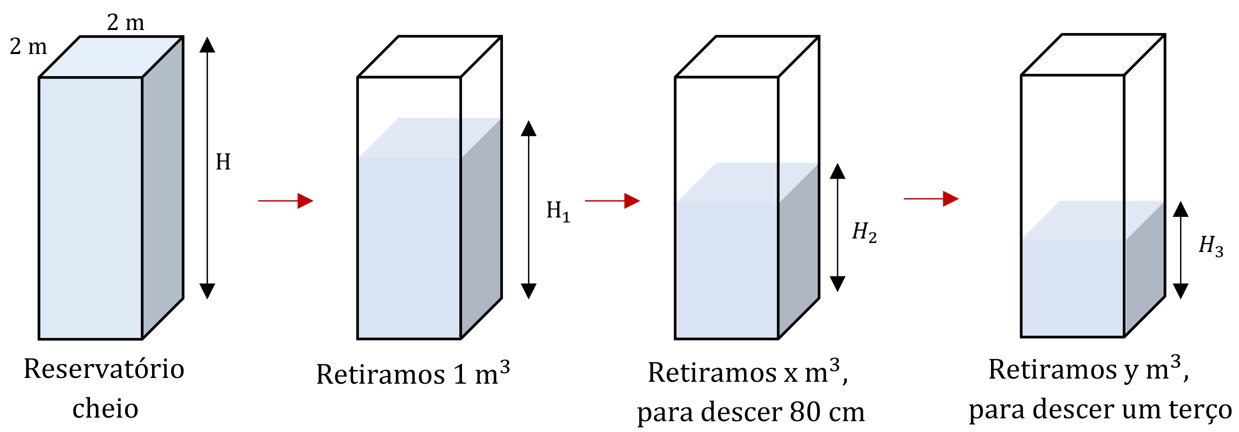
FCC

4. (FCC/SABESP/2019) Um reservatório, inicialmente cheio de água, tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cuja base é um quadrado de lado 2 m. Em um primeiro momento, é retirado 1 m³ de água desse reservatório e, depois, é retirada mais uma determinada quantidade de água, de maneira que essa segunda retirada faz o nível da água no reservatório descer 80 cm. Finalmente, é retirado um terço da água que ainda se encontra no reservatório, sobrando 2,8 m³ de água em seu interior. A altura desse reservatório, em metros, mede

A) 1
B) 2,1
C) 2,8
D) 2,5
E) 3

Comentários:

É interessante esquematizarmos os quatro momentos que o enunciado descreve.



Em um primeiro momento, temos o reservatório cheio e **dele é retirado um volume de 1 m³ de água**. Com isso, ficamos com a seguinte pergunta: *qual a nova altura da água nesse reservatório?*

Para responder isso, vamos inicialmente determinar a área da base desse paralelepípedo. Como a base é um quadrado de lado igual a 2 metros, podemos fazer:

$$\mathrm{A_b} = 2^2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = 4\ \mathrm{m}^2$$

Com essa área da base, um **volume de 1 m³** terá a seguinte altura em um paralelepípedo:

$$4\mathrm{h} = 1 \quad \rightarrow \quad \mathrm{h} = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad \mathrm{h} = 0{,}25\ \mathrm{m}$$

Logo, podemos dizer que **a altura da água reduziu 0,25 metros**. Assim,

$$H_1 = H - 0{,}25$$

Depois disso, foi retirada mais uma quantidade, que **reduziu a altura da água em 80 cm** (0,8 metros). Logo,

$$H_2 = H_1 - 0{,}80 \quad \rightarrow \quad H_2 = H - 0{,}25 - 0{,}8 \quad \rightarrow \quad H_2 = H - 1{,}05$$

Por último, f**oi retirada um terço da quantidade de água** que ainda estava no reservatório. Sendo assim, a altura foi reduzida de um terço.

$$H_3 = H_2 - \frac{H_2}{3} \quad \rightarrow \quad H_3 = \frac{2H_2}{3}$$

Substituindo H_2:

$$H_3 = \frac{2H - 2{,}10}{3}$$

Como o enunciado fala que **sobrou 2,8 m³ dentro do reservatório**, podemos escrever que:

$$A_b H_3 = 2{,}8$$

Substituindo $A_b = 4\ m^2$ e $H_3 = \frac{2H - 2{,}10}{3}$, ficamos com:

$$\frac{4 \cdot (2H - 2{,}10)}{3} = 2{,}8 \quad \rightarrow \quad 2H - 2{,}10 = 2{,}1 \quad \rightarrow \quad 2H = 4{,}2 \quad \rightarrow \quad H = 2{,}10\ m$$

Logo, **a altura do reservatório é $\mathbf{H = 2,10\ m}$**.

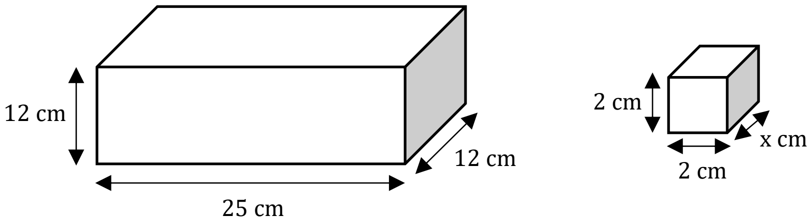
Gabarito: LETRA B.

5. (FCC/PREF. SJRP/2019) Uma caixa, na forma de paralelepípedo reto-retângulo, tem 25 cm de comprimento, 12 cm de largura e 12 cm de altura. Essa caixa será usada para armazenar pequenos blocos maciços, também na forma de paralelepípedos reto-retângulos, em que uma das faces é um quadrado de lado 2 cm. Sabendo que no máximo 180 desses blocos cabem totalmente no interior da caixa, a área total de cada bloco, em cm², é:

A) 36
B) 40
C) 48
D) 52
E) 64

Comentários:

Primeiramente, vamos desenhar a situação proposta no enunciado. Isso é fundamental, galera.



Do lado esquerdo da figura acima temos a caixa em que vamos colocar os blocos. Vamos calcular seu volume.

$$\mathrm{V_{caixa}} = 12 \cdot 25 \cdot 12 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{caixa}} = 3.600\ \mathrm{cm}^3$$

Do lado direito, o pequeno bloco que iremos colocar dentro da caixa. Note que só temos duas de suas dimensões, pois o enunciado falou que **uma de suas faces é um quadrado de lado igual a 2**. A dimensão desconhecida chamamos de "x". Podemos calcular o volume do bloco em função desse "x".

$$\mathrm{V_{bloco}} = 2 \cdot 2 \cdot \mathrm{x} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{bloco}} = 4\mathrm{x}$$

Como **180 desses blocos cabem inteiramente na caixa**, podemos escrever que:

$$\frac{\mathrm{V_{caixa}}}{\mathrm{V_{bloco}}} = 180 \quad \rightarrow \quad \frac{3.600}{4\mathrm{x}} = 180 \quad \rightarrow \quad \mathrm{x} = \frac{3.600}{720} \quad \rightarrow \quad \mathrm{x} = 5\ \mathrm{cm}$$

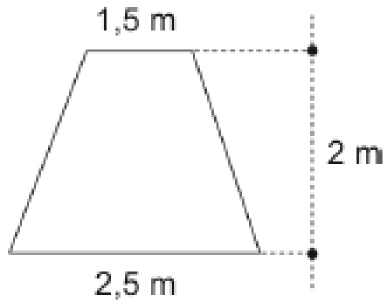
Pronto, temos todas as dimensões do bloco, e é possível calcular sua área total.

$$A_{total} = 2 \cdot (ab + bc + ca)$$

$$\mathrm{A_{total}} = 2 \cdot (2 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 5) \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_{total}} = 2 \cdot 24 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_{total}} = 48\ \mathrm{cm}^2$$

Gabarito: LETRA C.

6. (FCC/METRO-SP/2019) Numa indústria alimentícia, construiu-se um reservatório de seção trapezoidal constante para o armazenamento de água potável. As medidas internas da seção do reservatório estão indicadas na figura.



Num determinado dia em que o reservatório apresentava-se completamente vazio, com o objetivo de enchê-lo até 80% de sua capacidade, um registro de alimentação, de vazão 25,4 litros por minuto, foi aberto. O encarregado do setor não percebeu, no entanto, que um ralo de escoamento do reservatório, cuja vazão era de 6,2 litros por minuto, também estava aberto. Sabendo que o tempo transcorrido do início do processo até a obtenção do objetivo exposto foi de 3 horas e 20 minutos, é correto concluir que a profundidade do reservatório, em metros, é de:

A) 1,6.
B) 1,2.
C) 1,0.
D) 0,8.
E) 1,4.

Comentários:

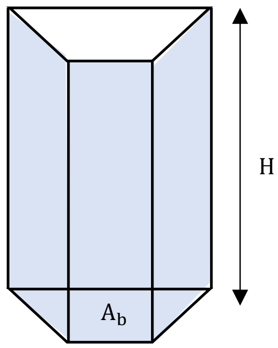
Pessoal, com outras palavras, o enunciado fala que **a base do reservatório é um trapézio**. Como vamos trabalhar com o volume de um sólido, é razoável já calcularmos a área da base. Lembre-se que a área do trapézio é dada por:

$$A_b = \frac{(b+B)h}{2}$$

Pela figura da questão, tiramos que **a base menor mede 1,5 m; a base maior, 2,5m; e a altura é 2 m**. Assim,

$$\mathrm{A_b} = \frac{(1{,}5 + 2{,}5) \cdot 2}{2} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{A_b} = 4{,}0\ \mathrm{m}^2$$

Uma vez que temos esse valor, agora vamos discutir um pouco sobre o sólido. Galera, a questão diz que a **seção se mantém constante em todo reservatório**, isso nos indica que estamos lidando com um prisma.



Estamos interessados em determinar "H", ou seja, a altura do reservatório.

Para isso, note que se um registro alimenta o reservatório a uma vazão de 25,4 L/minuto e o ralo escoa essa água a uma vazão de 6,2 L/minuto, então, na prática, a vazão "real" será de:

$$V = 25{,}4 - 6{,}2 \quad \rightarrow \quad V = 19{,}2 \text{ L/min}$$

Considerando que em **3h20min temos 200 minutos**, então podemos fazer uma regra de três para encontrar o volume de água que encheu 80% do reservatório.

$$19{,}2 \text{ L} \longleftrightarrow 1 \text{ min}$$
$$x \longleftrightarrow 200 \text{ min}$$

Multiplicando cruzado.

$$x = 19{,}2 \cdot 200 \quad \rightarrow \quad x = 3.840 \text{ L}$$

No entanto, a unidade "litros" não é muito boa para essa questão, pois **precisaremos encontrar dimensões que estão expressa em "metros"**. Para resolver essa situação, é interessante mudarmos de litro para m³. Para isso, podemos usar uma outra regra de três.

$$0{,}001 \text{ m}^3 \longleftrightarrow 1 \text{ L}$$
$$y \longleftrightarrow 3.840 \text{ L}$$

Multiplicando cruzado.

$$y = 0{,}001 \cdot 3.840 \quad \rightarrow \quad y = 3{,}84 \text{ m}^3$$

Pronto, o resultado acima corresponde a 80% do volume do reservatório**!** **Lembre-se que ele não encheu todo, mas sim 80%!!**. Agora, para determinarmos H, basta usarmos a fórmula do volume de um prisma, considerando que corresponde apenas a essa porcentagem.

$$\mathrm{V} = 80\% \cdot \mathrm{A_b} \cdot \mathrm{H} \quad \rightarrow \quad 0{,}8 \cdot 4 \cdot \mathrm{H} = 3{,}84 \quad \rightarrow \quad \mathrm{H} = \frac{3{,}84}{3{,}2} \quad \rightarrow \quad \mathbf{H = 1,2\ m}$$

Gabarito: LETRA B.

CEBRASPE

7. (CESPE/SEDUC-AL/2021) Julgue o item subsequente, relativos a geometria.

Suponha que o volume (em cm³) de um cubo seja numericamente menor do que a área (em cm²) de sua superfície, isto é, a soma das áreas de suas faces. Nessa situação, o comprimento da aresta desse cubo é inferior a 6 cm.

Comentários:
Vamos relembrar as fórmulas do volume do cubo e da área superficial.

1) Volume do cubo

$$V = a^3$$

2) Área superficial

$$A_s = 6a^2$$

A questão quer o valor da aresta "a" para que V seja inferior a A_s.

$$V < A_s \quad \rightarrow \quad a^3 < 6a^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{a < 6\ \mathrm{cm}}}$$

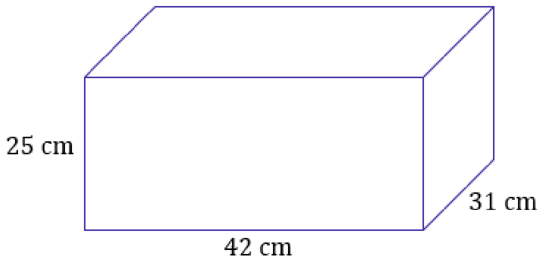
Gabarito: CERTO.

8. (CESPE/TJ-PR/2019) Mesmo com a informatização dos processos, ainda é grande o volume de papéis consumidos nas instituições públicas, o que demanda grandes espaços para seu armazenamento. Por exemplo, uma caixa na forma de um paralelepípedo retângulo medindo 31 cm de largura, 25 cm de altura e 42 cm de comprimento armazena 10 resmas de papel A4. Nesse caso, para armazenar 1.000 dessas caixas em um contêiner, é necessário que a capacidade desse contêiner seja de

A) 32,55 m³.
B) 39,20 m³.
C) 77,50 m³.
D) 98 m³.
E) 105 m³.

Comentários:

Temos uma caixa no formato de paralelepípedo.



Sabemos que para calcular o volume de um paralelepípedo, devemos **multiplicar suas três dimensões**. Note que **as dimensões estão em centímetros e as respostas estão em metros cúbicos**. Para transformar centímetros em metros, **basta dividir aquele por 100**. Assim, o volume de uma única caixa é:

$$V = 0{,}25 \cdot 0{,}42 \cdot 0{,}31 \quad \rightarrow \quad V = 0{,}03255\ m^3$$

Veja que esse volume **é o volume de uma única caixa**. O enunciado quer saber o volume de 1000 delas. Logo, devemos multiplicar o resultado por 1000.

$$V_{total} = 1000 \cdot V \quad \rightarrow \quad V_{total} = 1000 \cdot 0{,}03255 \quad \rightarrow \quad V_{total} = 32{,}55\ m^3$$

Gabarito: LETRA A.

9. (CESPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12. A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Situação hipotética: Cada um dos livros que serão catalogados em três dias de trabalho constitui um sólido que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 2.000 cm³ de volume. **Assertiva:** Nessa situação, se, nesse período, João catalogar 375 desses livros, então, nesse período, os três servidores juntos catalogarão uma quantidade de livros cuja soma dos volumes será superior a 2 m³.

Comentários:

Beleza, vamos primeiro **determinar a quantidade total de livros**. O enunciado adiantou para nós e disse que **João cataloga 375** deles. Esse valor corresponde a 5/12 da quantidade total de livros. Podemos fazer uma regra de três simples e determinar quantos livros foram catalogados ao total, tudo bem?!

$$\begin{array}{ccc} 375 & \longleftrightarrow & \dfrac{5}{12} \\ x & \longleftrightarrow & 1 \end{array}$$

Multiplicando cruzado, ficamos com:

$$\frac{5x}{12} = 375 \quad \rightarrow \quad x = 900$$

Logo, **o total de livros é 900**. Pessoal, se não ficou claro, vou tentar explicar melhor.

- Quando o enunciado fala que João cataloga 5/12 dos livros, podemos dizer, com outras palavras, que João cataloga $5/12 = 0{,}41666\ldots = \mathbf{41,6\%\ dos\ livros}$. Tudo bem?!

- Além disso, a questão disse que João catalogou 375 livros. Ora, podemos fazer uma regra de três a partir daí. Pensamos assim: "*se 375 livros correspondem a 41,6%, então x livros correspondem a 100%*".

Se são 900 livros e **cada livro tem 2.000 cm³**, então o volume total ocupado pelos 900 é dado por:

$$V_{total} = 900 \cdot 2000 \quad \rightarrow \quad V_{total} = 1.800.000\ cm^3$$

O problema é que encontramos um volume em cm³ e **é preciso comparar com m³**. Para fazer a conversão, podemos usar a seguinte estratégia:

- 1 m³ equivale a multiplicar "1 m" três vezes.

$$V = 1\ m^3 = (1\ m) \cdot (1\ m) \cdot (1\ m)$$

- Quantos centímetros existem em "1 m"? Ora, **1 metro tem 100 centímetros.**

$$V = 1\ m^3 = (100\ cm) \cdot (100\ cm) \cdot (100\ cm) = 1.000.000\ cm^3$$

Logo, acabamos de encontrar 1 m³ tem 1.000.000 cm³. Assim, podemos fazer outra regra de três.

$$1\ m^3 \longleftrightarrow 1.000.000\ cm^3$$
$$x \longleftrightarrow 1.800.000\ cm^3$$

Multiplicando cruzado.

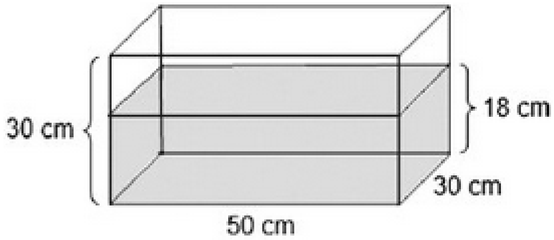
$$1.000.000 \cdot x = 1.800.000 \quad \rightarrow \quad x = 1{,}8\ m^3$$

Note que **a soma dos volumes <u>é inferior</u> a 2 m³** e, portanto, o item encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

CESGRANRIO

10. (CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022) A Figura a seguir ilustra um aquário que tem a forma de um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões internas são 50 cm, 30 cm e 30 cm. Esse aquário está apoiado em uma mesa horizontal e já possui uma quantidade de água cujo nível é de 18 cm. Um peixe foi colocado no aquário e, estando totalmente submerso, fez com que o nível da água subisse 0,2 cm.

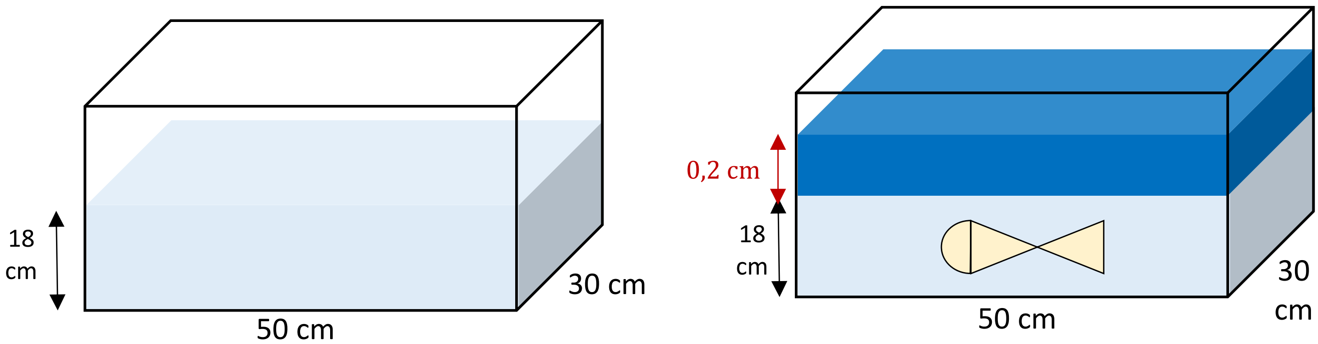


Qual o volume, em cm³, do peixe?

A) 300
B) 500
C) 5400
D) 9000
E) 27000

Comentários:

Observe o esquema abaixo!



Note que quando colocamos o peixe, o seu volume deslocará a água para cima. Essa quantidade de água deslocada **é igual ao volume do próprio peixe!** Assim, para calcular o que pede a questão, devemos olhar apenas para o paralelepípedo em azul escuro.

$$V = abc \quad \rightarrow \quad V = 0{,}2 \cdot 50 \cdot 30 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{V = 300\ cm^3}}$$

Gabarito: LETRA A.

11. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2014) Para embalar cada um dos sabonetes artesanais que produz, Sofia utiliza um pedaço de papel cuja área corresponde a 4/3 da superfície total do sabonete, que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 6 cm de comprimento, 4,5 cm de largura e 2 cm de altura. Qual é, em cm², a área do pedaço de papel?

A) 32

B) 64

C) 72

D) 88

E) 128

Comentários:

Note que temos **um paralelepípedo de dimensões 6 cm x 4,5 cm x 2 cm**. Para calcular a área total desse sólido, usamos a seguinte expressão:

$$A_{sup} = 2 \cdot (ab + bc + ca)$$

Substituindo $\boldsymbol{a = 6, b = 4,5}$ **e** $\boldsymbol{c = 2}$, ficamos com,

$$A_{sup} = 2 \cdot (6 \cdot 4{,}5 + 4{,}5 \cdot 2 + 6 \cdot 2)$$

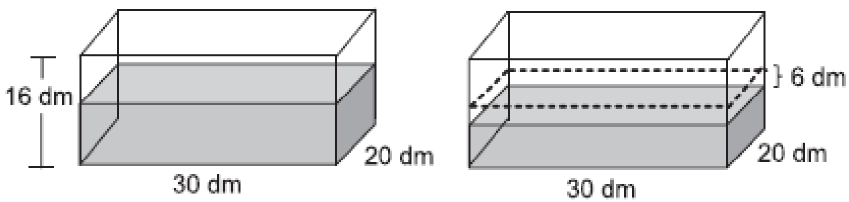
$$\mathrm{A_{sup}} = 2 \cdot (27 + 9 + 12) \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_{sup}} = 96\ \mathrm{cm}^2$$

Com a área do papel **é 4/3 da área da superfície total** do sabonete,

$$A_{papel} = \frac{4}{3} A_{sup} \quad \rightarrow \quad A_{papel} = \frac{4 \cdot 96}{3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A_{papel} = 128\ cm^2}$$

Gabarito: LETRA E.

12. (CESGRANRIO/BR/2013) Um reservatório em forma de paralelepípedo, com 16 dm de altura, 30 dm de comprimento e 20 dm de largura, estava apoiado sobre uma base horizontal e continha água até a metade de sua capacidade. Parte da água foi consumida e, assim, o nível da água baixou 6 dm, como mostra a Figura a seguir.



Quantos litros de água foram consumidos?

A) 1800
B) 2400
C) 3600
D) 5400
E) 7200

Comentários:
Para sabermos quantos **litros** de água foram consumidos, devemos lembrar **o volume de um paralelepípedo**:

$$V = abc$$

Usando $a = 30$, $b = 20$ e $c = 6$, ficamos com,

$$\mathrm{V} = 30 \cdot 20 \cdot 6 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 3.600\ \mathrm{dm}^3$$

Era interessante saber que:

$$1\ \mathrm{dm}^3 = 1\ \mathrm{L}$$

Logo,

$$V = 3.600\ L$$

Obs.:
- Pessoal, há algumas informação do enunciado que não precisamos usar. Como a questão pede apenas **a quantidade de água consumida**, basta usarmos **a altura que a água "desceu" no reservatório**. Para a área da base, utilizamos as dimensões do retângulo 30 dm x 20 dm.

Gabarito: LETRA C.

Outras Bancas

13. (RBO/PREF. NAVEGANTES/2022) Um reservatório de água em formato de um paralelepípedo tem dimensões 3 m x 2 m x 5,5 m e está com 72% de sua capacidade utilizada. Sabendo que 1 m³ equivale a 1.000 litros, a quantidade de água que está neste reservatório é de:
A) 33.000 L.
B) 29.620 L.
C) 25.540 L.
D) 23.760 L.
E) 23.120 L.

Comentários:

O primeiro passo é calcular o volume desse reservatório. Como o seu formato é de paralelepípedo, o volume é dado pelo **produto de suas três dimensões**.

$$\mathrm{V = abc} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{V = 3 \cdot 2 \cdot 5{,}5} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{V = 33\ m^3}$$

Esse é o volume total do reservatório. No entanto, apenas **72% dele está preenchido com água**. Assim:

$$\mathrm{V_p = 72\% \cdot 33} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{V_p = 23{,}75\ m^3}$$

Queremos V_p em litros. Como **1 m³ equivale a 1.000 L**, temos que multiplicar o resultado acima por 1000.

$$\mathrm{V_p = 23{,}75 \cdot 1.000} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{V_p = 23.750\ L}}$$

Gabarito: LETRA D.

14. (IFBC/IBGE/2022) Num posto de coleta, um agente censitário verificou que haviam chegado 12 notebooks idênticos e estavam todos fora da embalagem e empilhados numa única pilha. Se cada notebook tem espessura de 5 cm, comprimento de 24 cm e largura de 18 cm, então o volume total dessa pilha é, em dm³, igual a:

A) 259,2

B) 2592

C) 25,92

D) 2,592

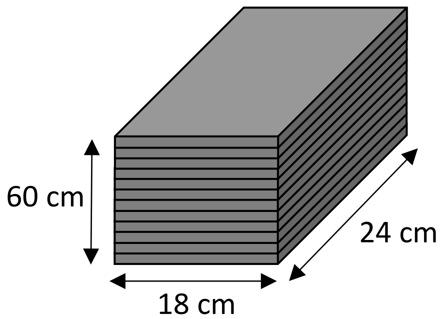
E) 25920

Comentários:

Perceba que essa pilha de notebook forma um prisma de base retangular, ou seja, um paralelepípedo. Como são 12 notebook com espessura de **5 cm cada**, a altura dessa pilha é dada por:

$$\mathrm{h = 5 \cdot 12} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{h = 60\ cm}$$

Confira um esquema (não está em escala) dessa situação:



O volume total dessa pilha é dado pelo **produto das três dimensões**.

$$V = abc \quad \rightarrow \quad V = 60 \cdot 18 \cdot 24 \quad \rightarrow \quad V = 25.920 \text{ cm}^3$$

Muito cuidado aqui! **A questão pede o resultado em dm³**. Para fazer essa transformação, devemos dividir o resultado acima por 1.000.

$$V = \frac{25.920}{1000} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{V = 25,92\ dm^3}}$$

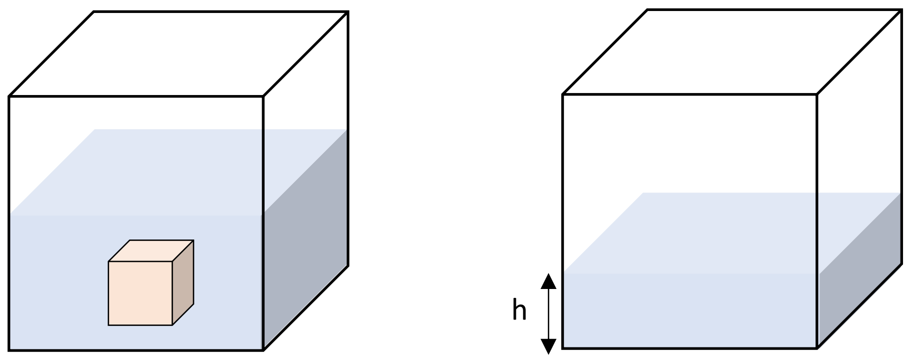
Gabarito: LETRA C.

15. (FUNPAR/PM PR/2021) Um recipiente possui formato de um cubo de aresta 12 cm. Há no recipiente 0,944 L de água e, no fundo, um dado também de formato cúbico, com aresta medindo 2 cm. Se o dado for retirado do recipiente, a altura do líquido nesse recipiente será de aproximadamente:

A) 11,4 cm.
B) 7,0 cm.
C) 6,5 cm.
D) 6,0 cm.
E) 5,7 cm.

Comentários:

Primeiramente, vamos esquematizar essa situação para entender o que está acontecendo.



Queremos a altura "h" destacada na figura da direita. Note que como **já temos o volume de água**. Mas, antes qualquer coisa, como as unidades das dimensões estão em cm, é interessante transformarmos o volume de água (0,944 L) **de litros para cm³.** Fazemos isso multiplicando esse volume por 1000.

$$V = 0{,}944 \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad V = 944 \text{ cm}^3$$

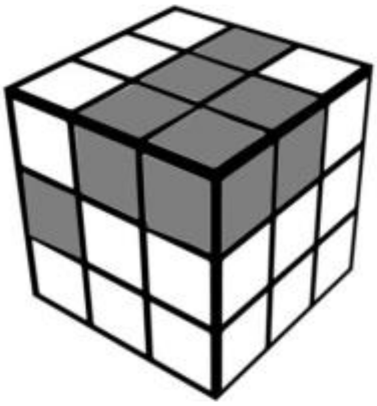
Agora, vamos calcular a altura da água usando a fórmula do paralelepípedo:

$$V = 12 \cdot 12 \cdot h \quad \rightarrow \quad 944 = 144h \quad \rightarrow \quad h = \frac{944}{144} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{h = 6,55\ cm}}$$

Obs.: Pessoal, eu sei que alguns alunos podem ficar com uma pulga atrás da orelha por não termos usado as informações sobre o cubo menor. Elas não foram necessárias. A altura da segunda situação só depende da quantidade de água e **essa quantidade já foi informada na própria questão**. Cuidado que muitas vezes o enunciado pode fazer isso (dar informações a mais) para confundi-lo!

Gabarito: LETRA C.

16. (FUNDATEC/BM-RS/2022) Considere um grande cubo formado por cubos menores de igual tamanho, conforme a figura abaixo:



A razão do volume dos cubos hachurados pelo cubo maior é de:

A) 1/9.

B) 2/9.

C) 10/27.

D) 1/3.

E) 6/35.

Comentários:

Vamos considerar, **sem perda de generalidade**, que cada cubo menor possua aresta de 1.

Sendo assim, o volume desse cubo menor seria:

$$V_m = 1^3 \quad \rightarrow \quad V_m = 1$$

Observe que temos **seis cubos menores hachurados**. Com isso, o volume desses cubos seria:

$$V_h = 6V_m \quad \rightarrow \quad V_h = 6$$

Por sua vez, a aresta do cubo maior é **três vezes a aresta do cubo menor**, logo, vale 3. Com o valor da aresta do cubo maior, também podemos calcular o seu volume.

$$V_M = 3^3 \quad \rightarrow \quad V_M = 27$$

A questão pede **a razão** entre o volume do cubos hachurados e o cubo maior. Assim:

$$k = \frac{V_h}{V_M} \quad \rightarrow \quad k = \frac{6}{27} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{k = \frac{2}{9}}}$$

Gabarito: LETRA B.

17. (QUADRIX/CRMV PR/2022) Uma piscina possui o formato de um paralelepípedo, com 10 m de comprimento e 5 m de largura. No meio da piscina, há um monumento cúbico maciço cuja aresta mede 2 m. Para encher completamente a piscina, são necessários 78,2 m³ de água. Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa que apresenta a altura da piscina.

A) 1,404 m

B) 1,564 m

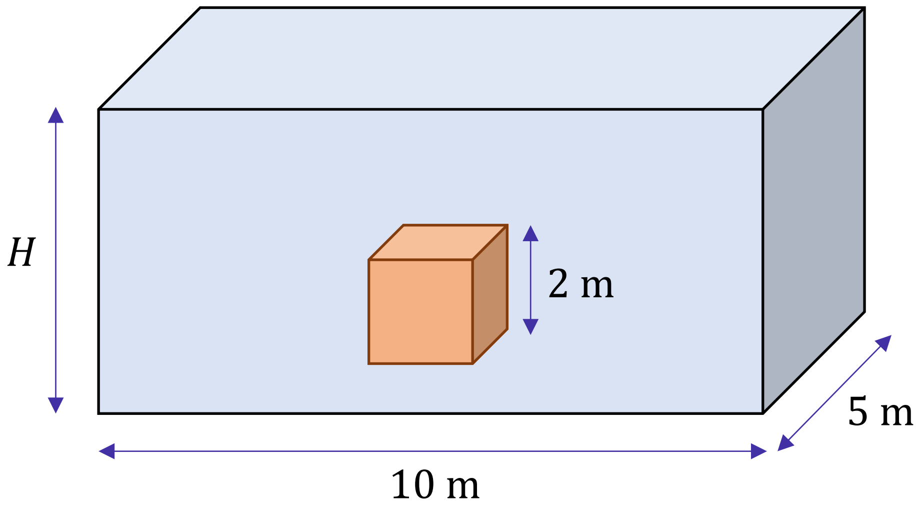
C) 1,64 m

D) 1,7 m

E) 2 m

Comentários:

Vamos desenhar essa situação.



Observe que o volume do paralelepípedo corresponde ao volume de água dentro da piscina mais o volume do cubo. Assim:

$$V = V_{água} + V_{cubo}$$

$$10 \cdot 5 \cdot H = 78{,}2 + 2^3$$

$$50H = 78{,}2 + 8$$

$$50H = 86{,}2$$

$$\boxed{\mathrm{H = 1{,}724\ m}}$$

A alternativa que trouxe o **valor mais próximo** do que encontramos foi a D.

Gabarito: LETRA D.

18. (QUADRIX/CRP18/2022) Julgue o item, quanto a sistemas de medidas e volumes.

Se a aresta de um cubo é dobrada, o seu volume também é dobrado.

Comentários:
O volume de um cubo é dado por:

$$V = a^3$$

Em que "a" é a aresta desse cubo. Se a aresta é **dobrada,** o novo volume passa a ser:

$$V' = (2a)^3 \quad \rightarrow \quad V' = 8a^3 \quad \rightarrow \quad \boxed{V' = 8V}$$

Portanto, quando dobramos a aresta do cubo, **o volume aumenta oito vezes**!!

Gabarito: ERRADO.

19. (FUNDATEC/CARRIS/2021/Adaptada) As medidas de um paralelepípedo crescem em progressão geométrica de razão igual a 2. Se a primeira (e menor) medida vale a, então a diagonal desse paralelepípedo é dada por:

A) $8a$
B) $16a$
C) $a\sqrt{21}$
D) $a\sqrt{20}$
E) $30a$

Comentários:

Lembre-se que a **diagonal** de um paralelepípedo de lados x, y e z é dada por:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Como x, y e z estão em **PG de razão 2**, podemos escrever:

$$x = a \qquad y = 2a \qquad z = 4a$$

Substituindo esses valores na fórmula da diagonal:

$$d = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (4a)^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 16a^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{d = a\sqrt{21}}}$$

Gabarito: LETRA C.

20. (QUADRIX/CREF 21/2021) Uma atleta de nado sincronizado entrou em uma piscina para treinar sua coreografia. A piscina tem o formato de um paralelepípedo reto-retangular, com largura e comprimento medindo, respectivamente, $2\sqrt{2}$ m e 8 m. Como a piscina não estava totalmente cheia, o nível da água apresentou um acréscimo de 9 mm devido à presença da atleta, totalmente submersa. O volume de água deslocado devido a esse acréscimo enche totalmente um tanque vazio cujo formato é o de um tetraedro regular. Com base nesse caso hipotético, é correto afirmar que a aresta do tanque é de

A) 0,0012 m.
B) 0,006 m.
C) 1,2 m.
D) 6 m.
E) 1.200 m.

Comentários:

Inicialmente, vamos calcular o volume de água deslocado pelo atleta. Como o formato da piscina é de um paralelepípedo reto-retangular, temos:

$$V = 2\sqrt{2} \cdot 8 \cdot 0{,}009 \qquad \rightarrow \qquad V = 0{,}144\sqrt{2}$$

Lembre-se que como a altura foi dada em **milímetros (mm)**, precisamos convertê-la para metros. Por esse motivo, foi usado o "0,009". Sei que não vimos isso ainda, mas para adiantar um pouco, anote aí: o **volume de um tetraedro regular** é dado por:

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Ao **<u>igualar</u> o volume deslocado com o volume do tetraedro**, podemos encontrar a aresta do tanque.

$$\frac{a^3\sqrt{2}}{12} = 0{,}144\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad a^3 = 1{,}728 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt[3]{1{,}728}$$

Professor, lascou! Como vou tirar a raiz cúbica desse número?

Galera, teríamos aqui duas alternativas: 1) testar as alternativas; 2) perceber que:

$$a = \sqrt[3]{\frac{1728}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{12^3}{10^3}} = \frac{12}{10} = 1{,}2$$

Com isso, podemos concluir que **a aresta desse tetraedro é 1,2 m**.

Gabarito: LETRA C.

21. (Inst. AOCP/PREF. TERESÓPOLIS/2021) Uma caixa acrílica em formato de cubo, com 40 cm de lado, possui a mesma capacidade de armazenamento de N caixas acrílicas em formato de paralelepípedo reto, cujas dimensões são 20 cm x 20 cm x 10 cm. Dessa forma, a quantidade N citada anteriormente é igual a
A) 32.
B) 16.
C) 64.
D) 8.
E) 4.

Comentários:
O primeiro passo é calcular a área do cubo:

$$\mathrm{V = a^3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V = 40^3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V = 64.000\ cm^3}$$

Agora, vamos calcular **o <u>volume</u> de cada caixa acrílica**:

$$\mathrm{V_{cx} = 20 \cdot 20 \cdot 10} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{cx} = 4.000\ cm^3}$$

Como o cubo possui a capacidade de armazenamento de N caixas:

$$V = N \cdot V_{cx}$$

$$64.000 = 4.000 \cdot N$$

$$\boxed{N = 16}$$

Gabarito: LETRA B.

22. (Inst. AOCP/PREF. BELÉM/2021) Uma piscina semiolímpica foi construída com 25 m de comprimento, 20 m de largura e 2m de profundidade. Se uma residência comum, com 4 pessoas, consome, em média, 400 litros de água por dia, a quantidade de água em uma piscina semiolímpica totalmente cheia, abasteceria, diariamente, quantas dessas residências?

A) 500
B) 1000
C) 2000
D) 2500
E) 5000

Comentários:

Vamos calcular o volume dessa piscina.

$$V = 25 \cdot 20 \cdot 2 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{V = 1.000 \text{ m}^3}$$

Agora, devemos **converter esse volume em litros**. Lembre-se que:

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ L}$$

Com isso:

$$V = 1.000 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ L}$$

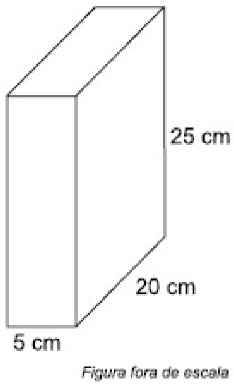
Como cada residência consume **400 L por dia**, o número de residências que seriam abastecidas diariamente com esse volume é:

$$n = \frac{1.000.000}{400} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{n = 2.500}$$

Gabarito: LETRA D.

Vunesp

23. (VUNESP/PREF. OSASCO/2022) Uma caixa de papelão, na forma de um prisma reto de base retangular, tem suas medidas indicadas na figura.



Essa caixa está com 3/5 de sua capacidade total preenchida com sabão em pó. Se todo esse sabão for dividido em porções de 125 cm³ cada uma, o número de porções obtidas será

A) 8

B) 12

C) 15

D)18

E) 20

Comentários:

O primeiro passo é calcularmos **o volume dessa caixa**. Como se trata de um paralelepípedo, seu volume é calculado pelo produto das dimensões destacadas na imagem.

$$V = 5 \cdot 20 \cdot 25 \qquad \rightarrow \qquad V = 2500 \text{ cm}^3$$

No entanto, esse volume não está todo preenchido, apenas **3/5 dele**. Assim,

$$V_p = \left(\frac{3}{5}\right) \cdot 2500 \qquad \rightarrow \qquad V_p = 1500 \text{ cm}^3$$

Esse é o volume da caixa preenchida com sabão. Como **cada porção tem 125 cm³**, então o número de porções é dado pela razão do volume preenchido por 125.

$$n = \frac{1500}{125} \qquad \rightarrow \qquad n = 12$$

Gabarito: LETRA B.

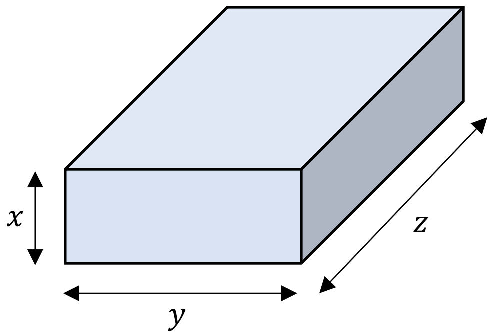
24. (VUNESP/PM-SP/2022) Um paralelepípedo reto-retângulo tem uma de suas faces de maior área apoiada sobre o chão, e, dessa maneira, sua área lateral é 200 cm². Se esse paralelepípedo tivesse uma das faces de menor área apoiada sobre o chão, a área lateral seria 312 cm². Sabendo que a área total do paralelepípedo é 392 cm², sua maior aresta mede

A) 21 cm.

B) 20 cm.
C) 15 cm.
D) 14 cm.
E) 12 cm.

Comentários:
Questão bem interessante, moçada! Vamos desenhar um pouco.

1) Paralelepípedo com a face de maior área apoiada no chão.



Note que nessa situação a área lateral é dada por:

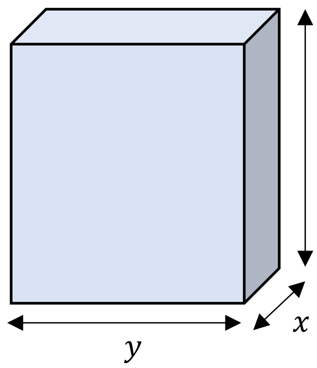
$$A_l = xy + xy + xz + xz \quad \rightarrow \quad A_l = 2xy + 2xz$$

De acordo com o enunciado, **essa área vale 200 cm².**

$$2xy + 2xz = 200 \quad \rightarrow \quad xy + xz = 100 \qquad (1)$$

Vamos guardar essa relação.

2) Paralelepípedo com a face de menor área apoiada no chão.



Com o paralelepípedo dessa forma, a área lateral é dada por:

$$A_l = yz + yz + xz + xz \quad \rightarrow \quad A_l = 2yz + 2xz$$

A questão também informou **o valor dessa área, que é 312 cm².**

$$2yz + 2xz = 312 \quad \rightarrow \quad yz + xz = 156 \quad (2)$$

Por fim, temos que **a área total desse paralelepípedo é 392 cm²**. Logo,

$$2 \cdot (xy + yz + xz) = 392 \quad \rightarrow \quad xy + yz + xz = 196 \quad (3)$$

Note que temos **três equações e três incógnitas**. Vamos tentar resolvê-las.

Usando (2) em (3), ficamos com:

$$xy + 156 = 196 \quad \rightarrow \quad xy = 40 \quad (4)$$

Usando esse resultado em (1):

$$40 + xz = 100 \quad \rightarrow \quad xz = 60 \quad (5)$$

Usando (5) em (2):

$$yz + 60 = 156 \quad \rightarrow \quad yz = 96 \quad (6)$$

Agora, vamos dividir (5) por (4).

$$\frac{xz}{xy} = \frac{60}{40} \quad \rightarrow \quad \frac{z}{y} = \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad z = \frac{3y}{2} \quad (7)$$

Substituindo (7) em (6):

$$\mathrm{y} \cdot \left(\frac{3\mathrm{y}}{2}\right) = 96 \quad \rightarrow \quad \mathrm{y}^2 = 64 \quad \rightarrow \quad \mathrm{y} = \sqrt{64} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{y = 8\ cm}}$$

Usando esse resultado em (7):

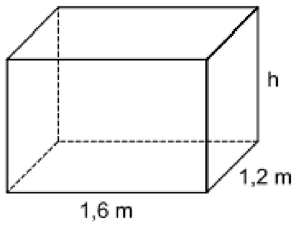
$$\mathrm{z} = \frac{3 \cdot 8}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{z = 12\ cm}}$$

Agora, falta apenas determinarmos "x". Podemos usar o valor de "z" em (5):

$$\mathrm{x} \cdot 12 = 60 \quad \rightarrow \quad \mathrm{x} = \frac{60}{12} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{x = 5\ cm}}$$

Note que **a maior das arestas mede 12 cm**. **Gabarito:** LETRA E.

25. (VUNESP/TJ-SP/2018) Um estabelecimento comercial possui quatro reservatórios de água, sendo três deles de formato cúbico, cujas respectivas arestas têm medidas distintas, em metros, e um com a forma de um paralelepípedo reto retângulo, conforme ilustrado a seguir.



Sabe-se que, quando totalmente cheios, a média aritmética dos volumes de água dos quatro reservatórios é igual a 1,53 m³, e que a média aritmética dos volumes de água dos reservatórios cúbicos, somente, é igual a 1,08 m³. Desse modo, é correto afirmar que a medida da altura do reservatório com a forma de bloco retangular, indicada por h na figura, é igual a

A) 1,40 m.
B) 1,50 m.
C) 1,35 m.
D) 1,45 m.
E) 1,55 m.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das informações do enunciado.

- A **média aritmética** dos volumes de água **dos quatro reservatórios** é igual a 1,53 m³. Assim,

$$\frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4} = 1{,}53 \quad \rightarrow \quad V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 6{,}12\ m^3 \quad (1)$$

- A **média aritmética** dos volumes de água dos **reservatórios cúbicos**, somente, é igual a 1,08 m³.

$$\frac{V_1 + V_2 + V_3}{3} = 1{,}08 \quad \rightarrow \quad V_1 + V_2 + V_3 = 3{,}24\ m^3 \quad (2)$$

- Comparando (1) e (2), conseguimos tirar que:

$$3{,}24 + V_4 = 6{,}12 \quad \rightarrow \quad V_4 = 6{,}12 - 3{,}24 \quad \rightarrow \quad V_4 = 2{,}88\ m^3$$

Logo, **o volume do bloco retangular é 2,88 m³**! Olhando para a figura do enunciado, conseguimos também calcular a área da base:

$$A_b = 1{,}6 \cdot 1{,}2 \quad \rightarrow \quad A_b = 1{,}92\ m^2$$

Com isso, lembre-se que **o volume de um paralelepípedo** é dado por:

$$V = A_b h$$

Substituindo os valores que já encontramos na expressão acima:

$$2{,}88 = 1{,}92\mathrm{h} \quad \rightarrow \quad \mathrm{h} = \frac{2{,}88}{1{,}92} \quad \rightarrow \quad \mathbf{h = 1,5\ m}$$

Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS

Pirâmide

FGV

1. (FGV/SSP-AM/2022) Uma pirâmide de base retangular tem volume igual a 36. As arestas da base da pirâmide são então duplicadas e a altura, triplicada. O volume da nova pirâmide é

A) 108.

B) 216.

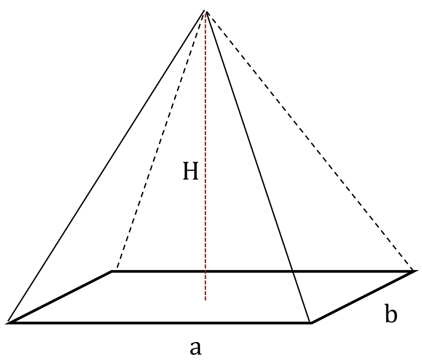
C) 324.

D) 396.

E) 432.

Comentários:

Vamos desenhar uma pirâmide de altura "H" e arestas da base "a" e "b".



O **volume dessa pirâmide é igual a 36**. Sendo assim, podemos escrever que:

$$V = \frac{A_b H}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{abH}{3} = 36 \quad \rightarrow \quad abH = 108 \qquad (1)$$

Quando **as arestas são duplicadas** e **a altura triplicada**, a nova pirâmide passa a ter o seguinte volume:

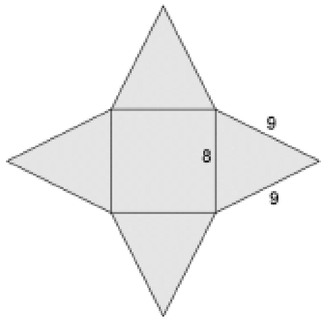
$$V' = \frac{(2a)(2b)(3H)}{3} \quad \rightarrow \quad V' = 4abH \qquad (2)$$

Usando (1) em (2), conseguimos obter o volume da nova pirâmide.

$$V' = 4 \cdot 108 \quad \rightarrow \quad \boxed{V' = 432}$$

Gabarito: LETRA E.

2. (FGV/SEAD-AP/2022) Considere a pirâmide quadrangular regular cuja planificação está abaixo.



Cada face lateral é um triângulo cujos lados medem 8 cm, 9 cm e 9 cm. O volume dessa pirâmide em cm³ é, aproximadamente,

a) 150.

b) 180.

c) 260.

d) 320.

e) 450.

Comentários:

O primeiro passo é relembrar a fórmula do volume de uma pirâmide.

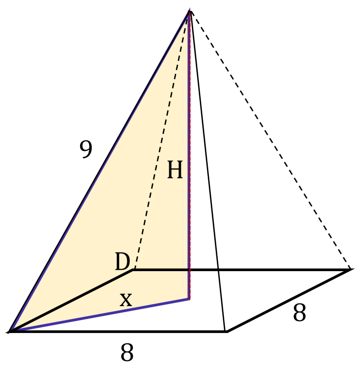
$$V = \frac{A_b H}{3}$$

"A_b" representa a área da base e "H" representa a altura do pirâmide.

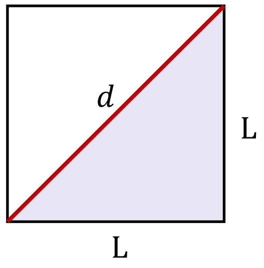
Note que **a base dessa pirâmide é um <u>quadrado</u> de lado igual a 8**. Sendo assim, sua área é:

$$A_b = 8^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 64\ cm^2$$

Pronto! Já encontramos a base. Agora, **precisamos determinar a <u>altura</u> da pirâmide**. É nesse ponto que precisaremos de um pouco mais de atenção. Observe o desenho.



Observe o triângulo retângulo destacado em amarelo. **É dele que tiraremos a altura H.** Antes disso, é importante que você perceba que "x" é metade da diagonal do quadrado da base. Ora, lembre-se que para encontrar a diagonal de um quadrado, nós fazemos o seguinte:



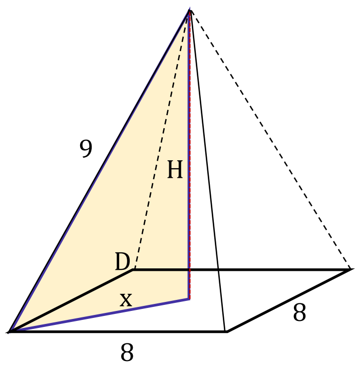
Observe que **a diagonal (d) do quadrado é a hipotenusa do triângulo retângulo destacado em roxo**. "L" é o lado do quadrado. Com isso, podemos **usar o teorema de Pitágoras**.

$$d^2 = L^2 + L^2 \quad \rightarrow \quad d^2 = 2L^2 \quad \rightarrow \quad d = L\sqrt{2}$$

Como o quadrado da base da pirâmide tem lado igual a **8 cm**, podemos substituir:

$$d = 8\sqrt{2}$$

No entanto, observe novamente a figura:



Antes de determinar o "H", queremos o "x". O **"x" é metade da diagonal do quadrado**, ou seja:

$$x = \frac{8\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \quad x = 4\sqrt{2}$$

Pronto, temos um cateto e a hipotenusa do triângulo retângulo em amarelo. Podemos **usar o teorema de Pitágoras** para determinar H.

$$9^2 = H^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2$$

$$81 = H^2 + 32 \quad \rightarrow \quad H^2 = 49 \quad \rightarrow \quad H = 7$$

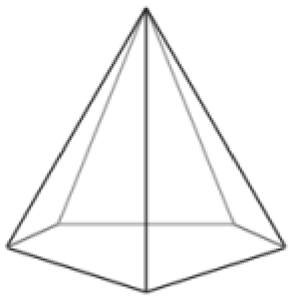
Pronto! Com **a área da base** e **a altura**, conseguimos calcular o volume dessa pirâmide.

$$V = \frac{64 \cdot 7}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{448}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 149,33\ cm^3}$$

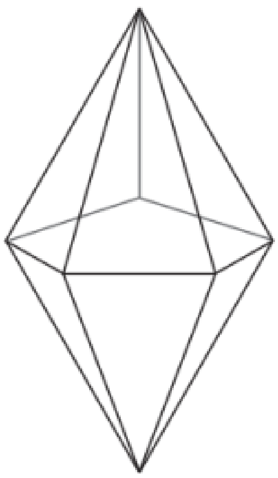
Observe que a alternativa que **mais se aproxima** desse valor é a **A**.

Gabarito: LETRA A.

3. (FGV/FEMPAR/2022) A figura a seguir ilustra uma pirâmide de base pentagonal.



Duas dessas pirâmides idênticas foram coladas pelas bases formando um novo sólido com 7 vértices e 10 faces.



Nas proximidades de cada um desses 7 vértices, são feitos cortes no sólido produzindo 7 pequenas pirâmides que serão, posteriormente, removidas. A esse processo se chama truncamento. Após o truncamento descrito, o sólido passará a ter

a) 5 faces quadrangulares, 2 faces pentagonais e 10 faces hexagonais.

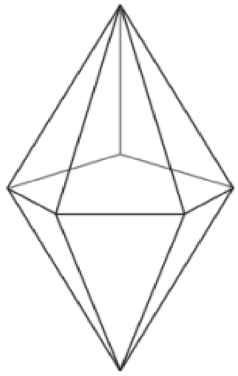
b) 5 faces quadrangulares, 7 faces pentagonais e 10 faces hexagonais.

c) 10 faces triangulares, 5 faces quadrangulares e 2 faces pentagonais.

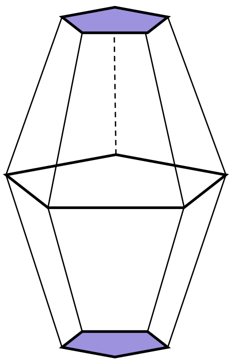
d) 10 faces triangulares e 7 faces quadrangulares.
e) 10 faces triangulares e 7 faces pentagonais.

Comentários:
Vamos lá, moçada! Temos que contar as faces após o truncamento.

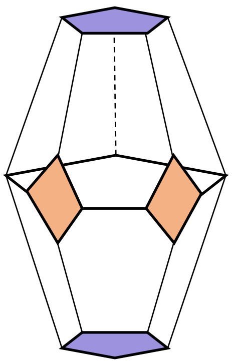
Nesse truncamento, retiramos uma pirâmide de cada um dos vértices do seguinte sólido:



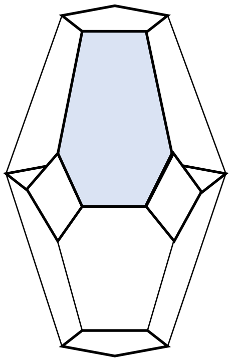
Quando cortamos as pirâmides pequenas dos **vértices superior e inferior**, ficamos com algo do tipo:



Logo, surgem **duas faces pentagonais**. Agora, vamos cortar dois vértices centrais e ver o que forma.



Opa! Veja que quando cortamos os vértices centrais, a face resultante é quadrangular. Como são **5 vértices centrais**, então serão cinco faces quadrangulares após o truncamento.
Ademais, observe também que o era uma face triangular antes do truncamento, após o truncamento vira uma face hexagonal.

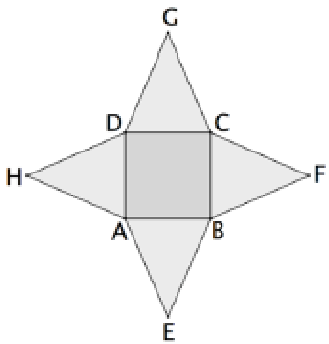


Ao longo do sólido, ficamos com 10 faces como essa destacada de azul na imagem. 5 na parte de cima e 5 na parte de baixo. O resultado é:

5 faces quadrangulares, 2 faces pentagonais e 10 faces hexagonais.

Gabarito: LETRA A.

4. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) A figura abaixo mostra um quadrado ABCD e quatro triângulos isósceles iguais. Essa figura é a planificação de uma pirâmide regular de base quadrada.



Sabendo que AB = 4 e que AE = EB = 5, a altura dessa pirâmide é igual a

A) $\sqrt{17}$

B) $\sqrt{18}$

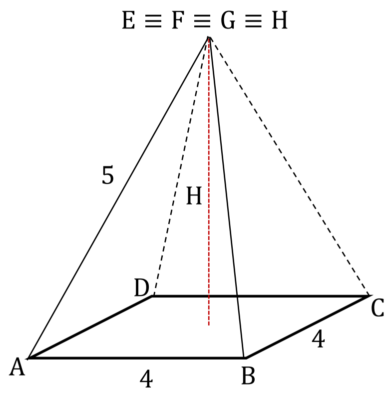
C) $\sqrt{19}$

D) $\sqrt{20}$

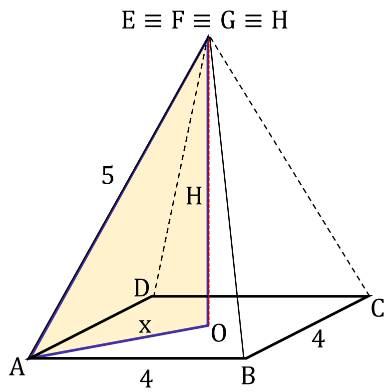
E) $\sqrt{21}$

Comentários:

Temos uma pirâmide de base quadrada. Vamos ver como ela fica!



Queremos encontrar **a altura "H"**. Para isso, devemos observar o seguinte **triângulo retângulo**.



"AE" é a hipotenusa e "EO" e "AO" são os dois catetos. Note que a medida **"AO" é metade da diagonal** do quadrado da base. Lembre-se que a diagonal de um quadrado é dada por:

$$d = a\sqrt{2}$$

Em que "a" é a medida da aresta do quadrado. Como essa medida é 4:

$$d = 4\sqrt{2}$$

Por sua vez, **"x" é metade desse valor**.

$$x = \frac{4\sqrt{2}}{2} \qquad \rightarrow \qquad x = 2\sqrt{2}$$

Pronto! Agora podemos usar o **Teorema de Pitágoras**.

$$5^2 = H^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad 25 = H^2 + 8 \quad \rightarrow \quad H = 17 \quad \rightarrow \quad \boxed{H = \sqrt{17}}$$

Gabarito: LETRA A.

5. (FGV/ALE-RO/2018) Uma pirâmide quadrangular regular tem altura 30 e aresta da base também igual a 30. A distância do centro da base dessa pirâmide a uma das suas faces laterais é

A) $10\sqrt{2}$

B) $8\sqrt{2}$

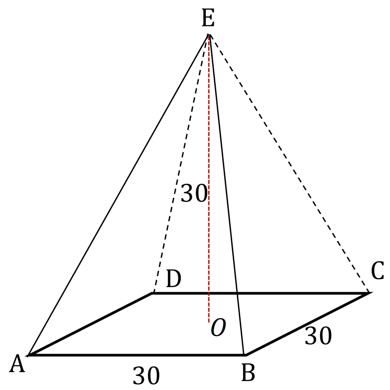
C) $10\sqrt{3}$

D) $4\sqrt{5}$

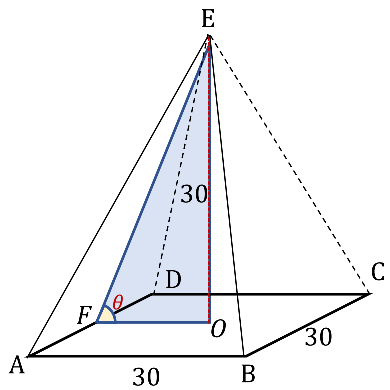
E) $6\sqrt{5}$

Comentários:

Uma pirâmide quadrangular regular é uma **pirâmide de base quadrada**.



Primeiramente, vamos observar o seguinte triângulo retângulo:



Temos o triângulo retângulo OFE. É importante observarmos o seguinte:

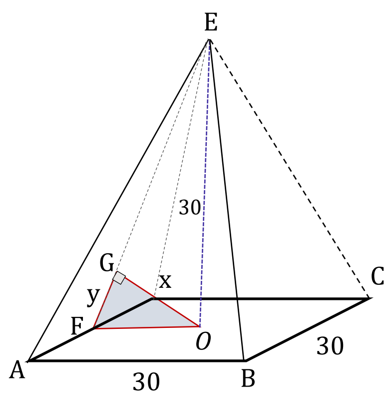
i) O ponto "F" é o **ponto médio** da aresta "AD";
ii) A medida do cateto "OF" é **metade da aresta** do quadrado.

Vamos procurar a tangente do ângulo θ (precisaremos desse valor mais na frente).

$$\tan\theta = \frac{EO}{OF} \quad \rightarrow \quad \tan\theta = \frac{30}{15} \quad \rightarrow \quad \tan\theta = 2$$

Ok! Com esse valor, podemos ir para o próximo passo.

Queremos **a distância do ponto O até uma das faces**. Devemos visualizar um outro triângulo retângulo.



Estamos procurando **a distância "x"**! Como temos o ângulo em F, podemos escrever:

$$\tan\theta = \frac{x}{y} \quad \rightarrow \quad y = \frac{x}{2}$$

Por fim, devemos aplicar o **Teorema de Pitágoras** no triângulo GFO.

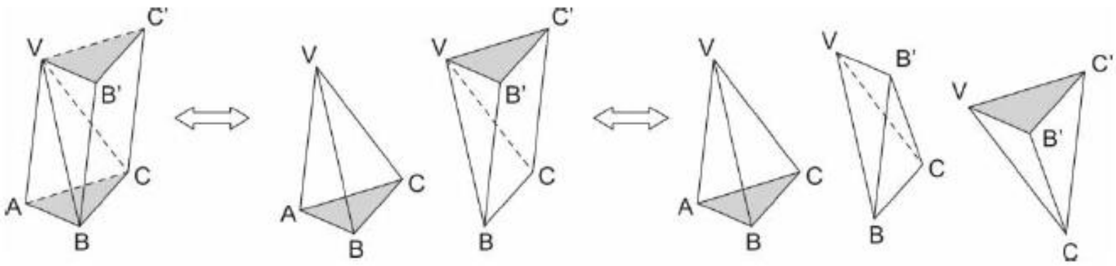
$$OF^2 = x^2 + y^2$$

$$15^2 = x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad 225 = \frac{5x^2}{4} \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{900}{5} \quad \rightarrow \quad x^2 = 180 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 6\sqrt{5}}$$

Gabarito: LETRA E.

FCC

6. (FCC/SEC-BA/2018) Observe a sequência de imagens indicadas abaixo.



A sequência de imagens está sendo usada para ilustrar o fato de que

A) a soma de cinco pirâmides resulta em um prisma.

B) o volume de uma pirâmide é igual a dois terços do volume de um prisma.

C) o volume de um prisma é igual ao de duas pirâmides acrescido ao de um prisma.

D) a área total de um prisma é igual a área total das três pirâmides que o compõem.

E) o volume de uma pirâmide é a terça parte do volume de um prisma.

Comentários:

Galera, temos u**m prisma que está sendo dividido em três objetos**. Além disso, para essa questão, é interessante lembrar as fórmulas do volume do prisma e da pirâmide:

$$V_{prisma} = A_b H \qquad\qquad V_{pirâmide} = \frac{A_b H}{3}$$

Note que **o volume da pirâmide é a terça parte do volume do prisma**, assim como indica a alternativa E.

▪

Gabarito: LETRA E.

7. (FCC/SEDU-ES/2018) Uma pirâmide quadrangular regular reta teve sua aresta da base reduzida em 50% e sua altura aumentada em x% de tal forma que seu volume não se alterou. Nas condições descritas, x é igual a

A) 250.

B) 350.

C) 100.

D) 200.

E) 300.

Comentários:

Lembre-se que o volume de uma pirâmide é dado por:

$$V_p = \frac{A_b H}{3}$$

Como estamos lidando com uma pirâmide quadrangular regular, então **a base é um quadrado**. Considere que esse quadrado tenha aresta "a". Assim,

$$A_b = a^2$$

Se **a aresta da base é reduzida em 50%**, então a nova área da base é dada por:

$$A'_b = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad A'_b = \frac{a^2}{4}$$

Se **a altura aumenta "x%"**, então a nova altura pode ser escrita assim:

$$h = H + \frac{x}{100}H \quad \rightarrow \quad h = H\left(1 + \frac{x}{100}\right)$$

Ok! Agora, sabemos que **o volume não se alterou** depois de todas essas mudanças. Então, podemos igualar os dois volumes.

$$\frac{a^2 H}{3} = \frac{\left(\frac{a^2}{4}\right) H \left(1 + \frac{x}{100}\right)}{3} \quad \rightarrow \quad 1 = \left(\frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{x}{100}\right) \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{x}{100} = 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 300}$$

Gabarito: LETRA E.

8. (FCC/SEDU-ES/2018) Seja a pirâmide reta P_1, de base quadrada, com 1 m de aresta da base e 2 metros de altura, e seja a pirâmide reta P_2, de base quadrada, com 3 m de aresta da base e 4 metros de altura. O volume de P_2 é igual ao de P_1 multiplicado por

A) 15.

B) 9.

C) 12.

D) 6.

E) 18.

Comentários:

Temos duas pirâmides, as duas com bases quadradas, e precisamos encontrar seus volumes.

- Pirâmide P_1: **aresta da base igual a 1 metro e 2 metros de altura**.

Primeiramente, vamos calcular a área da base. Como a base é quadrada,

$$A_b = 1^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A_b = 1\ m^2}$$

Agora, lembre-se do volume de uma pirâmide.

$$V_p = \frac{A_b H}{3}$$

A altura é 2 metros. Logo,

$$\mathrm{V_{P_1}} = \frac{1 \cdot 2}{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{P_1}} = \frac{2}{3}\ \mathrm{m^3}$$

- Pirâmide P_2: **aresta da base igual a 3 metros e 4 metros de altura**.

Novamente, vamos começar pela área da base. Como ela também é quadrada,

$$A_b = 3^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A_b = 9\ m^2}$$

Por fim, o volume de uma pirâmide fica, sabendo que **a altura é 4 metros**:

$$\mathrm{V_{P_2}} = \frac{9 \cdot 4}{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{P_2}} = 12\ \mathrm{m^3}$$

Veja que:

$$V_{P_2} = \boldsymbol{k} \cdot V_{P_1}$$

Queremos encontrar o valor de "k". Para isso, basta substituirmos os volumes que encontramos.

$$12 = k \cdot \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad k = 18$$

Gabarito: LETRA E.

CEBRASPE

9. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Uma pirâmide de altura $h = 2\sqrt{3}$ cm com base dada por um hexágono regular de lado $l = 3$ cm tem volume $V = \sqrt{3}$ cm³.

Comentários:
Vamos lá, moçada! É hora de calcular o volume de uma pirâmide de base hexagonal regular.

Lembre-se que **o volume de qualquer pirâmide** é dado por:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Como **a base é um hexágono regular**, então sua área é dada por:

$$A_b = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$$

O enunciado passou o valor do lado: $\boldsymbol{L = 3\ cm}$. Assim,

$$A_b = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

Com **o valor da área da base e da altura**, usamos agora a fórmula do volume.

$$\mathrm{V} = \frac{\left(\frac{27\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2\sqrt{3}}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{V = 27\ cm^3}}$$

Gabarito: ERRADO.

10. (CESPE/CBM-AL/2021) Julgue o seguinte item, relativos a geometria espacial.

Para cobrir um tetraedro regular de aresta igual a $\sqrt[4]{3}$ m com um material adesivo que custa R$ 5,50/m², deve-se gastar R$ 16,50.

Comentários:

Primeiramente, precisamos encontrar a área superficial do tetraedro regular. Lembre-se que um tetraedro regular tem **4 faces e cada uma delas é um <u>triângulo equilátero</u>**. Sendo assim, a área superficial do tetraedro é igual a:

$$A_s = 4 \cdot \left(\frac{L^2\sqrt{3}}{4}\right) \quad \rightarrow \quad A_s = L^2\sqrt{3}$$

De acordo com o enunciado, a aresta desse tetraedro é igual a $\sqrt[4]{3}$ m.

$$\mathrm{A_s} = \left(\sqrt[4]{3}\right)^2\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_s} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_s} = 3\ \mathrm{m}^2$$

Como **o custo de material adesivo é de R$ 5,50 /m²**. Sendo assim, o total que se deve gastar é:

$$C_t = 3 \cdot 5{,}50 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_t = 16{,}50}}$$

Gabarito: CERTO.

11. (CESPE/PM-AL/2021) Com relação às geometrias plana, espacial e analítica, julgue o item que se segue.

A área superficial de uma pirâmide de base quadrada regular em que todas as arestas são iguais a 2 é $S = 4 + 4\sqrt{3}$.

Comentários:

Pessoal, se **todas as arestas são iguais a 2**, então as faces laterais dessa pirâmide são **triângulos equiláteros** de lados iguais a 2.

A área de um triângulo equilátero é igual a:

$$A_e = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

Como a base dessa pirâmide é um quadrado, vamos ter **4 triângulos equiláteros nas laterais**.

Sendo assim, a areal lateral é 4 vezes a área acima.

$$A_l = 4A_e \quad \rightarrow \quad A_l = L^2\sqrt{3}$$

A aresta é igual a 2, com isso, podemos substituir:

$$\mathrm{A_l} = 2^2\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_l} = 4\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$$

Essa é a área lateral, falta ainda contabilizarmos a área da base, para obtermos a área superficial.

Como **a base é um quadrado**:

$$\mathrm{A_b} = \mathrm{L}^2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = 2^2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = 4\ \mathrm{cm}^2$$

Pronto! A área superficial é a soma da área lateral com a área da base.

$$\mathrm{A_s} = \mathrm{A_b} + \mathrm{A_l} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{A_s = 4 + 4\sqrt{3}\ cm^2}}$$

Gabarito: CERTO.

Vunesp

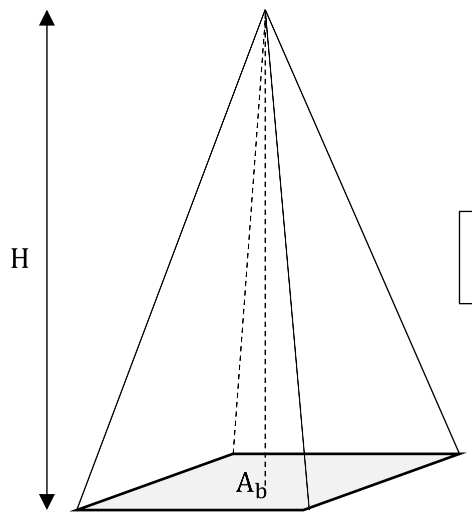
12. (VUNESP/Prefeitura Municipal da Estância Balneária de Peruíbe (SP)/2019) Uma pirâmide de base retangular e altura 12 cm tem volume de 100 cm³. A área da base dessa pirâmide, em cm², é

A) 25

B) 26

C) 30
D) 36
E) 50

Comentários:
Opa, agora temos uma **pirâmide de base retangular**! Lembre-se:



$$\text{VOLUME} = \frac{A_b H}{3}$$

O enunciado forneceu a altura e o volume, podemos calcular a área da base substituindo na fórmula acima.

$$V = \frac{A_b \cdot H}{3} \quad \rightarrow \quad 100 = \frac{A_b \cdot 12}{3} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{300}{12} \quad \rightarrow \quad A_b = 25\ cm^2$$

Pronto! Podemos marcar que **a área da base é 25 cm².**

Gabarito: LETRA A.

13. (VUNESP/PREF. MORRO AGUDO/2020) Uma peça em madeira maciça, com formato de pirâmide reta de base quadrada, tem volume de 484 cm³ e altura de 12 cm. Logo, a aresta da base dessa peça mede
A) 14 cm.
B) 13 cm.
C) 12 cm.
D) 11 cm.
E) 10 cm.

Comentários:
O volume de uma pirâmide é dado por:

$$V = \frac{A_b h}{3}$$

O enunciado disse que $V = 484\ \text{cm}^3$ e $h = 12\ \text{cm}$. **Vamos substituir esses valores na fórmula** acima para obtermos a área da base.

$$484 = \frac{12 \cdot A_b}{3} \quad \rightarrow \quad 4 \cdot A_b = 484 \quad \rightarrow \quad A_b = 121\ \text{cm}^2$$

A base da pirâmide é quadrada! Logo, sabemos que a área da base **é o valor da aresta elevado a 2**!

$$A_b = a^2 \quad \rightarrow \quad a^2 = 121 \quad \rightarrow \quad a = 11\ \text{cm}$$

Assim, **a aresta da base dessa pirâmide mede 11 cm**.

Gabarito: LETRA D.

14. (VUNESP/PREF. PERUÍBE/2019) Uma pirâmide de base retangular e altura 12 cm tem volume de 100 cm³. A área da base dessa pirâmide, em cm², é

A) 25.

B) 26.

C) 30.

D) 36.

E) 50.

Comentários:

O volume de uma pirâmide é dado por:

$$V = \frac{A_b h}{3}$$

O enunciado disse que $V = 100\ \text{cm}^3$ e $h = 12\ \text{cm}$. **Vamos substituir esses valores na fórmula** acima para obtermos a área da base.

$$100 = \frac{12 \cdot A_b}{3} \quad \rightarrow \quad 4 \cdot A_b = 100 \quad \rightarrow \quad \mathbf{A_b = 25\ cm^2}$$

Gabarito: LETRA A.

Outras Bancas

15. (FUNDATEC/PREF. CANDELÁRIA/2021) O volume de uma pirâmide quadrangular regular de lado L e altura sendo o dobro do lado é dado por:

A) $L^3/3$

B) $L^3/2$

C) $2L^3/3$
D) $2L^3$
E) $3L^3$

Comentários:
Na teoria, vimos que **o volume de uma pirâmide** é dado por:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Em que H é a sua altura e A_b é a área da base.

De acordo com o enunciado, a base da pirâmide em questão é quadrangular regular (ou seja, um quadrado). Com isso, sua **área da base** é dada por:

$$A_b = L^2$$

Como a altura dessa pirâmide é e igual ao **dobro do lado do quadrado**, então:

$$H = 2L$$

Usando essas duas informações na fórmula do volume, obtemos:

$$V = \frac{L^2 \cdot (2L)}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V = \frac{2L^3}{3}}}$$

Gabarito: LETRA C.

16. (QUADRIX/CRMV AP/2021) O museu do Louvre, em Paris, tem como entrada uma estrutura piramidal de base quadrada, com 34 m de largura e 21 m de altura. Essa pirâmide principal é rodeada por 3 pirâmides quadradas menores, cujas dimensões serão assumidas como 8 m de largura e 5 m de altura, e π é igual a 3. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

A capacidade total das 3 pirâmides menores juntas é de 320 L.

Comentários:
Lembre-se que **o volume de uma pirâmide** é dado por:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Em que H é a sua altura e A_b é a área da base.

De acordo com o enunciado, a pirâmide maior tem altura igual a 5 metros. Além disso, a aresta de sua base é igual a 8 m. Como **a base é quadrada**, podemos calcular sua área.

$$\mathrm{A_b} = 8^2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_b} = 64\ \mathrm{m}^2$$

Com o valor da área da base e a altura da pirâmide, podemos calcular seu volume.

$$V = \frac{64 \cdot 5}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{320}{3}\ m^3$$

Esse é o **volume de <u>uma</u> pirâmide**! São três! Sendo assim:

$$\mathrm{V_t} = 3\mathrm{V} = 320\ \mathrm{m}^3$$

Cuidado, pessoal. Esse volume está em metros cúbicos (m^3), não litros (L), como consta no item. Para obter o resultado em litros, devemos multiplicá-lo por 1000, pois **1 m^3 = 1.000 L**.

$$\mathrm{V_t} = 320 \cdot 1.000 = 320.000\ \mathrm{L}$$

Gabarito: ERRADO.

17. (Inst. AOCP/PM-ES/2022/ADAPTADA) Considerando uma pirâmide de base quadrada, onde a aresta da base mede l e a altura mede h, é correto afirmar que

A) suas arestas da base são menores que sua altura (l < h).

B) seu volume pode ser encontrado dividindo-se a área de um quadrado de lado l por 3.

C) a pirâmide terá o número de vértices igual ao número de faces.

D) todas as arestas da pirâmide precisam ser iguais.

Comentários:

Vamos comentar cada uma das alternativas.

A) suas arestas da base são menores que sua altura (l < h).

Errado. Isso não é necessariamente verdade. As arestas da base podem ser maiores do que a altura.

B) seu volume pode ser encontrado dividindo-se a área de um quadrado de lado l por 3.

Errado. O volume de uma pirâmide é o **produto da área da base pela altura dividido por 3**.

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Observe que o item esqueceu de mencionar a altura.

C) a pirâmide terá o número de vértices igual ao número de faces.
Correto. Nesse caso, a pirâmide terá **5 faces e 5 vértices**.

D) todas as arestas da pirâmide precisam ser iguais.
Errado. Não há essa necessidade. As aresta laterais podem ser diferentes da aresta da base.

Gabarito: LETRA C.

18. (IDECAN/PREF. CAMPINA GRANDE/2021) Considere as afirmativas a seguir:

I. O volume de um prisma é o produto da área da base pela medida da altura.
II. A altura de uma pirâmide é a distância h entre o vértice e o plano da base.
III. O volume de uma pirâmide é um terço do produto da área da base pela medida da altura.

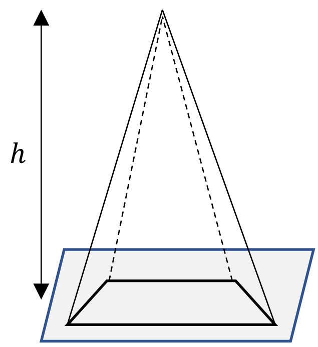
Assinale
A) se somente a afirmativa I estiver correta.
B) se somente a afirmativa III estiver correta.
C) somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
D) se todas as afirmativas estiverem corretas.

Comentários:

I. O volume de um prisma é o produto da área da base pela medida da altura.
Correto. Vimos isso na teoria! O volume de um prisma é dado por:

$$V = A_b H$$

II. A altura de uma pirâmide é a distância h entre o vértice e o plano da base.
Correto. Observe a imagem:



III. O volume de uma pirâmide é um terço do produto da área da base pela medida da altura.
Isso mesmo! O volume de uma pirâmide é dado por:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Gabarito: LETRA D.

19. (IAUPE/CEP-OS/2018) A altura de uma pirâmide cuja base é um triângulo equilátero mede $12\sqrt{3}$ metros. Se a aresta da base da pirâmide mede 3 metros, é CORRETO afirmar que o seu volume, em metros cúbicos, é igual a

A) $15\sqrt{3}$

B) 15

C) $27\sqrt{3}$

D) 27

E) 12

Comentários:

Lembre-se que o volume de uma pirâmide é dado por:

$$V = \frac{A_b H}{3}$$

Como a base é um **triângulo equilátero de lado igual a 3**, então podemos calcular A_b:

$$A_b = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Agora, devemos usar esse resultado em conjunto com **o valor da altura** ($12\sqrt{3}$) na fórmula do volume:

$$\mathrm{V} = \frac{\left(\frac{9\sqrt{3}}{4}\right) \cdot 12\sqrt{3}}{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 9 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{V = 27\ m^3}}$$

Gabarito: LETRA D.

20. (DIRENS/EEAR/2018) A embalagem de um determinado produto é em forma de uma pirâmide hexagonal regular, cujas medidas internas são 13 cm de altura e 24 cm de perímetro da base. Assim, o volume interno dessa embalagem é ___$\sqrt{3}$ cm³.

A) 104

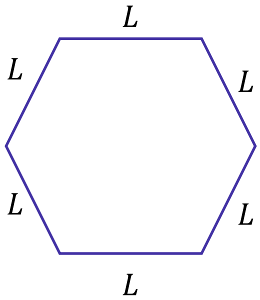
B) 98

C) 86

D) 72

Comentários:

Em uma pirâmide hexagonal regular temos que sua base é um **hexágono regular**. Vamos lembrar:



Observe que o perímetro do hexágono regular é:

$$2p = 6L$$

Como a questão fala que **o perímetro da base é igual a 24 cm**, podemos encontrar o valor da aresta da base.

$$6\text{L} = 24 \qquad \rightarrow \qquad \text{L} = 4 \text{ cm}$$

Ora, com o lado, podemos encontrar a **área da base**:

$$A_b = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{3 \cdot 4^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{48\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad A_b = 24\sqrt{3}$$

Por fim, com a área da base a altura, podemos calcular **o volume** dessa pirâmide.

$$V = \frac{A_b H}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{\left(24\sqrt{3}\right) \cdot 13}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 104\sqrt{3}\ \text{cm}^3}$$

Gabarito: LETRA A.

21. (IAUPE/CEP-OS/2015) O volume de uma pirâmide regular hexagonal de altura $H = 20\sqrt{3}$ cm e aresta com 5 cm é igual a

A) 800 cm³.

B) 750 cm³.

C) 700 cm³.

D) 650 cm³.

E) 600 cm³.

Comentários:

Vocês devem ter percebido que o **volume de uma pirâmide** de base hexagonal regular é bastante pedido nas questões. Lembre-se que a área de um hexágono é dada por:

$$A = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$$

Como **a aresta da base mede 5 cm**, então:

$$\mathrm{A_b} = \frac{3 \cdot 5^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{A_b} = \frac{75\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{cm}^2$$

Com a área da base e a altura, podemos calcular **o volume da pirâmide**:

$$V = \frac{A_b H}{3} \qquad \rightarrow \qquad V = \frac{\left(\frac{75\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 20\sqrt{3}}{3} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{V = 750\ cm^3}}$$

Gabarito: LETRA B.

22. (IBFC/PM-MG/2015) Uma pirâmide quadrangular tem 12 centímetros de altura e 40 centímetros de perímetro da base. Calcule o valor de sua área lateral e assinale a alternativa correta.

A) 360 cm²

B) 482 cm²

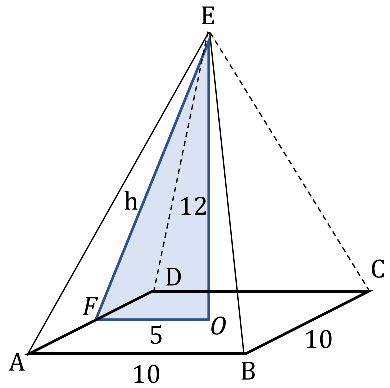
C) 260 cm²

D) 120 cm²

Comentários:

Como a base é quadrangular e tem perímetro **igual a 40 cm**, o lado do quadrado é de 10 cm.

Agora, vamos dar uma olhada melhor nessa pirâmide.



Observe que destaquei o **triângulo retângulo EFO**. O motivo disso é que estamos interessados em determinar a altura do triângulo da face. Com essa altura, conseguiremos calcular a área lateral da pirâmide. Como EFO é um triângulo retângulo, podemos aplicar o **Teorema de Pitágoras**.

$$h^2 = 12^2 + 5^2 \quad \rightarrow \quad h^2 = 169 \quad \rightarrow \quad h = 13$$

A **área do triângulo da lateral** é:

$$A_t = \frac{10 \cdot 13}{2} \quad \rightarrow \quad A_t = 65\ cm^2$$

Com a lateral da pirâmide é composta por quatro triângulos:

$$A_{lateral} = 4 \cdot A_t \quad \rightarrow \quad A_{lateral} = 4 \cdot 65 \quad \rightarrow \quad \boxed{A_{lateral} = 260\ cm^2}$$

Gabarito: LETRA C.

23. (QUADRIX/CRECI 11/2022) A pirâmide de Quéops, também conhecida como grande pirâmide de Gizé, é a mais antiga das Sete Maravilhas do Mundo Antigo e a única que resiste até hoje. Há quase cinco mil anos, os egípcios utilizaram o côvado como medida de comprimento para construir esta pirâmide quadrada, cujas dimensões originais eram 280 côvados de altura e 440 côvados de lado da base. Considerando a pirâmide de Quéops como uma pirâmide regular de 8 arestas e π = 3,1415, julgue o item.

Três réplicas proporcionais da pirâmide de Quéops, com altura individual de 7 côvados, teriam, juntas, um volume total de 847 côvados cúbicos.

Comentários:

Observe que a altura da pirâmide original é 280 côvados, enquanto a altura da réplica é 7 côvados. Na prática, a réplica possui uma altura **40 vezes menor**. Para manter a proporcionalidade, o lado da base da réplica também reduzirá no mesmo fator.

$$l_{replica} = \frac{440}{40} \quad \rightarrow \quad l_{replica} = 11$$

Como a pirâmide tem base **quadrada**, a área da base da réplica é igual a:

$$A_b = 11^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 121\ co^2$$

Para obter **o volume de uma réplica**, fazemos:

$$V = \frac{A_b H}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{121 \cdot 7}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{847}{3}\ co^3$$

Como queremos saber o volume total de **três pirâmides**:

$$V_t = 3V \qquad \rightarrow \qquad \boxed{V_t = 847\ co^3}$$

Gabarito: CERTO.

24. (QUADRIX/CRESS 26/2020) Uma sorveteria decidiu apresentar seus produtos na forma de sólidos geométricos populares. Sorvetes de morango têm formato de esfera, produtos de limão são cúbicos, picolés de chocolate são cilíndricos e sorvetes de abacaxi são pirâmides hexagonais. Os raios das esferas e dos cilindros são de 3 cm. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Se o comprimento da aresta do cubo, em centímetros, fosse igual à altura da pirâmide, em centímetros, e esse valor fosse igual à raiz quadrada da área da base hexagonal, em centímetros quadrados, então os produtos de limão teriam volume 3 vezes maior que os de abacaxi.

Comentários:

Os produtos de limão são **cúbicos**. Seja "a" a aresta desse cubo. Logo:

$$V_{limão} = a^3$$

Os sorvetes de abacaxis são **pirâmides hexagonais**. Seja A_b a área da base e H a altura. Assim:

$$V_{abacaxi} = \frac{A_b H}{3}$$

O item fala que **a aresta do cubo é igual a altura da pirâmide**. Vamos chamar tudo de "x".

$$V_{limão} = x^3 \qquad\qquad V_{abacaxi} = \frac{A_b x}{3}$$

Depois, o item afirma que esse "x" é igual a **raiz quadrada da área da base**, ou seja:

$$x = \sqrt{A_b}$$

Vamos substituir.

$$V_{limão} = \sqrt{A_b^3} \qquad\qquad V_{abacaxi} = \frac{A_b\sqrt{A_b}}{3} = \frac{\sqrt{A_b^3}}{3}$$

Observe que:

$$V_{abacaxi} = \frac{V_{cubo}}{3} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{V_{cubo} = 3 \cdot V_{abacaxi}}}$$

O resultado encontrado é exatamente o que afirma o item.

Gabarito: CERTO.

Questões Comentadas

Cilindro

FGV

1. (FGV/PM-SP/2021) Para abastecer os carros da corporação, há um tanque cilíndrico de combustível, com 2 m de diâmetro e 1,5 m de altura. A capacidade desse tanque é de, aproximadamente,

A) 4.100 litros.
B) 4.400 litros.
C) 4.700 litros.
D) 5.000 litros.
E) 5.300 litros.

Comentários:

Questão bem direta para aplicarmos a fórmula do **volume de um cilindro**. Lembre-se da teoria que:

$$V = \pi R^2 H$$

O enunciado $\boldsymbol{H = 1,5}$ **m e** $\boldsymbol{R} = 1\ m$. O raio é metade do diâmetro. Por fim, vamos usar $\pi = 3{,}14$.

$$V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 1{,}5$$

$$V = 4{,}71\ m^3$$

O resultado está em **metros cúbicos (m³)** mas todas as alternativas estão em **litros**.

Para transformar m³ em litros, devemos multiplicar o resultado por mil.

$$V = 4{,}71 \cdot 1000$$

$$\boxed{\boldsymbol{V = 4710\ L}}$$

Note que a alternativa mais próxima do resultado acima é a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

2. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) O caldeirão da figura abaixo tem 40 cm de diâmetro e 36 cm de altura.

A capacidade desse caldeirão é de, aproximadamente,

A) 25 litros.

B) 30 litros.

C) 36 litros.

D) 40 litros.

E) 45 litros.

Comentários:

O caldeirão tem um formato cilíndrico. Lembre-se que o volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi r^2 H$$

O enunciado disse que **o diâmetro da base é 40 cm**. Logo,

$$\mathrm{r} = \frac{40}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{r} = 20 \text{ cm}$$

Ademais, **temos que $\mathbf{H = 36\ cm}$**. Vamos substituir essas informações na fórmula.

$$V = \pi \cdot 20^2 \cdot 36 \quad \rightarrow \quad V = \pi \cdot 400 \cdot 36 \quad \rightarrow \quad V = 14400\pi$$

Usando $\pi \cong 3{,}14$

$$V = 14400 \cdot 3{,}14 \quad \rightarrow \quad V = 45216\ cm^3$$

Ora, lembre-se que **1 cm³ = 1 mL**.

$$V = 45216\ mL \quad \rightarrow \quad V \cong 45{,}2\ L$$

A alternativa que traz o valor mais próximo é a E.

Gabarito: LETRA E.

3. (FGV/BANESTES/2018) Certos tambores para coleta de resíduos não recicláveis são cilindros com 40 cm de diâmetro e 60 cm de altura.

O volume de um desses recipientes, em litros, é de, aproximadamente:

A) 75.

B) 90.

C) 120.

D) 150.

E) 180.

Comentários:

O tambor tem um formato cilíndrico. Lembre-se que o volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi r^2 H$$

O enunciado disse que **o diâmetro da base é 40 cm**. Logo,

$$\mathrm{r} = \frac{40}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{r} = 20\ \mathrm{cm}$$

Ademais, **temos que $\mathbf{H = 60\ cm}$**. Vamos substituir essas informações na fórmula.

$$V = \pi \cdot 20^2 \cdot 60 \quad \rightarrow \quad V = \pi \cdot 400 \cdot 60 \quad \rightarrow \quad V = 24000\pi$$

Usando $\pi \cong 3{,}14$

$$V = 24000 \cdot 3{,}14 \quad \rightarrow \quad V = 75360\ cm^3$$

Ora, lembre-se que **1 cm³ = 1 mL**.

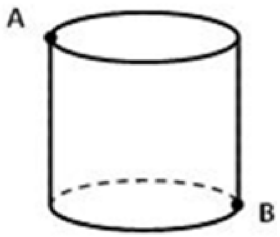
$$V = 75360\ mL \quad \rightarrow \quad V \cong 75{,}3\ L$$

A alternativa que traz o valor mais próximo é a A.

Gabarito: LETRA A.

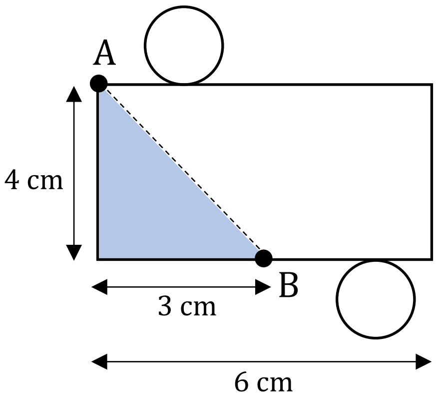
FCC

4. (FCC/SABESP/2019) A figura apresenta um cilindro circular reto de 4 cm de altura, as bordas inferior e superior são circunferências, cujo perímetro de cada uma mede 6 cm. Os pontos A e B são diametralmente opostos. A menor distância que deve ser percorrida sobre a superfície do cilindro para sair do ponto A e chegar ao ponto B é:



A) 4 cm
B) $4\sqrt{2}$ cm
C) 10 cm
D) $5\sqrt{2}$ cm
E) 5 cm

Comentários:
A melhor maneira de visualizarmos esse problema é fazendo a planificação do cilindro.



Observe que a distância entre os pontos A e B é exatamente **a hipotenusa do triângulo retângulo** destacado em azul. Com isso, podemos determiná-la por meio do Teorema de Pitágoras.

$$AB^2 = 4^2 + 3^2 \quad \rightarrow \quad AB^2 = 16 + 9 \quad \rightarrow \quad AB^2 = 25 \quad \rightarrow \quad \mathbf{AB = 5\ cm}$$

Gabarito: LETRA E.

5. (FCC/SABESP/2018) Um cilindro reto tem altura de 100 mm, diâmetro externo 11 mm e diâmetro interno 9 mm. A área da chapa para construir este cilindro é

A) 1.000 mm²

B) 900 mm²

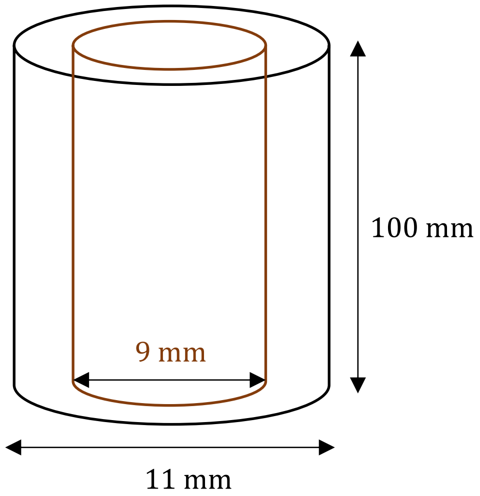
C) 3.000 mm²

D) 3.140 mm²

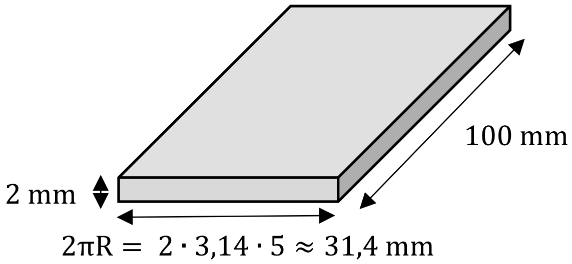
E) 1.100 mm²

Comentários:

Vamos entender esse cilindro com um desenho.



Ou seja, **ele não é totalmente preenchido no meio**! É como se pegássemos uma folha de ofício A4 e **uníssemos os lados para formar um cilindro** (só que com uma espessura mais considerável, de forma que, na questão, dobramos uma chapa e não uma folha, rsrs). Considere que a chapa que dá origem ao cilindro da figura é algo como:



Observe que **a espessura da chapa é igual a 2 mm** (a diferença entre os diâmetros). Por sua vez, para encontrarmos a largura da placa, **precisamos considerar o diâmetro médio** (média entre o diâmetro interno e externo, que dá 10 mm). Sendo assim, a área da chapa fica:

$$A = 100 \cdot 3{,}14 \quad \rightarrow \quad A = 3.140\ \text{mm}^2$$

Gabarito: LETRA D.

6. (FCC/SABESP/2017) Um reservatório cilíndrico de altura h e raio R foi substituído por um novo reservatório também cilíndrico de altura h/2 e raio 2R. Sendo desprezíveis as espessuras das paredes dos dois reservatórios, é correto afirmar que a capacidade do novo reservatório é

A) quatro vezes maior que a capacidade do reservatório antigo.
B) igual à capacidade do reservatório antigo.
C) o dobro da capacidade do reservatório antigo.
D) oito vezes maior que a capacidade do reservatório antigo.
E) metade da capacidade do reservatório antigo.

Comentários:

Se o primeiro cilindro **tem altura h e raio R**, então seu volume é dado por:

$$V_1 = \pi R^2 h$$

Por sua vez, se **a altura do novo cilindro é h/2 e o raio é 2R**, então seu volume é dado por:

$$V_2 = \frac{\pi(2R)^2 h}{2} \quad \rightarrow \quad V_2 = 2\pi R^2 h$$

Perceba que:

$$V_2 = 2V_1$$

Ou seja, o novo reservatório tem capacidade **igual ao dobro** da capacidade do reservatório antigo.

Gabarito: LETRA C.

CEBRASPE

7. (CESPE/CBM-TO/2021) Considere um caminhão-pipa cujo tanque é cilíndrico com comprimento igual a 4 metros e diâmetro igual a 2 metros. Usando-se π = 3,14, é correto estimar que o volume desse tanque é igual a

A) 6.280 litros.
B) 12.560 litros.
C) 25.120 litros.
D) 50.240 litros.

Comentários:

Questão bem direta para aplicarmos a fórmula do **volume de um cilindro**. Lembre-se da teoria que:

$$V = \pi R^2 H$$

De acordo com o enunciado, **temos $H = 4$ m e $R = 1$** m. O raio é metade do diâmetro.

Como o enunciado pediu para usar $\pi = 3{,}14$, ficamos com:

$$V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 4$$

$$V = 12{,}56\ m^3$$

O resultado está em **metros cúbicos (m³)** mas todas as alternativas estão em **litros**.

Para transformar m³ em litros, devemos multiplicar o resultado por mil.

$$V = 12{,}56 \cdot 1000$$

$$\boxed{V = 12560\ L}$$

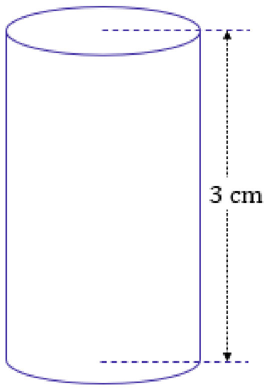
Gabarito: LETRA B.

8. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Julgue o item seguinte, referente a geometria analítica, geometria plana e geometria espacial.

Se a área total de um cilindro circular reto de 3 cm de altura for igual ao triplo de sua área lateral, então o volume desse cilindro será inferior a 400 cm³.

Comentários:

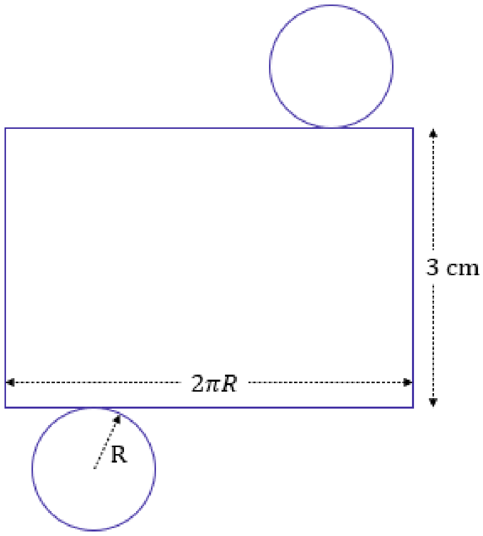
Temos um **cilindro circular reto de 3 cm de altura**. Vamos desenhá-lo.



Além disso, o enunciado informa que **a área total é o triplo da área lateral**. Lembre-se que **a área total é o somatório da área lateral com duas vezes a área da base**. Assim,

$$A_{total} = 2 \cdot A_{base} + A_{lat} = 3 \cdot A_{lat} \quad \rightarrow \quad 2 \cdot A_{base} = 2 \cdot A_{lat} \quad \rightarrow \quad A_{base} = A_{lat}$$

Observe que, para a condição do enunciado ser satisfeita, a área da base deve ser igual a área lateral. **Na base temos um círculo,** logo, $A_{base} = \pi R^2$. **A lateral do cilindro é um retângulo** com um dos lados medindo a própria altura do cilindro e o outro lado medindo o comprimento da circunferência. Lembre-se:



Assim, $A_{lat} = (2\pi R) \cdot 3 = 6\pi R$. Logo, podemos encontrar o valor do raio usando $A_{base} = A_{lat}$.

$$\pi R^2 = 6\pi R \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{R = 6\ cm}$$

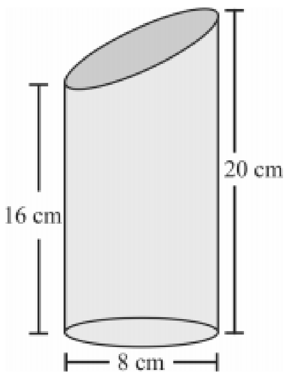
Com o raio em mãos, podemos determinar o volume do cilindro.

$$V = A_{base} \cdot H \quad \rightarrow \quad V = \pi \cdot 6^2 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad V = 108\pi \quad cm^2$$

Usando que $\boldsymbol{\pi \cong 3,14}$, ficamos com $V = 108 \cdot 3{,}14 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V = 339,12\ cm^2}$. O **resultado é inferior a 400 cm³**, logo, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

9. (CESPE/IFF/2018)



Um cilindro circular reto, cuja base tem diâmetro de 8 cm, foi cortado por um plano inclinado em relação à base, dando origem ao tronco de cone apresentado. A altura maior do tronco de cone mede 20 cm e a menor, 16 cm. Nesse caso, o volume do tronco de cone é igual a

A) 256π cm³.

B) 288π cm³.

C) 320π cm³.

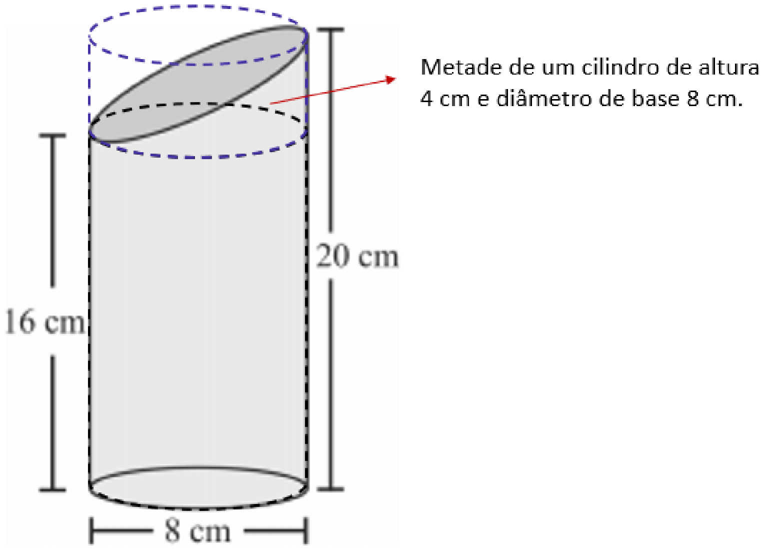
D) 576π cm³.

E) 1.152π cm³.

Comentários:

O primeiro comentário importante que deve ser feito é sobre o enunciado chamar o sólido resultante de tronco de cone. O que temos é um **tronco de cilindro**. Tudo bem?!

Existe mais de uma maneira de resolver essa questão, vou explicar a que julgo mais simples, pois não precisaremos saber de outras fórmulas ou princípios além do que já estudamos.



Veja que temos um cilindro grandão e que foi tirado um pedaço dele. Esse pedaço retirado é exatamente **metade de um cilindro menor**, que destacamos na figura acima. Portanto, para calcular o volume do sólido, seguiremos exatamente essa linha de raciocínio:

- Calcularemos o volume do cilindro maior, **como se completo fosse**.
- Descontaremos **metade do volume do cilindro menor**, que está destacado na figura.

Na teoria, mostramos que o volume do cilindro é dado **produto da área da base pela altura**.

$$V = A_b \cdot H$$

Para o cilindro maior, temos $R = 4\ cm$ e $H = 20\ cm$:

$$A_b = \pi R^2 \quad \rightarrow \quad A_b = \pi \cdot 4^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 16\pi\ cm^2$$

$$V = 16\pi \cdot 20 \quad \rightarrow \quad V = 320\pi\ cm^3$$

Agora, devemos descontar o volume arrancado. Observe que **a área da base do cilindro menor é a mesma**. Temos apenas uma mudança na altura que passa a ser $H = 4$ cm.

$$V_{menor} = 16\pi \cdot 4 \quad \rightarrow \quad V_{menor} = 64\pi$$

Esse é o volume do cilindro menor. Como, depois do corte, **ainda sobrou metade desse cilindro**, devemos **subtrair** do cilindro maior apenas a metade desse volume. Tudo bem?!

$$V_{sólido} = V - \frac{V_{menor}}{2} \quad \rightarrow \quad V_{sólido} = 320\pi - 32\pi \quad \rightarrow \quad V_{sólido} = 288\pi\ cm^3$$

Gabarito: LETRA B.

CESGRANRIO

10. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Uma jarra cilíndrica está completamente cheia de água. Seu diâmetro interno é 2d, e sua altura, 3H. A água contida nessa jarra é suficiente para encher completamente n copos cilíndricos de diâmetro interno d e altura H. O maior valor de n é

A) 4

B) 6

C) 8

D) 10

E) 12

Comentários:

Temos um cilindro de diâmetro "2d" (então o raio é igual a "d") e altura "3H". O volume de um cilindro é:

$$V_{cilindro} = \pi R^2 h$$

Substituindo $r = d$ e $h = 3H$, ficamos com

$$V_{jarra} = \pi d^2 3H \quad \rightarrow \quad V_{jarra} = 3\pi d^2 H$$

Por sua vez, **o copo também é um cilindro de diâmetro "d" (então o raio é igual a "d/2") e altura H**. Logo,

$$V_{copo} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 H \quad \rightarrow \quad V_{copo} = \frac{\pi d^2 H}{4}$$

Para determinar **quantos copos podemos encher com essa jarra**, basta fazermos,

$$n = \frac{V_{jarra}}{V_{copo}} \quad \rightarrow \quad n = \frac{3\pi d^2 H}{\frac{\pi d^2 H}{4}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n = 12}$$

Gabarito: LETRA E.

11. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2014) Para embalar cada um dos sabonetes artesanais que produz, Sofia utiliza um pedaço de papel cuja área corresponde a 4/3 da superfície total do sabonete, que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 6 cm de comprimento, 4,5 cm de largura e 2 cm de altura. Qual é, em cm², a área do pedaço de papel?

A) 32
B) 64
C) 72
D) 88
E) 128

Comentários:

Note que temos **um paralelepípedo de dimensões 6 cm x 4,5 cm x 2 cm**. Para calcular a área total desse sólido, usamos a seguinte expressão:

$$A_{sup} = 2 \cdot (ab + bc + ca)$$

Substituindo $\boldsymbol{a = 6}$**,** $\boldsymbol{b = 4,5}$ **e** $\boldsymbol{c = 2}$, ficamos com,

$$A_{sup} = 2 \cdot (6 \cdot 4{,}5 + 4{,}5 \cdot 2 + 6 \cdot 2)$$

$$\mathrm{A_{sup}} = 2 \cdot (27 + 9 + 12) \quad \rightarrow \quad \mathrm{A_{sup}} = 96\ \mathrm{cm}^2$$

Com a área do papel **é 4/3 da área da superfície total** do sabonete,

$$A_{papel} = \frac{4}{3} A_{sup} \quad \rightarrow \quad A_{papel} = \frac{4 \cdot 96}{3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A_{papel} = 128\ cm^2}$$

Gabarito: LETRA E.

12. (CESGRANRIO/DECEA/2012) Um reservatório de água com a forma de um cilindro reto de 1,5 m de altura e 1,2 m de raio interno precisa ser impermeabilizado. Para tal, seu fundo (uma das bases do cilindro)

e sua superfície lateral interna serão totalmente cobertos por um produto impermeabilizante que é vendido em embalagens com um litro. Se o rendimento desse produto é de 9 m² por litro, quantas embalagens, no mínimo, devem ser compradas para que essa impermeabilização seja realizada?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Comentários:

Ok! Esse tipo de questão é bem comum em Geometria Espacial. O primeiro passo é calcularmos **a área superficial do cilindro**. Note que vamos impermeabilizar apenas a lateral e a **base inferior** do cilindro. Sendo assim, **a área total** para ser impermeabilizada pode ser calculada como:

$$A_i = A_{lateral} + A_{base} \quad \rightarrow \quad A_i = 2\pi Rh + \pi R^2$$

De acordo com o enunciado, temos $R = 1{,}2$ m e $h = 1{,}5$ m. Para realizar as contas, consideraremos $\pi \cong 3{,}1$.

$$A_i = 2 \cdot 3{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}5 + 3{,}14 \cdot 1{,}2^2$$

$$A_i = 11{,}16 + 4{,}5216 \quad \rightarrow \quad A_i = 15{,}68\ m^2$$

Como **a embalagem cobre 9 m² por litro**, precisaremos de **2 embalagens** para cobrir os 15,68 m².

Gabarito: LETRA B.

Outras Bancas

13. (QUADRIX/CRP 10/2022) Jonathan é um excelente cervejeiro e prepara sua cerveja artesanal de uma maneira peculiar. Ele sempre faz a mesma quantidade de cerveja por vez, o suficiente para encher completamente um de seus recipientes cilíndricos, os quais têm 1,5 metro de altura e 50 centímetros de raio, sendo que todo o volume dos recipientes é útil. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Jonathan sempre faz $0{,}375\pi$ litros de cerveja por vez.

Comentários:

Opa! Basicamente temos que calcular **o volume do cilindro**. Lembre-se da teoria:

$$V = \pi R^2 H$$

De acordo com o renunciado, o cilindro tem **1,5 metros de altura (H)** e **0,5 metros (50 cm) de raio (R).**

Com isso,

$$V = \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}5 \quad \rightarrow \quad V = \pi \cdot 0{,}25 \cdot 1{,}5 \quad \rightarrow \quad V = 0{,}375\pi\ m^3$$

Cuidado, pessoal. O resultado que obtemos está em metros cúbicos (m³). **O item fala em LITROS**. Logo, o erro do item está na unidade. Para transformar de m³ para litros, devemos multiplicar o volume por mil.

$$V = 0{,}375\pi \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad \mathbf{V = 375\pi\ litros}$$

Gabarito: ERRADO.

14. (FUNDATEC/CRA RS/2021) Maria adquiriu uma piscina no formato de um cilindro reto com 1,20 metros de profundidade e 6 metros de diâmetro. Sabe-se que para encher 1 m³ são necessários 1.000 litros de água, sendo assim, quantos litros de água serão necessários para encher 75% da capacidade total dessa piscina? (Considere π = 3)

A) 8.100 litros.
B) 12.600 litros.
C) 16.200 litros.
D) 24.300 litros.
E) 32.400 litros.

Comentários:

Vamos calcular **volume do cilindro** mais uma vez. Lembre-se da teoria:

$$V = \pi R^2 H$$

De acordo com o renunciado, o cilindro tem **1,2 metros de altura/profundidade (H)** e **3 metros de raio (R).** Lembre-se que o raio é metade do diâmetro.

Com essas informações e lembrando que o enunciado pede para considerarmos a $\pi = 3$, vamos usar a fórmula do volume.

$$\mathrm{V} = 3 \cdot 3^2 \cdot 1{,}2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 27 \cdot 1{,}2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 32{,}4\ \mathrm{m}^3$$

Note que o volume que obtivemos está em **metros cúbicos (m³)**, mas temos que trabalhar com litros. Para transformar, devemos multiplicar esse volume por 1000, afinal, **1 m³ = 1.000 L.**

$$V = 32{,}4 \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad V = 32400\ L$$

Cuidado aqui! A questão não quer o volume total da piscina. Ela quer **75%** dele.

$$V_p = 75\% \cdot 32.400 \quad \rightarrow \quad \boxed{V_p = 24300\ L}$$

Gabarito: LETRA D.

15. (FUNDATEC/PREF. F. DA CUNHA/2022) Considerando um cilindro reto de diâmetro igual a 50 cm e com capacidade máxima de volume igual a 12.500π cm³, a altura desse cilindro, em cm, corresponde a:

A) 10.

B) 12.

C) 18.

D) 20.

E) 24.

Comentários:

Vamos lá! Questão que nos exige a aplicação direta da fórmula do **volume de um cilindro**.

$$V = \pi R^2 H$$

Substituindo as informações que foram fornecidas no enunciado:

$$12.500\pi = \pi \cdot 25^2 \cdot H \quad \rightarrow \quad H = \frac{12500}{625} \quad \rightarrow \quad \boxed{H = 20\ \text{cm}}$$

Gabarito: LETRA D.

16. (Inst. AOCP/PM-ES/2022) A caixa de guerra é um instrumento de percussão no formato de um cilindro. Sabe-se que a altura desse cilindro mede a metade do raio da parte superior da caixa de guerra e que a área lateral equivale a 144π cm². Assinale a alternativa que apresenta a área da parte superior desse cilindro.

A) 136π cm².

B) 144π cm².

C) 96π cm².

D) 108π cm².

E) 196π cm².

Comentários:

Vimos que a área lateral de um cilindro é dada por:

$$A_{lateral} = 2\pi R \cdot H$$

De acordo com o enunciado, **a altura do cilindro é metade do raio**. Assim:

$$H = \frac{R}{2}$$

Substituindo essa informação na fórmula:

$$A_{lateral} = \frac{2\pi R^2}{2} \quad \rightarrow \quad A_{lateral} = \pi R^2$$

Nessa situação, observe que a área lateral é igual a área da base (e parte superior).

Portanto, a área procurada **é igual** a própria **área lateral**.

$$\boxed{A = 144\pi \text{ cm}^2}$$

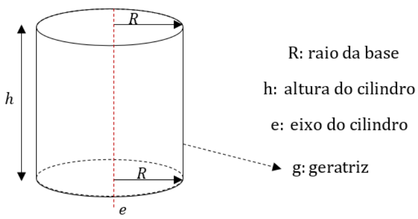
Gabarito: LETRA B.

17. (CONSULPLAN/SEDUC-PA/2018) Sobre os cilindros, sólidos geométricos classificados como corpos redondos, pois, se colocados sobre uma superfície plana levemente inclinada, rolam, analise as afirmativas a seguir.

I. Os elementos de um cilindro são: bases, altura, eixo, secção transversal e geratrizes.
II. Os cilindros são classificados como: retos e oblíquos.
III. A planificação do cilindro  **é**  **.**
IV. A área do cilindro é dada pela seguinte expressão: $A = 2\pi r(h + r)$.
V. O volume do cilindro é obtido pelo produto da área da base por sua altura, ou seja, $V = 2\pi r^2 h$.

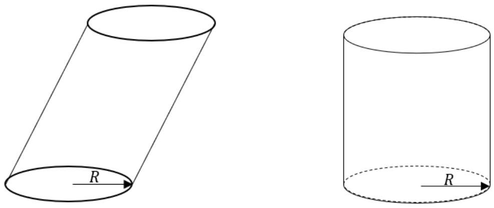
Estão INCORRETAS apenas as afirmativas
A) I e III.
B) I e V.
C) II e V.
D) III e V.

Comentários:
I. Os elementos de um cilindro são: bases, altura, eixo, secção transversal e geratrizes.
Correto! Vimos isso na nossa teoria.



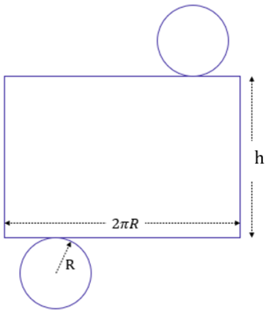
II. Os cilindros são classificados como: retos e oblíquos.

Correto. Observe um exemplo de um cilindro oblíquo e outro reto, respectivamente:



III. A planificação do cilindro  é .

Errado! Faltou planificar as bases!



IV. A área do cilindro é dada pela seguinte expressão: $A = 2\pi r(h + r)$.

Correto! É isso mesmo! Lembre-se:

$$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}$$

$$A_{total} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$$

Colocando $2\pi R$ em evidência:

$$A_{total} = 2\pi R(h + R)$$

V. O volume do cilindro é obtido pelo produto da área da base por sua altura, ou seja, $V = 2\pi r^2 h$.

Errado!! O volume do cilindro é dado por:

$$V = A_b H = \pi R^2 H$$

Gabarito: LETRA D.

18. (Inst. AOCP/PM-ES/2018) Considere que, sobre uma mesa, estão dispostos dois recipientes para líquidos. O primeiro recipiente tem o formato de um cilindro e o segundo recipiente tem o formato de um paralelepípedo reto retângulo. O cilindro possui a base circular com raio r e cuja área da base é igual a 48

dm², além da altura com medida h. O paralelepípedo possui as três dimensões, a, b e c, iguais a três números pares consecutivos, tal que a soma dessas três dimensões seja igual a 18 dm. Sabendo que o volume do cilindro é igual ao triplo do volume do paralelepípedo, e usando a aproximação para $\pi = 3$, então a razão entre a altura h e o raio r do cilindro, nessa ordem, será igual a

A) 1.
B) 3.
C) 9.
D) 27.
E) 81.

Comentários:

As dimensões do paralelepípedo são "a", "b" e "c". O enunciado disse que a soma delas é igual a 18.

$$a + b + c = 18$$

Além disso, são números pares consecutivos, de forma que podemos escrever:

$$(b - 2) + b + (b + 2) = 18$$

$$3b = 18$$

$$b = 6$$

Podemos concluir que o paralelepípedo possui lados 4, 6 e 8. Com essas dimensões, vamos calcular o volume.

$$\mathrm{V = abc} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{V} = 4 \cdot 6 \cdot 8 \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{V} = 192\ \mathrm{dm}^2$$

A questão nos informa que **o volume do cilindro é o triplo do volume do paralelepípedo**.

$$\mathrm{V_{cilindro}} = 3 \cdot \mathrm{V}$$

$$\mathrm{V_{cilindro}} = 3 \cdot 192$$

$$\mathrm{V_{cilindro}} = 576\ \mathrm{dm}^2$$

Vamos guardar esse valor por enquanto. Agora, vamos usar a área da base para calcular o raio do cilindro.

$$A_{base} = \pi R^2$$

$$48 = 3R^2$$

$$R^2 = 16$$

$$R = 4 \text{ dm}$$

Com o raio e **o volume do cilindro**, podemos determinar sua altura.

$$V = \pi R^2 H$$

$$576 = 48H$$

$$H = 12 \text{ dm}$$

Queremos **a razão entre a altura e o raio**:

$$k = \frac{H}{R} \quad \rightarrow \quad k = \frac{12}{4} \quad \rightarrow \quad \boxed{k = 3}$$

Gabarito: LETRA B

19. (IBADE/PREF. JI-PIRANÁ/2018) Considere um cilindro equilátero de raio R, circunscrito em um prisma reto de base hexagonal e de mesma altura. O volume do sólido contido entre o cilindro e o prisma tem valor mínimo igual a:

A) $R^3\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)$
B) $R^3(2\pi - 6)$
C) $R^2(9 - 2\pi)$
D) $R^2\left(3\sqrt{3} - 2\pi\right)$
E) $3R^3$

Comentários:

Inicialmente, vamos calcular o volume do cilindro.

$$V_{cilindro} = \pi R^2 H$$

Como trata-se de um cilindro equilátero, tem-se que $H = 2R$:

$$V_{cilindro} = 2\pi R^3$$

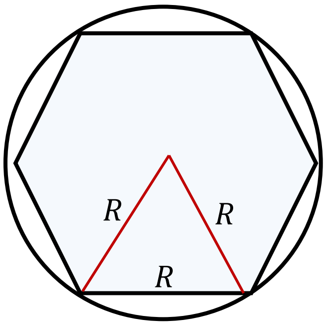
Por sua vez, o prisma reto de base hexagonal pode ser calculado com:

$$V_{prisma} = A_b H$$

A área da base de um **prisma hexagonal** **regular** é dada por:

$$A_b = \frac{3 \cdot L^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Para determinar o lado do hexágono (L) em função do raio, vamos ver como fica no desenho:



Lembre-se que podemos visualizar o hexágono regular como composto por 6 triângulos equiláteros. Com isso, concluímos que **o lado do hexágono é o próprio raio do cilindro circunscrito**.

$$A_b = \frac{3 \cdot L^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad A_b = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$$

Com isso, o volume do prisma fica:

$$V_{prisma} = \frac{3\sqrt{3}R^2H}{2}$$

Lembre-se que **o prisma possui a mesma altura** do cilindro, ou seja, 2R.

$$V_{prisma} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}R^3}{2} \quad \rightarrow \quad V_{prisma} = 3\sqrt{3}R^3$$

O volume entre o cilindro e o prisma é dado por:

$$V_{entre} = V_{cilindro} - V_{prisma}$$

$$V_{entre} = 2\pi R^3 - 3\sqrt{3}R^3$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_{entre} = R^3\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)}}$$

Gabarito: LETRA A.

20. (IDECAN/PREF. SIMONÉSIA/2016) Uma peça mecânica industrial possui o formato de um cilindro circular reto de 8 cm de altura e raio da base igual a 3 cm. Para pintar completamente a área de sua superfície externa, será necessária uma quantidade de tinta suficiente para cobrir uma área total, em cm², de:

A) 11π.

B) 66π.

C) 144π.

D) 198π.

Comentários:

A área total de um cilindro pode ser calculada como:

$$A_{total} = 2\pi R(h + R)$$

Como a questão já forneceu **a altura e o raio**, podemos substituir direto:

$$A_{total} = 2\pi \cdot 3 \cdot (8 + 3)$$

$$\boxed{\boldsymbol{A_{total} = 66\pi}}$$

Gabarito: LETRA B.

21. (IAUPE/CEP-OS/2013) Um semicilindro obtido de um cilindro equilátero tem altura 4 cm. É CORRETO afirmar que o volume do semicilindro é igual a

A) 8π

B) 7π

C) 5π

D) 4π

E) 9π

Comentários:

No cilindro equilátero, **a altura é igual ao diâmetro da base**. Como o cilindro da questão tem **altura igual a 4 cm**, então o **raio da base é 2 cm**. Com a altura e o raio, é possível calcular o volume do cilindro:

$$V = \pi R^2 H$$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4$$

$$V = 16\pi$$

Ora, queremos o volume do semicilindro gerado a partir do cilindro equilátero. É metade!

$$V_{semi} = \frac{V}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_{semi} = 8\pi}$$

Gabarito: LETRA A.

22. (DIRENS/EEAR/2021) Considere um cilindro reto, cuja altura é igual ao diâmetro da base e a área da seção perpendicular às bases, contendo os centros destas bases, mede 32 cm². Baseando-se nessas informações, calcule a área da base desse cilindro e assinale a opção correta.

A) 8π cm²

B) 16π cm²

C) 24π cm²

D) 32π cm²

Comentários:

Como a altura é igual ao diâmetro da base, temos aí um **cilindro equilátero**. Nesse cilindro, a seção perpendicular às bases, contendo os centros destas, é um **quadrado de lado igual a $2R$**. Como a questão afirma que esse quadrado tem 32 cm² de área, podemos escrever:

$$(2R)^2 = 32 \quad \rightarrow \quad 4R^2 = 32 \quad \rightarrow \quad R^2 = 8$$

A questão pede apenas a área da base:

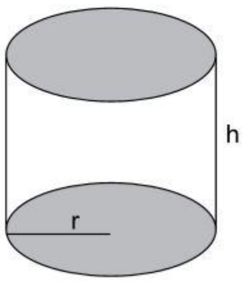
$$A_{base} = \pi R^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{A_{base} = 8\pi}}$$

Gabarito: LETRA A.

Vunesp

23. (VUNESP/Prefeitura Municipal de Campinas (SP)/2019) Analise o sólido geométrico da figura

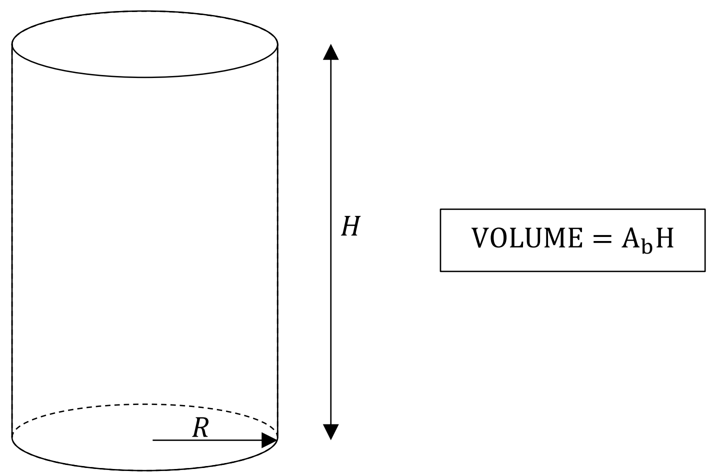


Se $\mathbf{h = 48\ cm}$ e $\mathbf{r = 17\ cm}$, esse sólido tem um volume de:

A) 0,082 m³
B) 0,068 m³
C) 0,123 m³
D) 0,044 m³
E) 0,246 m³

Comentários:

A figura acima representa um cilindro! Seu volume é calculado pelo **produto da área da base pela altura**.



No cilindro, temos uma base circular. **A área a ser calculada é a da circunferência**. Assim,

$$A_b = \pi R^2$$

O enunciado disse que **o raio é 17 cm (0,17 m)**, então

$$A_b = \pi \cdot (0{,}17)^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 0{,}0289\pi\ m^2$$

Vamos usar $\pi = 3{,}14$

$$A_b = 0{,}0289 \cdot 3{,}14 \quad \rightarrow \quad A_b = 0{,}090746\ m^2$$

Como **a altura é 48 cm (0,48 m)**, podemos substituir tudo na fórmula do volume do cilindro:

$$V = A_b \cdot H \quad \rightarrow \quad V = 0{,}090746 \cdot 0{,}48 \quad \rightarrow \quad V = 0{,}04355\ m^3$$

Podemos aproximar o resultado encontrado para 0,044 m³, conforme consta em D.

Obs.: Essa questão realmente tem umas continhas chatas de se trabalhar. Uma dica para resolver é a seguinte: operar com todas as unidades em centímetros (cm). Com isso, você obterá um resultado em cm³. Depois, precisamos converter para m³ (pois o enunciado pede a resposta nessa unidade).

Conversão de Unidades mais Comuns		
De:	**Para:**	**Ação:**
$\mathbf{cm^3}$	mL	São equivalentes. $1\ \mathrm{cm}^3 = 1\ \mathrm{mL}.$
$\mathbf{dm^3}$	L	São equivalentes. $1\ \mathrm{dm}^3 = 1\ \mathrm{L}.$
$\mathbf{m^3}$	L	Multiplicamos por mil. $1\ \mathrm{m}^3 = 1000\ \mathrm{L}$
$\mathbf{mL}$	L	Dividimos por mil. $1000\ \mathrm{mL} = 1\ \mathrm{L}$
$\mathbf{cm^3}$	m^3	Dividimos por 1 milhão. $1000000\ \mathrm{cm}^3 = 1\ \mathrm{m}^3$

Que tal praticar refazendo o exercício dessa forma? Fica o exercício!

Gabarito: LETRA D.

24. (VUNESP/Prefeitura Municipal de Ibaté (SP)/2019) A caixa d'água de um prédio público tem a forma de um cilindro reto de diâmetro d = 3,2 m e altura h = 4 m. Então, assumindo-se a aproximação π = 3, a capacidade dessa caixa d'água será de

A) 3 072 L.

B) 12 288 L.

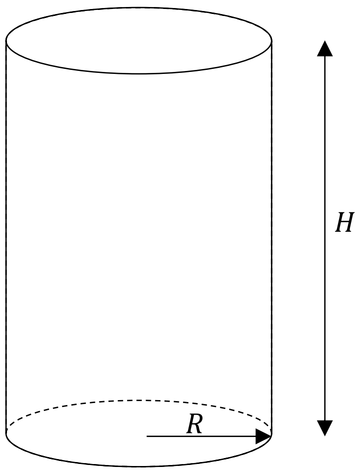
C) 30 720 L.

D) 48 080 L.

E) 122 880 L.

Comentários:

A questão quer a **capacidade (volume)** da caixa d'água (que é um cilindro reto). Logo, lembre-se da aula:



$$\boxed{\mathrm{VOLUME} = \mathrm{A_bH}}$$

- Em um cilindro reto, **a base é uma circunferência** e, portanto,

$$A_b = \pi R^2$$

O enunciado forneceu o diâmetro! Sabemos que **o diâmetro é o dobro do raio**.

$$D = 2R \quad \rightarrow \quad 3{,}2 = 2R \quad \rightarrow \quad R = 1{,}6\, m$$

Podemos calcular a área da base:

$$A_b = 3 \cdot 1{,}6^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 3 \cdot 2{,}56 \quad \rightarrow \quad A_b = 7{,}68\, m^2$$

Além disso, **temos a altura ($h = 4$ m)**. Podemos substituir todas essas informações na fórmula do volume de um cilindro.

$$V = A_b \cdot H \quad \rightarrow \quad V = 7{,}68 \cdot 4 \quad \rightarrow \quad V = 30{,}72\, m^3$$

Agora, perceba que **as respostas estão em litros**. Assim, de **m³ para litros**, **multiplicamos por 1.000**.

$$V = 30{,}72 \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad V = 30.720\, L$$

Gabarito: LETRA C.

25. (VUNESP/AVAREPREV/2020) Certo suco é vendido em latinhas de alumínio, no formato de cilindro. Cada latinha contém 270 mL de suco, o que corresponde a 9/10 do volume total da latinha, se utilizado π=3. Se o diâmetro da latinha é de 6 cm, e cada cm³ corresponde a 1 mL, então a altura de cada latinha é de, aproximadamente,

A) 8 cm.

B) 9 cm.

C) 10 cm.

D) 11 cm.

E) 12 cm.

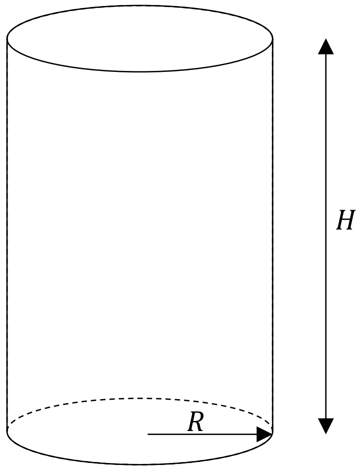
Comentários:

Observe que a latinha contém 270 mL (cm³) de suco. **Esse volume corresponde a 9/10 (ou 90%) do volume total**. Com essa informação inicial, podemos calcular o volume total da latinha.

$$0{,}9 \cdot \mathrm{V} = 270 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = \frac{270}{0{,}9} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 300\ \mathrm{mL}$$

Pronto, o volume total da latinha é 300 mL.

- O volume de um cilindro é dado pelo **produto da área da base pela altura**.



$$\boxed{\mathrm{VOLUME} = A_b H}$$

O enunciado deu o diâmetro da base. Lembre-se que **ele é o dobro do raio**. Assim,

$$R = \frac{D}{2} \quad \rightarrow \quad R = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad R = 3\ \mathrm{cm}$$

Agora, conseguimos determinar A_b.

$$A_b = \pi R^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 3 \cdot 3^2 \quad \rightarrow \quad A_b = 27\ \mathrm{cm}^2$$

Com o volume e a área da base, devemos **substituir os valores** encontrados para encontrar h.

$$V = A_b \cdot H \quad \rightarrow \quad H = \frac{V}{A_b} \quad \rightarrow \quad H = \frac{300}{27} \quad \rightarrow \quad \mathbf{H \cong 11{,}1\ cm}$$

Gabarito: LETRA D.

QUESTÕES COMENTADAS

Cone

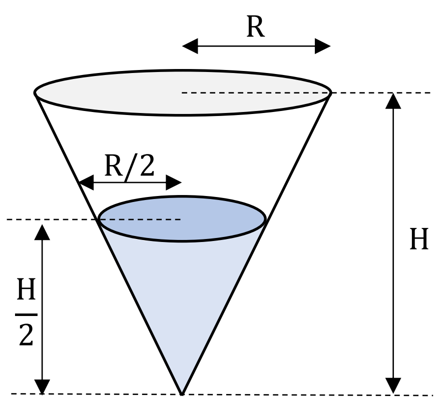
FGV

1. (FGV/SENADO FEDERAL/2022) Um reservatório tem o formato de um cone reto. Ele está invertido, com o vértice para baixo e a base para cima. Um líquido é despejado no reservatório a uma vazão constante. Após uma hora, o líquido atinge uma altura igual à metade da altura do reservatório. O número de horas adicionais necessárias para encher todo o reservatório é igual a

a) 1.
b) 3.
c) 5.
d) 7.
e) 8.

Comentários:

Nada melhor que desenhar a situação para **visualizar melhor** o que está acontecendo.



A primeira coisa que devemos perceber é a seguinte: o enunciado diz que demorou uma hora para encher até **a metade da altura**. Logo, muitos alunos podem pensar que será mais uma hora para encher a outra metade. Isso não é verdade, pessoal. É importante que você perceba que quando a água chega na metade da altura do reservatório, **não temos metade do reservatório preenchido**! Cuidado aqui.

Nós estamos trabalhando com um cone. Assim, você pode observar que o volume a ser preenchido na segunda metade da altura é muito maior que o volume da parte de baixo. Com isso, **o tempo para encher essa outra metade também será maior**.

Dito isso, vamos calcular **o volume do cone que foi preenchido em 1 hora**.

$$V_{preenchido} = \frac{A_b h}{3} \quad \rightarrow \quad V_{preenchido} = \frac{\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \left(\frac{H}{2}\right)}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_{preenchido} = \frac{\pi R^2 H}{24}}$$

Esse foi o volume preenchido em 1 hora. Agora, vamos calcular **o volume total do cone**.

$$V_{total} = \frac{A_b H}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_{total} = \frac{\pi R^2 H}{3}}$$

Precisamos também determinar **quanto ainda falta ser preenchido**. Para isso, devemos fazer a diferença entre os dois volumes que acabamos de calcular.

$$V_{falta} = V_{total} - V_{preenchido}$$

$$V_{falta} = \frac{\pi R^2 H}{3} - \frac{\pi R^2 H}{24}$$

$$V_{falta} = 7\left(\frac{\pi R^2 H}{24}\right)$$

Opa! Note que **o volume que falta é 7 (sete) vezes o volume já preenchido**. Portanto, como **a vazão é constante**, demorará 7 vezes o tempo que foi necessário inicialmente, ou seja, **7 horas**.

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/PREF. PAULÍNIA/2021) Um recipiente cônico invertido, com altura 27cm e raio da base 24cm, está cheio de água. A água é, então, totalmente transferida para um recipiente cilíndrico com raio da base 18cm e altura suficiente para conter, com sobras, toda a água. A altura, em centímetros, que a água atinge no cilindro é

A) 9.
B) 12.
C) 16.
D) 18.
E) 24.

Comentários:

Opa! O primeiro passo aqui é **calcular o volume do cone**. Temos a altura (H = 27 cm) e o raio (R = 24 cm). Lembre-se da fórmula:

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Vamos substituir os valores.

$$V = \frac{\pi \cdot 24^2 \cdot 27}{3} \quad \rightarrow \quad \mathbf{V = 5.184\pi\ cm^3}$$

Esse volume vai totalmente para o cilindro! O volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi R^2 H$$

Dessa vez, temos o volume (V) e o raio da base (R = 18 cm). Com isso, conseguimos determinar H.

$$5.184\pi = \pi \cdot 18^2 \cdot H \quad \rightarrow \quad H = \frac{5.184}{324} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{H = 16\ cm}}$$

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em um cone de revolução, cada geratriz mede 12 cm e faz 30° com o eixo do cone. A área lateral desse cone em cm² é

A) 24π.

B) 36π.

C) 48π.

D) 60π.

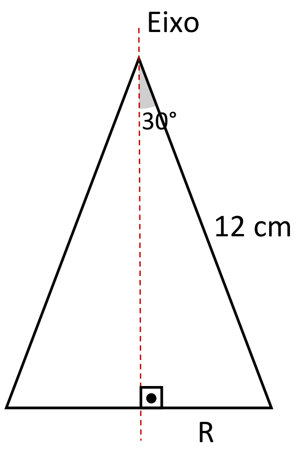
E) 72π.

Comentários:

Lembre-se que a área lateral de um cone é dada por:

$$A_{lateral} = \pi R g$$

Temos o valor da geratriz, mas **<u>não</u> temos o valor do raio (R)**. Para encontrá-lo, vamos esquematizar.



Note que olhando para o "interior" do cone, temos uma triângulo retângulo em **que a geratriz é a hipotenusa e o raio é cateto oposto ao ângulo de 30°**. Assim,

$$\operatorname{sen} 30° = \frac{R}{g} \quad \rightarrow \quad R = g \cdot \operatorname{sen} 30°$$

Substituindo $g = 12$ e $\operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2}$:

$$\mathrm{R} = 12 \cdot \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{R} = 6 \text{ cm}$$

Com o valor da geratriz e do raio, podemos usar a fórmula da área lateral do cone.

$$\mathrm{A}_{\text{lateral}} = \pi \cdot 12 \cdot 6 \quad \rightarrow \quad \mathrm{A}_{\text{lateral}} = 72\pi \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA E.

4. (FGV/ALERO/2018) Um cone tem 10 cm de altura e base de área igual a 75 cm². Um plano paralelo à base do cone e distando 4 cm dela determinou uma seção de área S. O valor de S, em cm², é

A) 27.

B) 32.

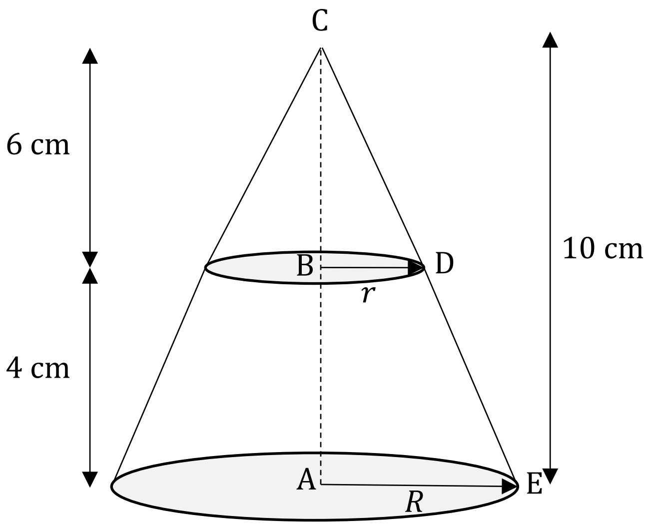
C) 36.

D) 40.

E) 45.

Comentários:

Vamos esquematizar a situação.



Os triângulos ACE e BCD são semelhantes entre si. Ora, se são semelhantes, podemos escrever que:

$$\frac{r}{R} = \frac{6}{10} \quad \rightarrow \quad \frac{r}{R} = 0{,}6 \quad \rightarrow \quad r = 0{,}6 \cdot R$$

A área S é dada por:

$$S = \pi r^2$$

Usando $r = 0{,}6 \cdot R$:

$$S = \pi \cdot (0{,}6R)^2 \quad \rightarrow \quad S = 0{,}36 \cdot \pi R^2$$

Note que πR^2 **é a área da base do cone** (o enunciado informou que **ela é igual a 75 cm²**). Logo,

$$\text{S} = 0{,}36 \cdot 75 \quad \rightarrow \quad \text{S} = 27\ \text{cm}^2$$

Gabarito: LETRA A.

5. (FGV/AL-MT/2013) Um cone circular reto de ferro, com 32 cm de altura, é colocado com a base no fundo de um aquário, de tal modo que a parte do cone que fica acima do nível da água corresponde a 1/8 do volume total do cone. A altura da parte submersa do cone é

A) 4 cm.

B) 8 cm.

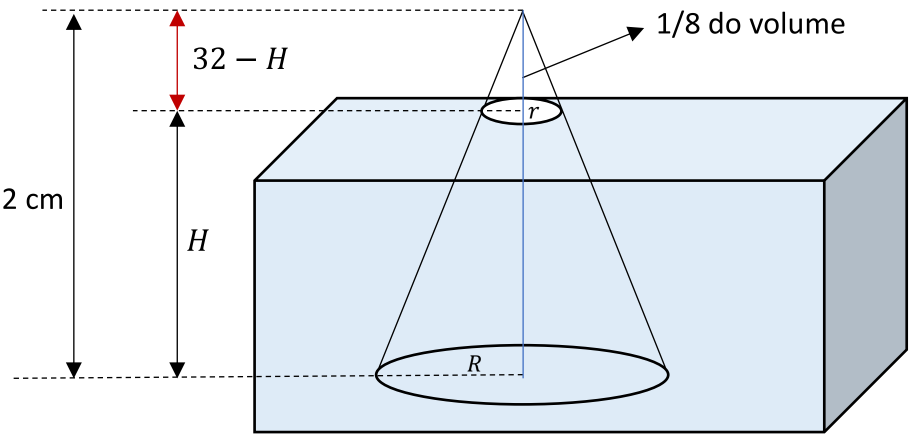
C) 16 cm.

D) 24 cm.

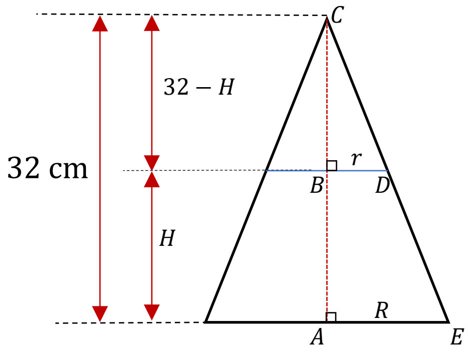
E) 28 cm.

Comentários:

Vamos desenhar.



Queremos determinar a altura da parte submersa, ou seja, H. Para determiná-la, primeiro vamos encontrar **uma relação entre o raio da base do cone maior (R) e o raio da base do cone menor (r)**. Considere o seguinte esquema:



Note que o triângulo CBD é semelhante ao triângulo ACE. Sendo assim,

$$\frac{r}{R} = \frac{32 - H}{32} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{r = \left(\frac{32 - H}{32}\right) \cdot R} \qquad (\mathbf{1})$$

Vamos guardar esse resultado. sabemos que o volume do cone menor é 1/8 do cone maior. Assim,

$$V_{cone\ menor} = \frac{V_{cone\ maior}}{8} \quad \rightarrow \quad \frac{\cancel{\pi} r^2 (32 - H)}{\cancel{3}} = \frac{\cancel{\pi} R^2 \cdot 32}{\cancel{3} \cdot 8} \quad \rightarrow \quad r^2 \cdot (32 - H) = 4R^2 \qquad (2)$$

Usando (1) em (2):

$$\frac{(32 - H)^2}{32^2} \cdot \cancel{R^2} \cdot (32 - H) = 4\cancel{R^2} \quad \rightarrow \quad (32 - H)^3 = 4 \cdot 32^2$$

$$(32 - H)^3 = 4096$$

Tirando a raiz cúbica em ambos os lados da equação:

$$32 - \mathrm{H} = 16 \quad \rightarrow \quad \mathbf{H = 16\ cm}$$

Gabarito: LETRA C

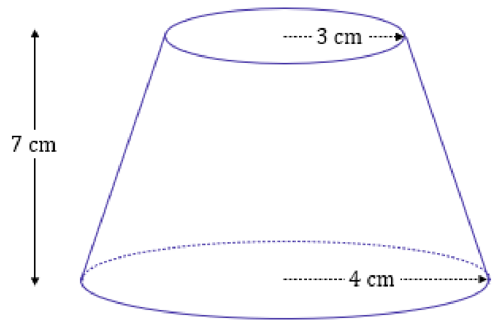
CEBRASPE

6. (CESPE/PC-ES/2010) Os policiais da delegacia de defesa do consumidor apreenderam, em um supermercado, 19,5 kg de mercadorias impróprias para o consumo: potes de 150 g de queijo e peças de 160 g de salaminho. Com base nessa situação, julgue o item a seguir.

Suponha que os potes de queijo tenham a forma de um tronco de cone de 7 cm de altura, em que o raio da base maior meça 4 cm e o da base menor, 3 cm. Nesse caso, tomando 3,14 como valor aproximado para $\boldsymbol{\pi}$, é correto afirmar que essas embalagens têm capacidade para, no máximo, 250 mL.

Comentários:

Essa é uma excelente questão para **treinarmos um pouco** sobre tronco de cone. Vamos resolver a questão de duas maneiras: uma aplicando a fórmula direta (caso você lembre) e outra sem ter que lembrar de fórmulas difíceis.



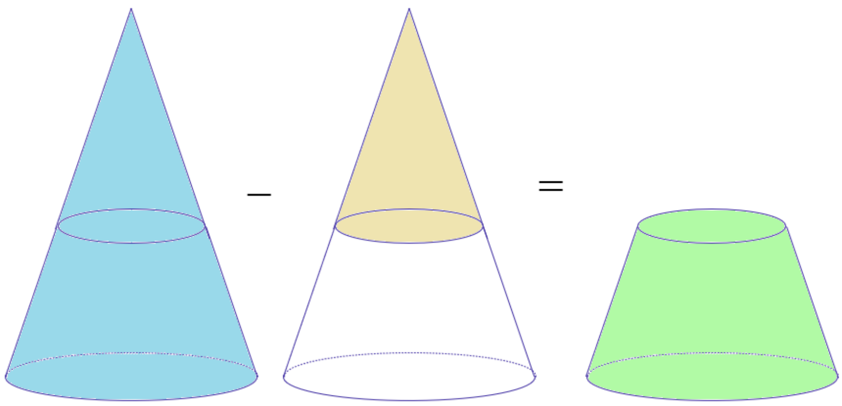
Com as informações passadas pelo enunciado, conseguimos desenhar o sólido acima. Na nossa teoria, demonstramos que o volume do tronco de cone é dado pela seguinte fórmula:

$$V = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + Rr + r^2)$$

Portanto, para encontrarmos o volume, basta substituirmos os valores.

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 7}{3} \cdot (4^2 + 4 \cdot 3 + 3^2) \quad \rightarrow \quad V \cong 271{,}08\ cm^3$$

Galera, eu sei que **a fórmula do tronco de cone não é nada intuitiva.** Ela é horrível de decorar. Por sorte, algumas vezes, usá-la não será necessário. Para resolver uma questão de tronco de cone sem usar a fórmula, precisaremos fazer **a subtração de dois volumes**: o volume do cone maior e o volume do cone menor. *Mas que cones são esses?* Veja o desenho abaixo:



Note que o volume do tronco (em verde) é a diferença entre o volume do cone (em azul) pelo volume do cone (em marrom). Tudo bem? O volume de um cone nós lembramos:

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

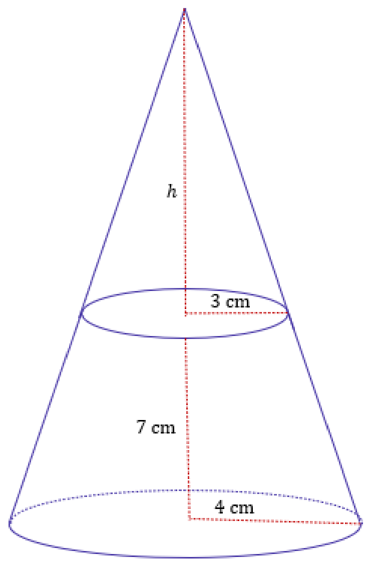
O raio da base do cone azul **é 4 cm**. Assim,

$$A_{b,azul} = \pi \cdot 4^2 \quad \rightarrow \quad A_{b,azul} = 16\pi\ cm^2$$

O raio da base do cone marrom **é 3 cm**. Assim,

$$A_{b,marrom} = \pi \cdot 3^2 \quad \rightarrow \quad A_{b,marrom} = 9\pi\ cm^2$$

Agora, **falta determinarmos as alturas do cones**. Para isso, precisamos atentar para a seguinte figura:



Observe que **o cone menor tem a altura h**. Por sua vez, **a altura do cone maior será $h + 7$**. Para determinar h, nós precisamos fazer uma semelhança de triângulos.

$$\frac{h}{h+7} = \frac{3}{4} \quad \rightarrow \quad 4h = 3h + 21 \quad \rightarrow \quad h = 21\ cm$$

Agora, podemos calcular os volumes.

$$V_{azul} = \frac{A_{b,azul} \cdot (h+7)}{3} \quad \rightarrow \quad V_{azul} = \frac{16\pi \cdot 28}{3} \quad \rightarrow \quad V_{azul} = \frac{448\pi}{3}\ cm^3$$

$$V_{marrom} = \frac{A_{b,marrom} \cdot h}{3} \quad \rightarrow \quad V_{marrom} = \frac{9\pi \cdot 21}{3} \quad \rightarrow \quad V_{marrom} = \frac{189\pi}{3}\ cm^3$$

Vimos que **o volume do tronco será a diferença desses dois volumes**.

$$V_{tronco} = V_{azul} - V_{marrom} = \frac{448\pi}{3} - \frac{189\pi}{3} = \frac{259 \cdot 3{,}14}{3} = 271{,}08\ cm^3$$

Esse é o mesmo resultado que encontramos usando a fórmula (ainda bem! rsrs). Veja que deu um pouco mais de trabalho (pois foi além de apenas uma aplicação de fórmula). Cada uma das resoluções apresenta suas vantagens e desvantagens. A primeira vai te fazer economizar tempo. Por sua vez, a segunda evita que tenha que decorar mais uma fórmula (bem grande por sinal, rsrs). A melhor maneira é você que decide!

Gabarito: ERRADO.

7. (CESPE/PETROBRÁS/2008) Considere que casquinhas de sorvete têm a forma de um cone circular reto e capacidade para 45π cm³ de sorvete em seu interior. Nesse caso, se as casquinhas têm 15 cm de altura, então o raio da base do cone deve medir

A) $\sqrt{45/\pi}$ cm.

B) $\sqrt{18}$ cm.

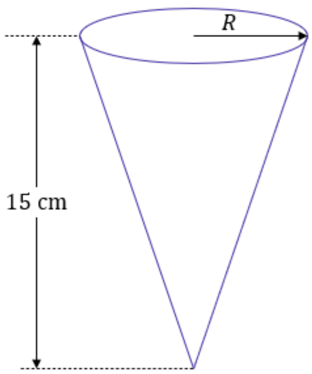
C) $3/\sqrt{\pi}$ cm.

D) 3π cm.

E) 3 cm.

Comentários:

Pessoal, temos um **cone circular reto**. O enunciado nos forneceu seu **volume e a sua altura**. Precisamos **descobrir o raio da base**. Para ajudar na visualização, considere o cone abaixo:



Na nossa teoria, mostramos que o volume do cone é dado pela seguinte expressão:

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

As informações do enunciado foram: $V_{cone} = 45\pi\ cm^3$ e $H = 15\ cm$. Vamos substituir.

$$45\pi = \frac{A_b \cdot 15}{3} \quad \rightarrow \quad A_b = 9\pi\ cm^2$$

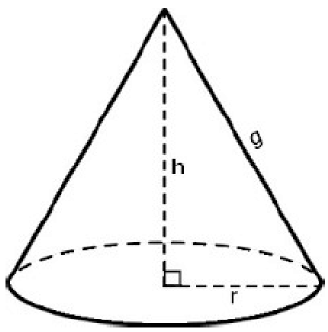
Como **a base é um círculo**, sabemos calcular sua área e, portanto, o seu raio.

$$\pi R^2 = 9\pi \quad \rightarrow \quad R^2 = 9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{R = 3\ cm}$$

Gabarito: LETRA E.

Outras Bancas

8. (IDIB/CREMERJ/2021)



▪

O cone é um sólido geométrico obtido pela rotação de um triângulo. Com base na figura acima, é correto deduzir que a fórmula do seu volume (V) é dada por

A) $V = \pi r^2 h$

B) $V = \pi r^2 h/3$

C) $V = \pi r^2 g/3$

D) $V = \pi r^2 g$

Comentários:

Pessoal, questão bem rápida! É bater o olho para lembrarmos da fórmula! Anote ela aí com você.

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Gabarito: LETRA B.

9. (LEGALLE/PREF. VALE DO SOL/2021) Uma empresa a produz velas em formato cônico. Sabendo que a altura de determinada vela produzida é de 12 cm e que o raio da base é de 9 cm, qual é a área lateral desta vela? (Considere π = 3,14)

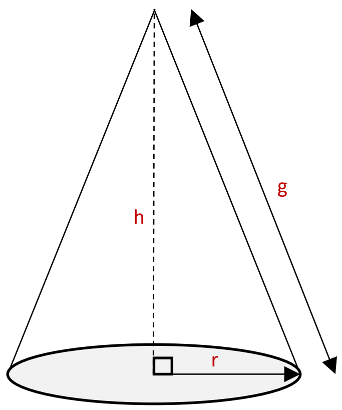
A) 269,3 cm².

B) 423,9 cm².
C) 593,4 cm².
D) 339,12 cm².
E) 732,5 cm².

Comentários:
Vimos na teoria que a área lateral de um cone é dada pela seguinte fórmula:

$$A_l = \pi R g$$

Precisamos da geratriz do cone! Sabemos que para encontrá-lo, podemos usar o **Teorema do Pitágoras**, em que **a geratriz é a hipotenusa** do triângulo retângulo destacado abaixo:



$$g^2 = h^2 + r^2 \quad \rightarrow \quad g^2 = 12^2 + 9^2 \quad \rightarrow \quad g = 15\ cm$$

Agora é só aplicarmos na fórmula, considerando $\pi = 3.14$:

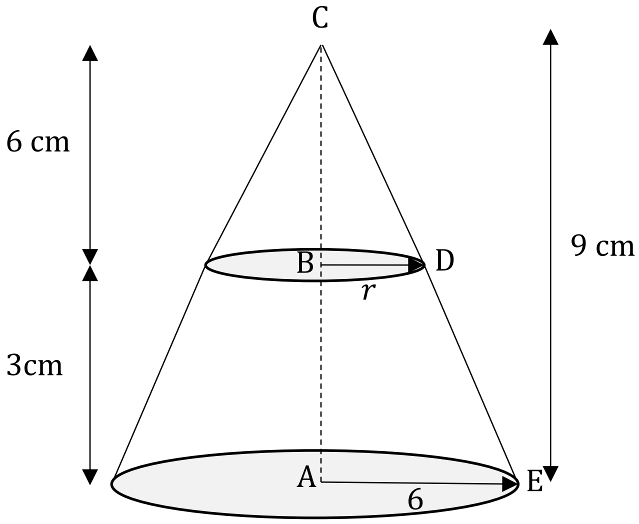
$$\mathrm{A_l} = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 15 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{A_l = 423{,}9\ cm^2}}$$

Gabarito: LETRA B.

10. (Inst. CONSULPLAN/PREF. COLUMBIA/2020) Um cone circular reto tem o diâmetro da base medindo 12 cm e altura medindo 9 cm. Este cone é interceptado por um plano β que é paralelo à base e está distante 6 cm do vértice. O volume do tronco de cone assim formado é:
A) 76π cm³
B) 108π cm³
C) 238,64π cm³
D) 304π cm³

Comentários:

Vamos esquematiza essa situação.



Vamos determinar o raio da base menor (r) por meio da **semelhança entre os triângulos ACE e BDC**.

$$\frac{6}{9}=\frac{r}{6} \quad \rightarrow \quad 9r=36 \quad \rightarrow \quad r=4$$

Com o valor dos dois raios e a altura do tronco, podemos calcular seu volume:

$$V=\frac{\pi h}{3}\cdot(R^2+Rr+r^2) \qquad \rightarrow \qquad V=\frac{\pi\cdot 3}{3}\cdot(6^2+6\cdot 4+4^2)$$

$$\boxed{V=76\pi}$$

Gabarito: LETRA A.

11. (FUNDATEC/PREF. S. DO JACUÍ/2019) O volume de um cone que possui o eixo de rotação perpendicular à base circular de raio 6 cm e que tem geratriz de 12 cm é:

A) $72\pi\sqrt{3}\ cm^3$

B) $108\pi\sqrt{3}\ cm^3$

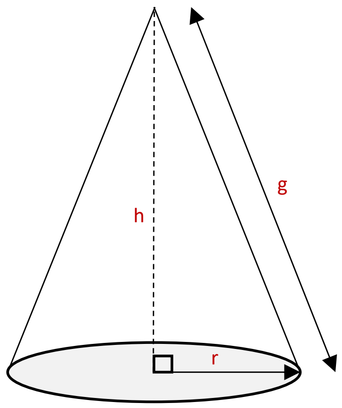
C) $72\pi\sqrt{6}\ cm^3$

D) $42\pi\sqrt{3}\ cm^3$

E) $64\pi\sqrt{6}\ cm^3$

Comentários:

Opa, com **o raio e a geratriz**, é possível determinar a altura desse cone!



$$g^2 = h^2 + r^2 \quad \rightarrow \quad 12^2 = h^2 + 6^2 \quad \rightarrow \quad h = 6\sqrt{3}\,cm$$

Com **a altura e o raio**, podemos determinar o volume:

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 6\sqrt{3}}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{V = 72\pi\sqrt{3}\ cm^3}}$$

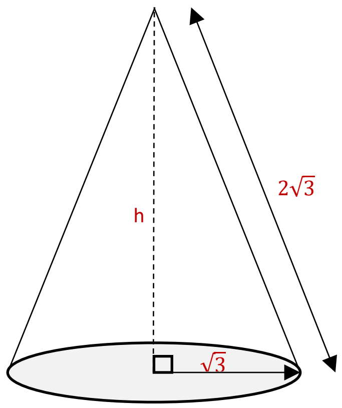
Gabarito: LETRA A.

12. (IBADE/PREF. JI-PIRANÁ/2018) O volume, em metros cúbicos, de um tronco de cone obtido a partir de um cone equilátero de raio igual a $\sqrt{3}$ m, cortado na metade da altura, será:

A) $3\pi/8$
B) $2\pi/3$
C) $21\pi/8$
D) $7\pi/16$

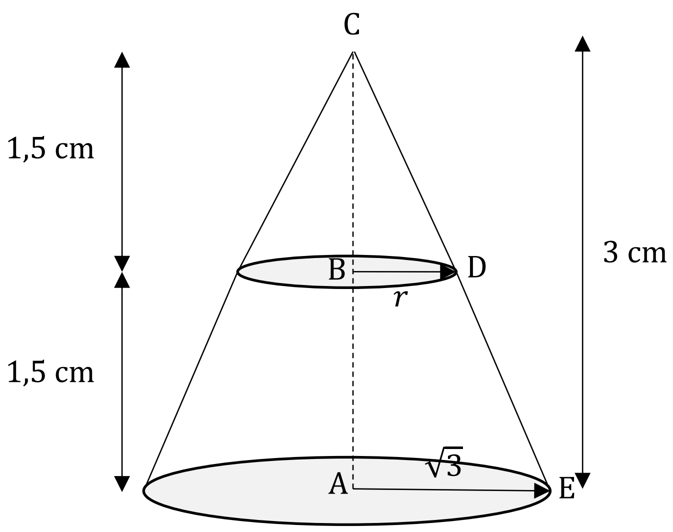
Comentários:

Inicialmente, vamos obter a altura desse cone. Para tanto, usaremos o fato de ser um cone equilátero, ou seja, que possui geratriz igual ao diâmetro.



$$\left(2\sqrt{3}\right)^2 = h^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 \quad \rightarrow \quad 12 = h^2 + 3 \quad \rightarrow \quad h = 3\ cm$$

Agora, vamos esquematizar a situação do tronco de cone.



Vamos determinar o raio da base menor (r) por meio da **semelhança entre os triângulos ACE e BDC**.

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{r}{1,5} \quad \rightarrow \quad r = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Pronto! Agora que temos tudo, só jogar na fórmula!

$$V = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V = \frac{\pi \cdot 1,5}{3} \cdot \left(\sqrt{3}^2 + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2\right)$$

$$V = \frac{\pi}{2} \cdot \left(3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right)$$

$$V = \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{21}{4}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{21\pi}{8}}$$

Gabarito: LETRA C.

13. (DIRENS-AER/EEAR/2018) Uma "casquinha de sorvete" tem a forma de um cone circular reto cujas medidas internas são 12 cm de altura e 5 cm de diâmetro da base. O volume de sorvete que enche completamente essa casquinha é ___π cm³.

A) 30

B) 25

C) 20

D) 15

Comentários:

A questão nos forneceu o raio (metade do diâmetro) e a altura. Podemos jogar essas duas informações na fórmula do volume do cone.

$$V=\frac{\pi R^2 H}{3} \qquad \rightarrow \qquad V=\frac{\pi\cdot(2{,}5)^2\cdot 12}{3} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{V=25\pi\ cm^3}}$$

Gabarito: LETRA B.

14. (IDECAN/CBM-DF/2017) A rotação de um triângulo retângulo em torno de seu cateto maior gera um cone de 12π m³ de volume. Considerando que a área desse triângulo é 2 m², seu cateto menor mede, em metros:

A) 7

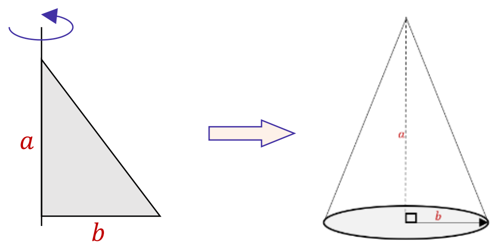
B) 8

C) 9

D) 12

Comentários:

Vamos visualizar o que está acontecendo.



O enunciado fala que **a área do triângulo é 2 m²**. Sendo assim, podemos escrever que:

$$\frac{ab}{2}=2 \qquad \rightarrow \qquad ab=4 \qquad (1)$$

Vamos guardar esse resultado. Por sua vez, **o volume do cone gerado é 12π m³.** Logo:

$$\frac{\pi b^2 a}{3} = 12\pi \qquad \rightarrow \qquad b^2 a = 36 \quad (2)$$

Observe que podemos reescrever (2) da seguinte forma:

$$b \cdot (ab) = 36$$

Ora, **conhecemos o produto "ab"**. É a nossa relação (1):

$$b \cdot 4 = 36$$

$$\boxed{b = 9}$$

A questão pede exatamente **a medida do menor cateto** (que é b). Portanto, podemos marcar a letra C.

Gabarito: LETRA C.

15. (RBO/CPTM/2017) Num cone reto de 6 dm de altura, o diâmetro da base mede 4 dm. Então, 75% do volume desse cone, em decímetros cúbicos, é igual a

A) 6π
B) 8π
C) 9π
D) 12π
E) 18π

Comentários:

Temos um cone com **6 dm de altura** e **raio igual a 2 dm** (metade do diâmetro). Com essas duas informações, podemos calcular o volume desse cone. Para tanto, usamos a fórmula:

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

Substituindo $R = 2$ e $h = 6$:

$$V = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 6}{3} \qquad \rightarrow \qquad V = 8\pi \, dm^3$$

Cuidado, pois a questão pede apenas **75% do volume**. Logo:

$$Resp = 0{,}75 \cdot V \qquad \rightarrow \qquad Resp = 0{,}75 \cdot 8\pi \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{Resp = 6\pi}}$$

Gabarito: LETRA A.

16. (Inst. AOCP/PREF. ANGRA/2015) São dados dois sólidos geométricos: o primeiro dele, é um cilindro de diâmetro da base igual a 140 cm e altura de 10 cm. O segundo é um cone cujo raio da base é igual a 70 cm e cuja altura é 10 cm. Assim, a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone (nessa ordem) é

A) 3.
B) 2.
C) 1/6.
D) 1/3.
E) 1/2.

Comentários:

Observe que **a altura e o raio do cone e do cilindro são iguais**!

O enunciado tenta nos confundir ao falar que o diâmetro da base do cilindro é 140 cm. No entanto, lembre-se que o raio é metade do diâmetro! Portanto, **o raio do cilindro é 70 cm**, assim como o raio do cone.

Sendo assim, vamos nos atentar apenas as fórmulas.

$$V_{cilindro} = \pi R^2 H$$

$$V_{cone} = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

O enunciado pede a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone:

$$k = \frac{V_{cilindro}}{V_{cone}} \quad \rightarrow \quad k = \frac{\cancel{\pi R^2 H}}{\frac{\cancel{\pi R^2 H}}{3}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{k = 3}}$$

Gabarito: LETRA A.

17. (QUADRIX/CRO-ES/2022) O volume V de um tronco de cone de raio da base maior R, raio da base menor r e altura h pode ser calculado pela fórmula a seguir.

$$\boldsymbol{V = \left(\frac{\pi h}{3}\right)(R^2 + Rr + r^2)}$$

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Se o volume de um tronco de cone cujos raios das bases medem 3 dm e 4 dm é igual a 74π dm³, a altura do tronco mede 6 dm.

Comentários:

Questão que pede para aplicarmos **a fórmula do volume de um tronco de cone**! Ele nos forneceu todas as informações que precisamos para **determinar a altura**! Vamos jogar tudo na fórmula.

$$\boldsymbol{V = \left(\frac{\pi h}{3}\right)(R^2 + Rr + r^2)}$$

Assim:

$$74\pi = \left(\frac{\pi h}{3}\right)(4^2 + 3 \cdot 4 + 3^2)$$

$$74 = \left(\frac{h}{3}\right)(16 + 12 + 9)$$

$$74 = \frac{37h}{3}$$

$$h = \frac{222}{37}$$

$$\boxed{\boldsymbol{h = 6}}$$

Portanto, **o item está correto** quando afirma que a altura do cone é 6 dm.

Gabarito: CERTO.

18. (QUADRIX/CRC PR/2022) A Catedral Basílica de Maringá é considerada a mais alta catedral da América Latina. O corpo principal da catedral é um cone de 114 m de altura e 50 m de diâmetro de base. A partir dessas informações, julgue o item, considerando π = 3.

O volume total do corpo principal é igual a 71,25 dam³.

Comentários:
O enunciado diz que temos um cone de **114 metros de altura** e **25 metros de raio** (metade do diâmetro).

No entanto, o volume que consta no item está em dam³ (decâmetros cúbicos).

Para facilitar a vida, **converteremos metro em decâmetro** antes de usar a fórmula, pois nosso resultado já sairá na unidade correta. Lembre-se que:

$$1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$$

Sendo assim, ficamos com:

$$h = 114\ m = 11{,}4\ dam$$

$$R = 25\ m = 2{,}5\ dam$$

Com isso, podemos usar a fórmula do volume do cone:

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 2{,}5^2 \cdot 11{,}4}{3}$$

$$V = 6{,}25 \cdot 11{,}4$$

$$\boxed{\boldsymbol{V = 71{,}25\ dam^3}}$$

É exatamente o valor que trouxe o item! Sendo assim, podemos assinalar que **o item está correto**.

Gabarito: CERTO.

QUESTÕES COMENTADAS

Esfera

FGV

1. (FGV/PM-CE/2021) O raio de uma esfera aumentou 1/3 de seu valor. Sendo V o volume inicial da esfera, é correto afirmar que o novo volume

A) é menor do que V.

B) está entre V e (4/3)V.

C) está entre (4/3)V e 2V.

D) está entre 2V e 3V.

E) é maior que 3V.

Comentários:

Considere uma esfera de raio R. O volume dessa esfera é dado por:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Se **o raio dessa esfera aumenta de 1/3**, então seu novo raio é:

$$R' = R + \frac{R}{3} \quad \rightarrow \quad R' = \frac{4R}{3}$$

O **volume** dessa nova esfera é dado por:

$$V' = \frac{4\pi R'^3}{3}$$

Substituindo R':

$$V' = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{4R}{3}\right)^3 \quad \rightarrow \quad V' = \left(\frac{64}{27}\right) \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V' = 2{,}37 \cdot V}$$

Note então que **o novo volume está entre 2V e 3V**.

Gabarito: LETRA D.

CEBRASPE

2. (CESPE/IFF/2018) O volume de um cubo que tem seus vértices sobre uma superfície esférica de raio igual a $5\sqrt{3}$ centímetros é igual a

A) 75 cm³.

B) 125 cm³.

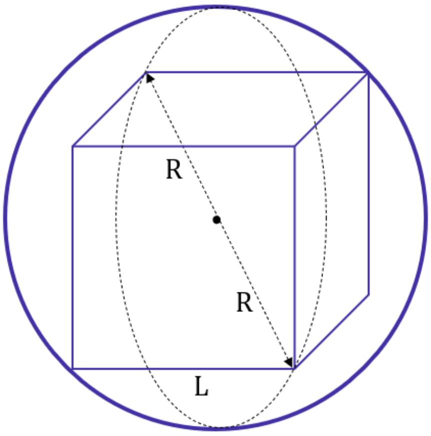
C) $375\sqrt{3}$ cm³

D) 1.000 cm³.

E) $3.000\sqrt{3}$ cm³.

Comentários:

Temos um **cubo dentro de uma esfera**. Imagine algo como a figura abaixo.



Sei que não é a melhor das figuras, mas minha intenção é fazer você perceber que **o diâmetro da esfera coincide com a diagonal do cubo**. Na teoria, vimos que a diagonal de um cubo é dada por:

$$d = L\sqrt{3}$$

L representa **o valor da aresta do cubo**. Como o diâmetro é igual a essa diagonal, podemos igualar as duas quantidades.

$$L\sqrt{3} = 2R \quad \rightarrow \quad L = \frac{2R}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad L = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$$

Esse o valor da aresta em **função do raio da esfera**. O enunciado forneceu que $R = 5\sqrt{3}\ cm$, substitua na fórmula para obter o L.

$$L = \frac{2\sqrt{3} \cdot \left(5\sqrt{3}\right)}{3} \quad \rightarrow \quad L = 10\ cm$$

Com a aresta do cubo determinada, vamos encontrar o volume.

$$V = L^3 \quad \rightarrow \quad V = 10^3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V = 1000\ cm^3}$$

Gabarito: LETRA D.

(SEPLAG-DF/2008) Texto para as próximas questões
Julgue os itens a seguir, acerca de um reservatório de gás que tem a forma de uma esfera de 10 m de raio.

3. (CESPE/SEPLAG-DF/2008) Se for construído um novo reservatório esférico, com raio igual à metade do raio do reservatório original, então o volume desse novo reservatório será igual à metade do volume do outro reservatório.

Comentários:
Nós vimos na teoria que **o volume de uma esfera** é dado pela seguinte fórmula:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Se o raio da esfera **for reduzido pela metade**, então ficamos com o volume:

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3 \quad \rightarrow \quad V_2 = \underbrace{\frac{4}{3}\pi R^3}_{V_1} \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \quad \rightarrow \quad V_2 = \frac{1}{8} \cdot V_1$$

Veja que se reduzirmos o raio na metade, o volume do reservatório **diminuirá numa proporção bem maior**, resultando em um volume igual a **um oitavo do original (12,5%)**. Logo, o item está incorreto.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/SEPLAG-DF/2008) O volume desse reservatório é igual a 4.000π m³.

Comentários:
Nós vimos na teoria que **o volume de uma esfera** é dado pela seguinte fórmula:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Se o raio do reservatório é $\boldsymbol{R = 10m}$, então, devemos substituir:

$$V = \frac{4}{3}\pi 10^3 \quad \rightarrow \quad V = \frac{4}{3}\pi \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad V = \frac{4000\pi}{3}\ m^3$$

O item **"esqueceu" de dividir por 3**. Logo, encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

CESGRANRIO

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Uma esfera maciça e homogênea é composta de um único material, e tem massa igual a 400 g. Outra esfera, também maciça e homogênea, e de mesmo material, tem raio 50% maior do que o da primeira esfera. Assim, o valor mais próximo da massa da esfera maior, em quilogramas, é igual a

A) 0,6
B) 1,0
C) 1,3
D) 1,5
E) 1,7

Comentários:

Pessoal, algumas questões de geometria espacial podem envolver massa também. Isso acontece pois **volume e massa estão intrinsicamente ligados por uma propriedade chamada de densidade**. Matematicamente,

$$d = \frac{m}{V}$$

Portanto, note que **a densidade de determinado objeto homogêneo é a razão de sua massa pelo volume**. Como as duas esferas da questão são do mesmo material, **elas possuem a <u>mesma</u> densidade** e podemos escrever o seguinte:

$$d_1 = d_2 \quad \rightarrow \quad \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$$

Por fim, lembre-se que **o volume de uma esfera** pode ser calculado por:

$$V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Substituindo na expressão que encontramos anteriormente,

$$\frac{m_1}{\frac{4\pi R_1^3}{3}} = \frac{m_2}{\frac{4\pi R_2^3}{3}}$$

Podemos simplificar cortando o que aparece igual em cada lado.

$$\frac{m_1}{R_1^3} = \frac{m_2}{R_2^3}$$

Pronto!! Essa é a expressão que queremos para conseguir resolver o problema.

Se **a segunda esfera tem raio 50% maior que a primeira**, podemos escrever que:

$$R_2 = 1{,}5R_1$$

Substituindo também que $m_1 = 400\ g$, ficamos com:

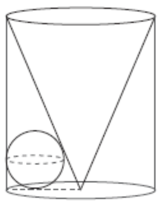
$$\frac{400}{R_1^3} = \frac{m_2}{(1{,}5R_1)^3} \quad \rightarrow \quad m_2 = \frac{400 \cdot 3{,}375R_1^3}{R_1^3} \quad \rightarrow \quad m_2 = 1.350\ g$$

O enunciado pede **o valor da massa em quilogramas**, portanto, devemos dividi-la por mil.

$$m_2 = \frac{1.350}{1000} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{m_2 = 1{,}35\ kg}$$

Gabarito: LETRA C.

6. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) A Figura a seguir mostra um cilindro reto, um cone reto e uma esfera que tangencia a base do cilindro e as geratrizes do cilindro e do cone. O cone e o cilindro têm como base um círculo de raio 7 cm e a mesma altura que mede 24 cm.



Qual o volume, em centímetros cúbicos, da região interior ao cilindro e exterior à esfera e ao cone?

A) 800π

B) 784π

C) 748π

D) 684π

E) 648π

Comentários:

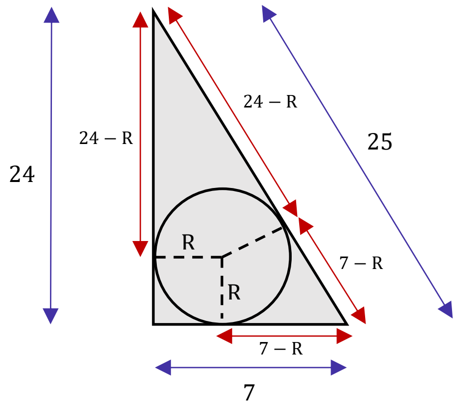
Ok! Temos **muitos volumes para calcular**. Começaremos pelo cilindro.

$$V_{cilindro} = \pi R^2 h \quad \rightarrow \quad V_{cilindro} = \pi \cdot 7^2 \cdot 24 \quad \rightarrow \quad V_{cilindro} = 1.176\pi\ cm^3$$

Agora, o volume do cone.

$$V_{cone} = \frac{\pi R^2 h}{3} \quad \rightarrow \quad V_{cone} = \frac{1.176\pi}{3} \quad \rightarrow \quad V_{cone} = 392\pi$$

Beleza! Agora o mistério: **o volume da esfera!** Para calcularmos, precisamos do raio e não o sabemos. Para encontrá-lo, veja o desenho abaixo.



Primeiramente, note que a geratriz do cone é **a hipotenusa do triângulo retângulo que tem como catetos a altura do cone e o raio da base**. Assim,

$$g^2 = 24^2 + 7^2 \quad \rightarrow \quad g^2 = 576 + 49 \quad \rightarrow \quad g^2 = 625 \quad \rightarrow \quad g = 25$$

Pelo desenho, conseguimos dizer que:

$$(24 - R) + (7 - R) = 25 \quad \rightarrow \quad 31 - 2R = 25 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{R = 3}$$

Com **o raio da esfera**, finalmente conseguimos encontrar o seu volume.

$$\mathrm{V_{esfera}} = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{esfera}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 3^3}{3} \quad \rightarrow \quad \mathrm{V_{esfera}} = 36\pi\ \mathrm{cm}^3$$

A região dentro do cilindro e fora do cone e da esfera tem volume de:

$$V_{regiao} = V_{cilindro} - V_{cone} - V_{esfera}$$

$$V_{regiao} = 1.176\pi - 392\pi - 36\pi \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_{regiao} = 748\ cm^3}$$

Gabarito: LETRA C.

Outras Bancas

7. (IDIB/CRF MS/2021) Seja uma esfera de raio r. É correto afirmar que seu volume é dado por

A) $V = r^3$

B) $V = 2\pi r$

C) $V = (4/3)\pi r^3$

D) $V = 4\pi r^2$

Comentários:

Questão recente que exigiu do candidato apenas o conhecimento da fórmula do volume de uma esfera!

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Gabarito: LETRA C.

8. (QUADRIX/CRF AP/2021) Sabendo que o sistema solar é composto por 8 planetas (Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno), julgue o item.

Se Netuno tem um raio aproximadamente 4 vezes maior que o da Terra, é correto estimar que seu volume é 16 vezes maior que o da Terra.

Comentários:

Considere que o raio da Terra seja R_t e o raio de Netuno seja R_n. Podemos dizer que seu volume é dado por:

$$V_t = \frac{4\pi R_t^3}{3} \qquad V_n = \frac{4\pi R_n^3}{3}$$

Como **o raio de Netuno é 4 vezes o da Terra**, então: $R_n = 4R_t$

Podemos usar essa informação em V_n.

$$V_n = \frac{4\pi(4R_t)^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_n = 64 \cdot \frac{4\pi R_t^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_n = 64V_t$$

Note, portanto, que **o volume de Netuno é 64 vezes maior que o da Terra**!

Gabarito: ERRADO.

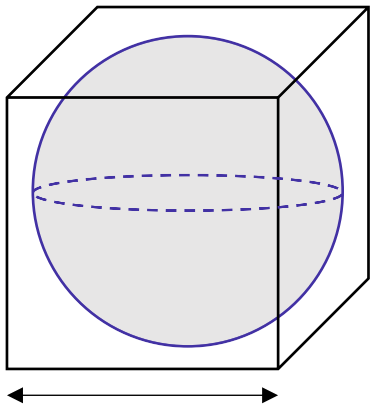
9. (AOCP/SED-MS/2022) Sejam V1 o volume de um cone de altura 3 cm e raio da base 2 cm e V2 o volume de uma esfera inscrita em um cubo de 12 cm de aresta. Nessas condições, a razão entre o volume da esfera e o volume do cone é igual a

A) 72.
B) 86.
C) 144.
D) 236.
E) 576.

Comentários:
Inicialmente, vamos calcular **o volume do cone** de altura 3 cm e raio da base 2 cm.

$$V_{cone} = \frac{\pi R^2 h}{3} \quad \rightarrow \quad V_{cone} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{cone} = 4\pi$$

Agora, vamos calcular o volume de uma esfera inscrita (dentro) de um cubo de **12 cm de aresta**.



Observe que, nessas situações, **o diâmetro da esfera é igual ao lado do cubo**. Sendo assim:

$$2R = 12 \quad \rightarrow \quad R = 6$$

Com o raio da esfera, conseguimos calcular o seu volume.

$$V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{esfera} = \frac{4\pi \cdot 6^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{esfera} = 288\pi$$

A questão pede **a razão** entre o volume da esfera e o volume do cone.

$$k = \frac{V_{esfera}}{V_{cone}} \quad \rightarrow \quad k = \frac{288\pi}{4\pi} \quad \rightarrow \quad \boxed{k = 72}$$

Gabarito: LETRA A.

10. (IBADE/PREF. VILA VELHA/2020) A altura do cone de revolução circunscrito a uma esfera de raio R, dado o volume do cone igual a 32πR³/9 é:

A) 8R.

B) 8R/3.

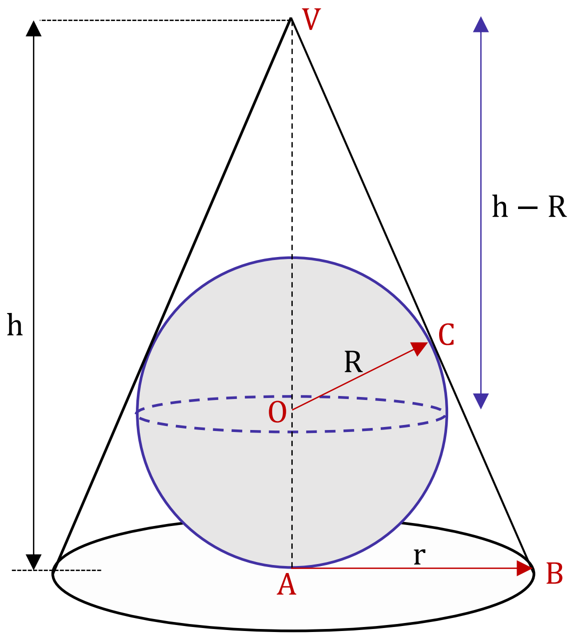
C) 8R ou 8R/3.

D) 8R e 8R/3.

E) 4R.

Comentários:

Temos um cone circunscrito (por fora) de uma esfera de raio R. Vamos desenhar essa situação.



Inicialmente, vamos tentar relacionar a altura do cone com o raio da esfera (R) e o raio do cone (r). Para isso, observe que **os triângulos VOC e ABV são semelhantes**. Com isso, podemos escrever:

$$\frac{VO}{VB} = \frac{CO}{AB}$$

Usando o que temos:

$$\frac{h - R}{\sqrt{r^2 + h^2}} = \frac{R}{r}$$

Elevando os dois lados ao quadrado.

$$\frac{h^2 - 2hR + R^2}{r^2 + h^2} = \frac{R^2}{r^2}$$

$$h^2r^2 - 2hRr^2 + R^2r^2 = R^2r^2 + h^2R^2$$

$$h^2r^2 - 2hRr^2 = h^2R^2$$

$$hr^2 - 2Rr^2 = hR^2$$

$$r^2 = \frac{hR^2}{h - 2R} \qquad (1)$$

Vamos guardar esse resultado.

Como sabemos que **o volume do cone** é:

$$V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Usando que é o dado fornecido no enunciado que esse volume é igual a **32πR³/9**, vamos escrever:

$$\frac{32\pi R^3}{9} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

▪

$$\frac{32R^3}{3h} = r^2 \qquad (2)$$

Vamos igualar (1) e (2).

$$\frac{32R^3}{3h} = \frac{hR^2}{h - 2R}$$

$$\frac{32R}{3h} = \frac{h}{h - 2R}$$

$$3h^2 = 32Rh - 64R^2$$

$$3h^3 - 32Rh + 64R^2 = 0$$

Observe que se trata de uma **equação de segundo grau em "h"**. Vamos resolvê-la.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \qquad \rightarrow \qquad \Delta = (-32R)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 64R^2 \qquad \rightarrow \qquad \Delta = 256R^2$$

- Cálculo das Raízes

$$h = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad h = \frac{-(-32R) \pm \sqrt{256R^2}}{2 \cdot 3} \quad \rightarrow \quad h = \frac{32R \pm 16R}{6}$$

$$h_1 = \frac{32R + 16R}{6} \quad \rightarrow \quad h_1 = \frac{48R}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{h_1 = 8R}}$$

$$h_2 = \frac{32R - 16R}{6} \quad \rightarrow \quad h_2 = \frac{16R}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{h_2 = \frac{8R}{3}}}$$

Observe que a equação tem duas raízes. Portanto, temos duas formas que a situação descrita no enunciado pode ocorrer: **o cone pode ter altura 8R ou 8R/3**.

Obs.: Galera, essa é realmente uma questão que exige mais. Ela envolve vários assuntos da matemática: semelhança de triângulos (geometria plana), volume de sólidos (geometria espacial) e equações de segundo grau. Além disso, temos um grande trabalho algébrico. É uma ótima questão para revisão!

Gabarito: LETRA C.

11. (IBFC/PREF. VINHEDO/2019) Considere um cubo de aresta K e uma esfera de mesmo diâmetro K. A diferença entre o volume do cubo e o volume da esfera será:

A) $\left(1 - \frac{\pi}{12}\right) K^3$

B) $\left(1 - \frac{\pi}{6}\right) K^3$

C) $\left(\frac{\pi}{3} - 1\right) K^3$

D) $(\pi - 1)K^3$

Comentários:

Um **cubo de aresta K** possui volume:

$$V_{cubo} = K^3$$

Por sua vez, uma **esfera de raio K/2** (metade do diâmetro) tem volume:

$$V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{esfera} = \frac{4\pi \left(\frac{K}{2}\right)^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{esfera} = \frac{\pi K^3}{6}$$

Queremos **a diferença** entre os dois volumes:

$$\delta = V_{cubo} - V_{esfera}$$

$$\delta = K^3 - \frac{\pi K^3}{6}$$

Colocando o K^3 em evidência:

$$\boxed{\boldsymbol{\delta = \left(1 - \frac{\pi}{6}\right) K^3}}$$

Gabarito: LETRA B.

12. (FUNDATEC/PREF. MAMPITUBA/2018) O volume de uma esfera inscrita em um cubo de aresta medindo 18 cm é:

A) 729π cm^3.

B) 972π cm^3.

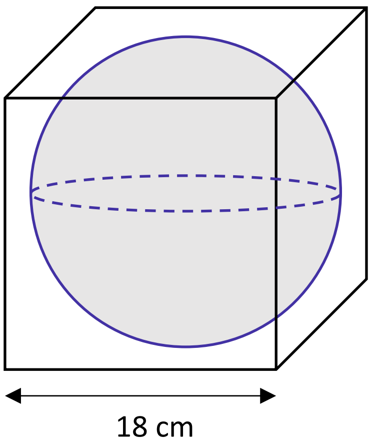
C) 1.458π cm^3.

D) 7.776π cm^3.

E) 11.664π cm^3.

Comentários:

Quando uma **esfera está inscrita em um cubo**, temos a seguinte situação:



Observe que **a aresta do cubo é equivalente ao diâmetro da esfera**. Logo:

$$2R = 18$$

$$R = 9\ cm$$

Com o raio da esfera, conseguimos calcular o volume:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{4\pi \cdot 9^3}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{2916\pi}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 972\pi}$$

Gabarito: LETRA B.

13. (DIRENS/EEAR/2016) Uma esfera está inscrita num cilindro equilátero cuja área lateral mede 16π cm². O volume da esfera inscrita é

A) 8π

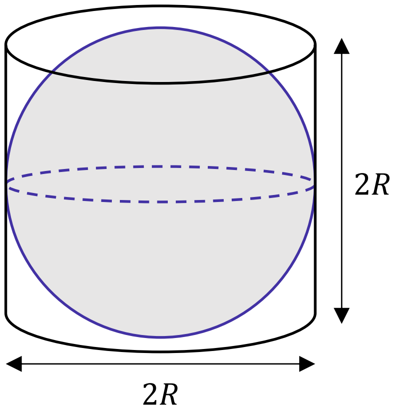
B) 16π

C) 32π/3

D 256π/3

Comentários:

Vamos desenhar essa situação!



Observe que, no cilindro equilátero, **a altura é igual ao diâmetro da base**. Como temos uma esfera inscrita, então **o raio da esfera é igual ao raio da base**. Sabendo disso, vamos usar a área lateral para achar esse raio.

$$A_{lateral} = 2\pi R \cdot 2R \quad \rightarrow \quad A_{lateral} = 4\pi R^2$$

Usando $A_{lateral} = 16\pi$:

$$16\pi = 4\pi R^2 \quad \rightarrow \quad 4 = R^2 \quad \rightarrow \quad R = 2$$

Opa! Com **o raio da esfera**, podemos calcular o volume:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{V = \frac{32\pi}{3}}$$

Gabarito: LETRA C.

14. (Inst. Consulplan/Pref. Pitangueiras/2019) Uma esfera de raio de 3 cm é colocada dentro de um cubo, de forma que a esfera fique tangente a cada uma das seis faces do cubo. O volume, em centímetros cúbicos, da região interna ao cubo e externa a esfera é: (Se necessário, considere π=3.)

A) 96

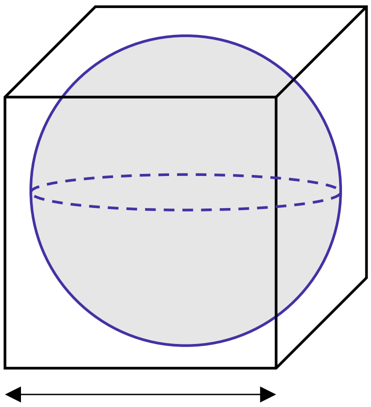
B) 108

C) 132

D) 148

Comentários:

Mais uma questão que temos uma **esfera inscrita em um cubo**. Lembre-se que nessas situações, a aresta do cubo é igual ao diâmetro da esfera (nesse caso, 6 cm, o dobro do raio).



Vamos calcular o volume do cubo.

$$V_{\text{cubo}} = 6^3 \quad \rightarrow \quad V_{\text{cubo}} = 216 \text{ cm}^3$$

Agora, o volume da esfera:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{\text{esfera}} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 3^3}{3} \quad \rightarrow \quad V_{\text{esfera}} = 108 \text{ cm}^3$$

O volume da região pedida é exatamente **a diferença entre o volume do cubo e o da esfera**:

$$V = V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}} \quad \rightarrow \quad V = 216 - 108 \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 108 \text{ cm}^3}$$

Gabarito: LETRA B.

15. (QUADRIX/CRF GO/2022) Considerando uma esfera com 36π metros cúbicos de volume, julgue o item.

O raio dessa esfera é igual a 3 metros.

Comentários:

Nessa questão, vamos fazer o **caminho inverso**! Temos o volume e queremos o raio.

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad 36\pi = \frac{4\pi \cdot R^3}{3} \quad \rightarrow \quad R^3 = 27 \quad \rightarrow \quad \boxed{R = 3\text{ m}}$$

Gabarito: CERTO.

16. (QUADRIX/COREN AP/2022) Julgue o item.

O volume de uma esfera é sempre um número irracional.

Comentários:

Pessoal, isso não é verdade.

Considere uma esfera com raio igual a $\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$. O volume será:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \rightarrow \quad V = \frac{4\pi}{3}\left(\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\right)^3 \quad \rightarrow \quad V = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{3}{\pi} \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 4}$$

Observe que criamos um exemplo em que o volume da esfera é um **número racional**.

Sendo assim, **o item está errado** ao afirmar "sempre".

Gabarito: ERRADO.

LISTA DE QUESTÕES

Introdução

Outras Bancas

1. (DECEx/ESA/2021 - adaptada) Em relação à geometria espacial métrica, analise as sentenças abaixo assinalando V para verdadeiro ou F para falso.

( ) Um poliedro é convexo quando o segmento que liga dois dos seus pontos está sempre contido nele.

( ) Cada vértice de um poliedro é um ponto comum a três ou mais arestas.

( ) Um poliedro convexo é dito regular quando todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes e em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas.

A sequência correta relativa às afirmações acima é;

A) VVF.
B) FFF.
C) VFV.
D) VVV.
E) FFV.

2. (Inst. Excelência/PREF. TREMEMBÉ/2019) A Geometria Espacial é o nome usual para geometria no espaço tridimensional, em que os sólidos estão inseridos. Um sólido é limitado por um ou mais planos ou superfícies, assim como as superfícies são limitadas por uma ou mais linhas. Sobre os sólidos geométricos, é CORRETO afirmar:

A) Um cuboctaedro é um sólido geométrico irregular, composto de dois tipos de polígonos regulares: o quadrado e o triângulo.
B) Pelo Teorema de Euler, sabe-se que o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas subtraído de 2, para qualquer poliedro.
C) A famosa pirâmide de Gizé, no Egito, não é um exemplo de poliedro.
D) Poliedros regulares são muito conhecidos por sua simetria. No total, existem 6 poliedros regulares.

3. (PRÓ-MUNICÍPIO/PREF. MASSAPÊ/2019) O que é um poliedro de Platão? Os poliedros de Platão são aqueles que possuem as seguintes propriedades:

I. Todas as faces apresentam o mesmo número de _________;
II. Todos os vértices possuem o mesmo número de arestas, isto é, se um vértice é a extremidade de três arestas, por exemplo, então todos serão também;
III. É __________;

IV. Seja o número de faces igual a F, de arestas igual a A e de vértices igual a V, então vale a seguinte relação, chamada de relação de ________ : V – A + F = 2.

A sequência correta para o preenchimento de lacunas está em:

A) Faces, côncavo, Euler;

B) Faces, côncavo, Platão;

C) Arestas, bidimensional, Platão;

D) Arestas, convexo, Euler.

4. (DIRENS/EEAR/2021) Um poliedro convexo possui 20 faces, das quais 7 são pentagonais e 13 triangulares. Dessa forma, é correto afirmar que

A) o número de arestas é 39.

B) o número de arestas é 74.

C) o número de vértices é 19.

D) o número de vértices é 23.

5. (QUADRIX/SEDF/2021) Um cuboctaedro é um poliedro convexo composto por oito faces triangulares regulares e seis faces quadradas. Considerando essa informação, julgue o item.

O número de vértices do cuboctaedro é igual a 12.

6. (GUALIMP/PREF. CONC. MACABU/2020) Os alunos do curso de Licenciatura em Matemática construíram durante a aula de Geometria, um poliedro de isopor. Ao analisarem melhor a figura, uma aluna verificou que o número de vértices é o quádruplo do número de faces acrescido de dois. Um outro aluno verificou que número de arestas é igual ao triplo do número de faces acrescido de doze. Com essas duas observações feitas pelos alunos, esse poliedro possui quantos vértices?

A) 6.

B) 26.

C) 30.

D) 32.

7. (LEGALLE/PREF. GRAVATAÍ/2019) Um poliedro convexo possui 20 faces e 12 vértices. O número de arestas desse poliedro é:

A) 26.

B) 28.

C) 30.

D) 32.

E) 34.

8. (AOCP/SED-MS (ADAPT)/2022) Considerando os conceitos da Geometria Plana e da Geometria Espacial, assinale a alternativa INCORRETA.

A) Um ângulo mede a metade de seu complemento, então esse ângulo mede 30°.

B) Quadrado é todo losango que é retângulo.

C) O icosaedro regular tem 20 arestas a mais do que o octaedro regular.

D) O poliedro convexo no qual o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades é o octaedro.

9. (DIRENS/EEAR/2022) Sejam M e N dois poliedros convexos tais que: M tem 18 arestas, 8 vértices e m faces; e N tem 20 arestas, 10 vértices e n faces. Então é correto afirmar que:

A) m = n

B) m = n + 2

C) n = m + 2

D) m + n = 22

10. (IDECAN/CBM-ES/2022) Considerando um poliedro convexo, determine a quantidade de arestas (A) desse poliedro, sabendo que o mesmo tem onze faces, sendo elas seis triangulares e cinco quadrangulares.

A) A = 16

B) A = 17

C) A = 18

D) A = 19

E) A = 20

11. (IDECAN/CBM-ES/2022) Analise as afirmativas a seguir:

I. Para todo poliedro convexo, ou para sua superfície, vale a relação $V - A + F = 2$ em que V é o número de vértices, A é o número de arestas e F é o número de faces do poliedro.

II. Um octaedro possui exatamente 12 arestas, 6 vértices e 8 faces.

III. Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão.

Assinale a alternativa correta.

A) Somente I está correto.

B) Somente II está correto.

C) Somente III está correto.

D) Somente I e II estão corretos.

E) Todas as afirmações estão corretas.

Inéditas

12. (Questão Inédita) Assinale a alternativa incorreta.

A) Todo poliedro convexo é um poliedro de Euler, mas nem todo poliedro de Euler é convexo.

B) Existem apenas cinco classes de poliedros de Platão.

C) Para todo poliedro convexo, vale a relação de Euler $V + A - F = 2$.

D) Existem apenas cinco tipos de poliedros regulares.

E) Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é poliedro regular.

13. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta corretamente o número de vértices de um poliedro convexo que tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 pentagonal e 2 hexagonais.

A) 10.

B) 11.

C) 12.

D) 13.

E) 14.

14. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta apenas os poliedros de Platão.

A) tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

B) hexaedro, eneaedro, decaedro, dodecaedro e icosaedro.

C) decaedro, undecaedro, dodecaedro, tridecaedro e icosaedro.

D) tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e pentadecaedro.

E) tetraedro, hexaedro, decaedro, dodecaedro e icosaedro.

15. (Questão Inédita) Um poliedro convexo possui 10 faces e 32 vértices. Assinale a alternativa que apresenta corretamente o número de arestas desse poliedro.

A) 38

B) 39

C) 40

D) 41

E) 42

GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA D
4. LETRA C
5. CERTO
6. LETRA B
7. LETRA C
8. LETRA C
9. LETRA A
10. LETRA D
11. LETRA E
12. LETRA C
13. LETRA A
14. LETRA A
15. LETRA C

LISTA DE QUESTÕES

Prisma

FGV

1. (FGV/IBGE/2022) Uma caixa com o formato de um paralelepípedo tem dimensões iguais a 25 cm, 36 cm e 20 cm. A capacidade volumétrica dessa caixa, em litros, é

A) 1,8.

B) 18.

C) 180.

D) 1800.

E) 18000.

2. (FGV/TJ-TO/2022) Um prisma possui 13 faces. O número de arestas desse prisma é:

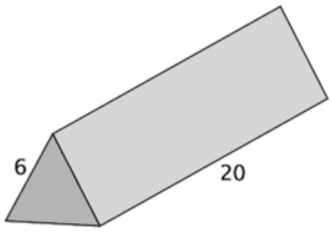
A) 27.

B) 30.

C) 33.

D) 36.

3. (FGV/PREF. ANGRA/2019) Certa embalagem tem a forma de um prisma triangular regular como o representado na figura a seguir.



O comprimento da embalagem é de 20 cm e cada lado do triângulo mede 6cm. O volume dessa embalagem, em cm³, é de, aproximadamente,

Obs.: utilize $\sqrt{3} = 1{,}73$.

A) 250.

B) 270.

C) 290.

D) 310.

E) 330.

FCC

4. (FCC/SABESP/2019) Um reservatório, inicialmente cheio de água, tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cuja base é um quadrado de lado 2 m. Em um primeiro momento, é retirado 1 m³ de água desse reservatório e, depois, é retirada mais uma determinada quantidade de água, de maneira que essa segunda retirada faz o nível da água no reservatório descer 80 cm. Finalmente, é retirado um terço da água que ainda se encontra no reservatório, sobrando 2,8 m³ de água em seu interior. A altura desse reservatório, em metros, mede

A) 1

B) 2,1

C) 2,8

D) 2,5

E) 3

5. (FCC/PREF. SJRP/2019) Uma caixa, na forma de paralelepípedo reto-retângulo, tem 25 cm de comprimento, 12 cm de largura e 12 cm de altura. Essa caixa será usada para armazenar pequenos blocos maciços, também na forma de paralelepípedos reto-retângulos, em que uma das faces é um quadrado de lado 2 cm. Sabendo que no máximo 180 desses blocos cabem totalmente no interior da caixa, a área total de cada bloco, em cm², é:

A) 36

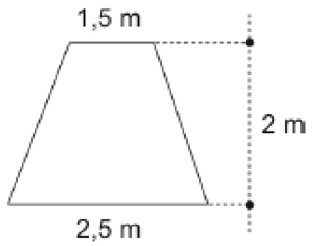
B) 40

C) 48

D) 52

E) 64

6. (FCC/METRO-SP/2019) Numa indústria alimentícia, construiu-se um reservatório de seção trapezoidal constante para o armazenamento de água potável. As medidas internas da seção do reservatório estão indicadas na figura.



Num determinado dia em que o reservatório apresentava-se completamente vazio, com o objetivo de enchê-lo até 80% de sua capacidade, um registro de alimentação, de vazão 25,4 litros por minuto, foi aberto. O encarregado do setor não percebeu, no entanto, que um ralo de escoamento do reservatório, cuja vazão era de 6,2 litros por minuto, também estava aberto. Sabendo que o tempo transcorrido do início do processo até a obtenção do objetivo exposto foi de 3 horas e 20 minutos, é correto concluir que a profundidade do reservatório, em metros, é de:

A) 1,6.
B) 1,2.
C) 1,0.
D) 0,8.
E) 1,4.

CEBRASPE

7. (CESPE/SEDUC-AL/2021) Julgue o item subsequente, relativos a geometria.

Suponha que o volume (em cm³) de um cubo seja numericamente menor do que a área (em cm²) de sua superfície, isto é, a soma das áreas de suas faces. Nessa situação, o comprimento da aresta desse cubo é inferior a 6 cm.

8. (CESPE/TJ-PR/2019) Mesmo com a informatização dos processos, ainda é grande o volume de papéis consumidos nas instituições públicas, o que demanda grandes espaços para seu armazenamento. Por exemplo, uma caixa na forma de um paralelepípedo retângulo medindo 31 cm de largura, 25 cm de altura e 42 cm de comprimento armazena 10 resmas de papel A4. Nesse caso, para armazenar 1.000 dessas caixas em um contêiner, é necessário que a capacidade desse contêiner seja de

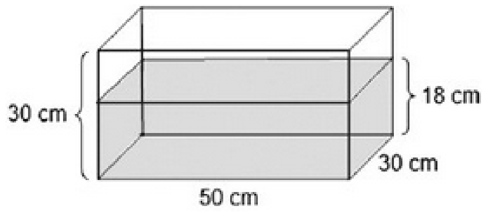
A) 32,55 m³.
B) 39,20 m³.
C) 77,50 m³.
D) 98 m³.
E) 105 m³.

9. (CESPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12. A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Situação hipotética: Cada um dos livros que serão catalogados em três dias de trabalho constitui um sólido que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 2.000 cm³ de volume. **Assertiva:** Nessa situação, se, nesse período, João catalogar 375 desses livros, então, nesse período, os três servidores juntos catalogarão uma quantidade de livros cuja soma dos volumes será superior a 2 m³.

CESGRANRIO

10. (CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022) A Figura a seguir ilustra um aquário que tem a forma de um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões internas são 50 cm, 30 cm e 30 cm. Esse aquário está apoiado em uma mesa horizontal e já possui uma quantidade de água cujo nível é de 18 cm. Um peixe foi colocado no aquário e, estando totalmente submerso, fez com que o nível da água subisse 0,2 cm.



Qual o volume, em cm³, do peixe?

A) 300

B) 500

C) 5400

D) 9000

E) 27000

11. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2014) Para embalar cada um dos sabonetes artesanais que produz, Sofia utiliza um pedaço de papel cuja área corresponde a 4/3 da superfície total do sabonete, que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 6 cm de comprimento, 4,5 cm de largura e 2 cm de altura. Qual é, em cm², a área do pedaço de papel?

A) 32

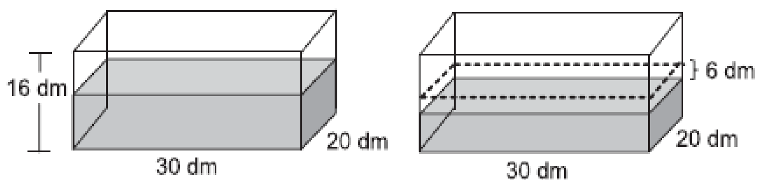
B) 64

C) 72

D) 88

E) 128

12. (CESGRANRIO/BR/2013) Um reservatório em forma de paralelepípedo, com 16 dm de altura, 30 dm de comprimento e 20 dm de largura, estava apoiado sobre uma base horizontal e continha água até a metade de sua capacidade. Parte da água foi consumida e, assim, o nível da água baixou 6 dm, como mostra a Figura a seguir.



Quantos litros de água foram consumidos?

A) 1800

B) 2400

C) 3600

D) 5400

E) 7200

Outras Bancas

13. (RBO/PREF. NAVEGANTES/2022) Um reservatório de água em formato de um paralelepípedo tem dimensões 3 m x 2 m x 5,5 m e está com 72% de sua capacidade utilizada. Sabendo que 1 m³ equivale a 1.000 litros, a quantidade de água que está neste reservatório é de:

A) 33.000 L.

B) 29.620 L.

C) 25.540 L.

D) 23.760 L.

E) 23.120 L.

14. (IFBC/IBGE/2022) Num posto de coleta, um agente censitário verificou que haviam chegado 12 notebooks idênticos e estavam todos fora da embalagem e empilhados numa única pilha. Se cada notebook tem espessura de 5 cm, comprimento de 24 cm e largura de 18 cm, então o volume total dessa pilha é, em dm³, igual a:

A) 259,2

B) 2592

C) 25,92

D) 2,592

E) 25920

15. (FUNPAR/PM PR/2021) Um recipiente possui formato de um cubo de aresta 12 cm. Há no recipiente 0,944 L de água e, no fundo, um dado também de formato cúbico, com aresta medindo 2 cm. Se o dado for retirado do recipiente, a altura do líquido nesse recipiente será de aproximadamente:

A) 11,4 cm.

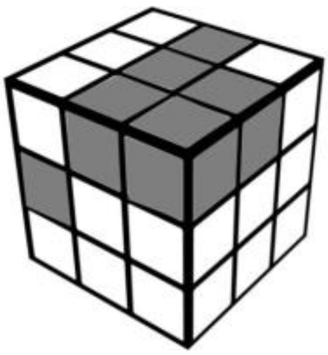
B) 7,0 cm.

C) 6,5 cm.

D) 6,0 cm.

E) 5,7 cm.

16. (FUNDATEC/BM-RS/2022) Considere um grande cubo formado por cubos menores de igual tamanho, conforme a figura abaixo:



A razão do volume dos cubos hachurados pelo cubo maior é de:

A) 1/9.

B) 2/9.

C) 10/27.

D) 1/3.

E) 6/35.

17. (QUADRIX/CRMV PR/2022) Uma piscina possui o formato de um paralelepípedo, com 10 m de comprimento e 5 m de largura. No meio da piscina, há um monumento cúbico maciço cuja aresta mede 2 m. Para encher completamente a piscina, são necessários 78,2 m³ de água. Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa que apresenta a altura da piscina.

A) 1,404 m

B) 1,564 m

C) 1,64 m

D) 1,7 m

E) 2 m

18. (QUADRIX/CRP18/2022) Julgue o item, quanto a sistemas de medidas e volumes.

Se a aresta de um cubo é dobrada, o seu volume também é dobrado.

19. (FUNDATEC/CARRIS/2021/Adaptada) As medidas de um paralelepípedo crescem em progressão geométrica de razão igual a 2. Se a primeira (e menor) medida vale a, então a diagonal desse paralelepípedo é dada por:

A) $8a$

B) $16a$

C) $a\sqrt{21}$

D) $a\sqrt{20}$

E) $30a$

20. (QUADRIX/CREF 21/2021) Uma atleta de nado sincronizado entrou em uma piscina para treinar sua coreografia. A piscina tem o formato de um paralelepípedo reto-retangular, com largura e comprimento medindo, respectivamente, $2\sqrt{2}$ m e 8 m. Como a piscina não estava totalmente cheia, o nível da água apresentou um acréscimo de 9 mm devido à presença da atleta, totalmente submersa. O volume de água deslocado devido a esse acréscimo enche totalmente um tanque vazio cujo formato é o de um tetraedro regular. Com base nesse caso hipotético, é correto afirmar que a aresta do tanque é de

A) 0,0012 m.

B) 0,006 m.

C) 1,2 m.

D) 6 m.

E) 1.200 m.

21. (Inst. AOCP/PREF. TERESÓPOLIS/2021) Uma caixa acrílica em formato de cubo, com 40 cm de lado, possui a mesma capacidade de armazenamento de N caixas acrílicas em formato de paralelepípedo reto, cujas dimensões são 20 cm x 20 cm x 10 cm. Dessa forma, a quantidade N citada anteriormente é igual a

A) 32.

B) 16.

C) 64.

D) 8.

E) 4.

22. (Inst. AOCP/PREF. BELÉM/2021) Uma piscina semiolímpica foi construída com 25 m de comprimento, 20 m de largura e 2m de profundidade. Se uma residência comum, com 4 pessoas, consome, em média, 400 litros de água por dia, a quantidade de água em uma piscina semiolímpica totalmente cheia, abasteceria, diariamente, quantas dessas residências?

A) 500

B) 1000

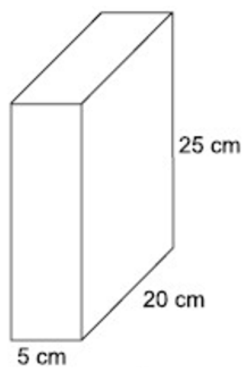
C) 2000

D) 2500

E) 5000

Vunesp

23. (VUNESP/PREF. OSASCO/2022) Uma caixa de papelão, na forma de um prisma reto de base retangular, tem suas medidas indicadas na figura.



Essa caixa está com 3/5 de sua capacidade total preenchida com sabão em pó. Se todo esse sabão for dividido em porções de 125 cm³ cada uma, o número de porções obtidas será

A) 8

B) 12

C) 15

D)18

E) 20

24. (VUNESP/PM-SP/2022) Um paralelepípedo reto-retângulo tem uma de suas faces de maior área apoiada sobre o chão, e, dessa maneira, sua área lateral é 200 cm². Se esse paralelepípedo tivesse uma das faces de menor área apoiada sobre o chão, a área lateral seria 312 cm². Sabendo que a área total do paralelepípedo é 392 cm², sua maior aresta mede

A) 21 cm.

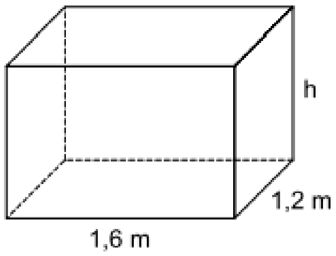
B) 20 cm.

C) 15 cm.

D) 14 cm.

E) 12 cm.

25. (VUNESP/TJ-SP/2018) Um estabelecimento comercial possui quatro reservatórios de água, sendo três deles de formato cúbico, cujas respectivas arestas têm medidas distintas, em metros, e um com a forma de um paralelepípedo reto retângulo, conforme ilustrado a seguir.



Sabe-se que, quando totalmente cheios, a média aritmética dos volumes de água dos quatro reservatórios é igual a 1,53 m³, e que a média aritmética dos volumes de água dos reservatórios cúbicos, somente, é igual a 1,08 m³. Desse modo, é correto afirmar que a medida da altura do reservatório com a forma de bloco retangular, indicada por h na figura, é igual a

A) 1,40 m.

B) 1,50 m.

C) 1,35 m.

D) 1,45 m.

E) 1,55 m.

Gabarito

1. LETRA B
2. LETRA C
3. LETRA D
4. LETRA B
5. LETRA C
6. LETRA B
7. CERTO
8. LETRA A
9. ERRADO
10. LETRA A
11. LETRA E
12. LETRA C
13. LETRA D
14. LETRA C
15. LETRA C
16. LETRA B
17. LETRA D
18. ERRADO
19. LETRA C
20. LETRA C
21. LETRA B
22. LETRA D
23. LETRA B
24. LETRA E
25. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES

Pirâmide

FGV

1. (FGV/SSP-AM/2022) Uma pirâmide de base retangular tem volume igual a 36. As arestas da base da pirâmide são então duplicadas e a altura, triplicada. O volume da nova pirâmide é

A) 108.

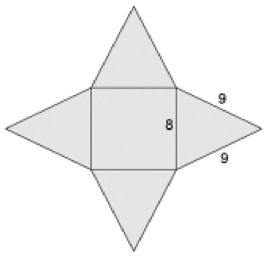
B) 216.

C) 324.

D) 396.

E) 432.

2. (FGV/SEAD-AP/2022) Considere a pirâmide quadrangular regular cuja planificação está abaixo.



Cada face lateral é um triângulo cujos lados medem 8 cm, 9 cm e 9 cm. O volume dessa pirâmide em cm³ é, aproximadamente,

a) 150.

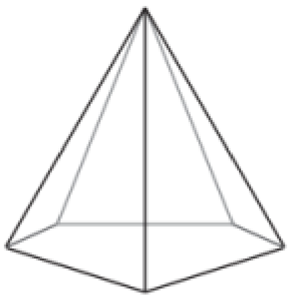
b) 180.

c) 260.

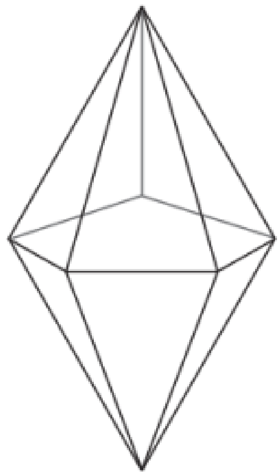
d) 320.

e) 450.

3. (FGV/FEMPAR/2022) A figura a seguir ilustra uma pirâmide de base pentagonal.



Duas dessas pirâmides idênticas foram coladas pelas bases formando um novo sólido com 7 vértices e 10 faces.



Nas proximidades de cada um desses 7 vértices, são feitos cortes no sólido produzindo 7 pequenas pirâmides que serão, posteriormente, removidas. A esse processo se chama truncamento. Após o truncamento descrito, o sólido passará a ter

a) 5 faces quadrangulares, 2 faces pentagonais e 10 faces hexagonais.

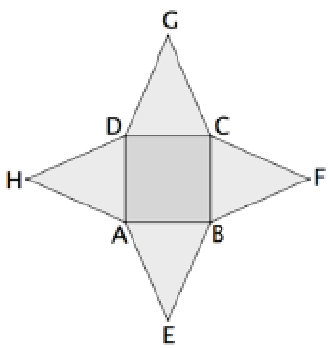
b) 5 faces quadrangulares, 7 faces pentagonais e 10 faces hexagonais.

c) 10 faces triangulares, 5 faces quadrangulares e 2 faces pentagonais.

d) 10 faces triangulares e 7 faces quadrangulares.

e) 10 faces triangulares e 7 faces pentagonais.

4. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) A figura abaixo mostra um quadrado ABCD e quatro triângulos isósceles iguais. Essa figura é a planificação de uma pirâmide regular de base quadrada.



Sabendo que AB = 4 e que AE = EB = 5, a altura dessa pirâmide é igual a

A) $\sqrt{17}$

B) $\sqrt{18}$

C) $\sqrt{19}$

D) $\sqrt{20}$

E) $\sqrt{21}$

5. (FGV/ALE-RO/2018) Uma pirâmide quadrangular regular tem altura 30 e aresta da base também igual a 30. A distância do centro da base dessa pirâmide a uma das suas faces laterais é

A) $10\sqrt{2}$

B) $8\sqrt{2}$

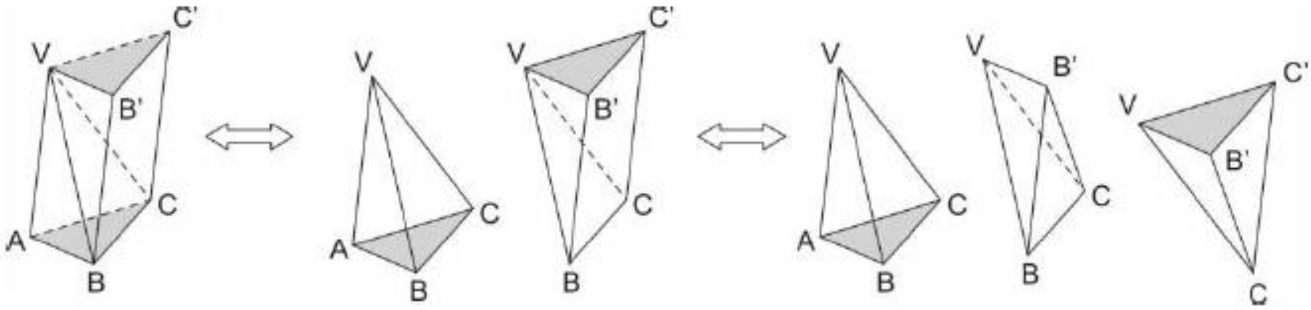
C) $10\sqrt{3}$

D) $4\sqrt{5}$

E) $6\sqrt{5}$

FCC

6. (FCC/SEC-BA/2018) Observe a sequência de imagens indicadas abaixo.



A sequência de imagens está sendo usada para ilustrar o fato de que

A) a soma de cinco pirâmides resulta em um prisma.

B) o volume de uma pirâmide é igual a dois terços do volume de um prisma.

C) o volume de um prisma é igual ao de duas pirâmides acrescido ao de um prisma.

D) a área total de um prisma é igual a área total das três pirâmides que o compõem.

E) o volume de uma pirâmide é a terça parte do volume de um prisma.

7. (FCC/SEDU-ES/2018) Uma pirâmide quadrangular regular reta teve sua aresta da base reduzida em 50% e sua altura aumentada em x% de tal forma que seu volume não se alterou. Nas condições descritas, x é igual a

A) 250.

B) 350.

C) 100.

D) 200.

E) 300.

8. (FCC/SEDU-ES/2018) Seja a pirâmide reta P_1, de base quadrada, com 1 m de aresta da base e 2 metros de altura, e seja a pirâmide reta P_2, de base quadrada, com 3 m de aresta da base e 4 metros de altura. O volume de P_2 é igual ao de P_1 multiplicado por

A) 15.

B) 9.

C) 12.

D) 6.

E) 18.

CEBRASPE

9. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Uma pirâmide de altura $h = 2\sqrt{3}$ cm com base dada por um hexágono regular de lado $l = 3$ cm tem volume $V = \sqrt{3}$ cm³.

10. (CESPE/CBM-AL/2021) Julgue o seguinte item, relativos a geometria espacial.

Para cobrir um tetraedro regular de aresta igual a $\sqrt[4]{3}$ m com um material adesivo que custa R$ 5,50/m², deve-se gastar R$ 16,50.

11. (CESPE/PM-AL/2021) Com relação às geometrias plana, espacial e analítica, julgue o item que se segue.
A área superficial de uma pirâmide de base quadrada regular em que todas as arestas são iguais a 2 é $S = 4 + 4\sqrt{3}$.

Vunesp

12. (VUNESP/Prefeitura Municipal da Estância Balneária de Peruíbe (SP)/2019) Uma pirâmide de base retangular e altura 12 cm tem volume de 100 cm³. A área da base dessa pirâmide, em cm², é

A) 25

B) 26

C) 30

D) 36

E) 50

13. (VUNESP/PREF. MORRO AGUDO/2020) Uma peça em madeira maciça, com formato de pirâmide reta de base quadrada, tem volume de 484 cm³ e altura de 12 cm. Logo, a aresta da base dessa peça mede

A) 14 cm.

B) 13 cm.

C) 12 cm.

D) 11 cm.
E) 10 cm.

14. (VUNESP/PREF. PERUÍBE/2019) Uma pirâmide de base retangular e altura 12 cm tem volume de 100 cm^3. A área da base dessa pirâmide, em cm^2, é
A) 25.
B) 26.
C) 30.
D) 36.
E) 50.

Outras Bancas

15. (FUNDATEC/PREF. CANDELÁRIA/2021) O volume de uma pirâmide quadrangular regular de lado L e altura sendo o dobro do lado é dado por:
A) $L^3/3$
B) $L^3/2$
C) $2L^3/3$
D) $2L^3$
E) $3L^3$

16. (QUADRIX/CRMV AP/2021) O museu do Louvre, em Paris, tem como entrada uma estrutura piramidal de base quadrada, com 34 m de largura e 21 m de altura. Essa pirâmide principal é rodeada por 3 pirâmides quadradas menores, cujas dimensões serão assumidas como 8 m de largura e 5 m de altura, e π é igual a 3. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

A capacidade total das 3 pirâmides menores juntas é de 320 L.

17. (Inst. AOCP/PM-ES/2022/ADAPTADA) Considerando uma pirâmide de base quadrada, onde a aresta da base mede l e a altura mede h, é correto afirmar que
A) suas arestas da base são menores que sua altura (l < h).
B) seu volume pode ser encontrado dividindo-se a área de um quadrado de lado l por 3.
C) a pirâmide terá o número de vértices igual ao número de faces.
D) todas as arestas da pirâmide precisam ser iguais.

18. (IDECAN/PREF. CAMPINA GRANDE/2021) Considere as afirmativas a seguir:

I. O volume de um prisma é o produto da área da base pela medida da altura.
II. A altura de uma pirâmide é a distância h entre o vértice e o plano da base.
III. O volume de uma pirâmide é um terço do produto da área da base pela medida da altura.

Assinale

A) se somente a afirmativa I estiver correta.

B) se somente a afirmativa III estiver correta.

C) somente as afirmativas II e III estiverem corretas.

D) se todas as afirmativas estiverem corretas.

19. (IAUPE/CEP-OS/2018) A altura de uma pirâmide cuja base é um triângulo equilátero mede $12\sqrt{3}$ metros. Se a aresta da base da pirâmide mede 3 metros, é CORRETO afirmar que o seu volume, em metros cúbicos, é igual a

A) $15\sqrt{3}$

B) 15

C) $27\sqrt{3}$

D) 27

E) 12

20. (DIRENS/EEAR/2018) A embalagem de um determinado produto é em forma de uma pirâmide hexagonal regular, cujas medidas internas são 13 cm de altura e 24 cm de perímetro da base. Assim, o volume interno dessa embalagem é ___$\sqrt{3}$ cm³.

A) 104

B) 98

C) 86

D) 72

21. (IAUPE/CEP-OS/2015) O volume de uma pirâmide regular hexagonal de altura $H = 20\sqrt{3}$ cm e aresta com 5 cm é igual a

A) 800 cm³.

B) 750 cm³.

C) 700 cm³.

D) 650 cm³.

E) 600 cm³.

22. (IBFC/PM-MG/2015) Uma pirâmide quadrangular tem 12 centímetros de altura e 40 centímetros de perímetro da base. Calcule o valor de sua área lateral e assinale a alternativa correta.

A) 360 cm²

B) 482 cm²

C) 260 cm²

D) 120 cm²

23. (QUADRIX/CRECI 11/2022) A pirâmide de Quéops, também conhecida como grande pirâmide de Gizé, é a mais antiga das Sete Maravilhas do Mundo Antigo e a única que resiste até hoje. Há quase cinco mil anos, os egípcios utilizaram o côvado como medida de comprimento para construir esta pirâmide

quadrada, cujas dimensões originais eram 280 côvados de altura e 440 côvados de lado da base. Considerando a pirâmide de Quéops como uma pirâmide regular de 8 arestas e π = 3,1415, julgue o item.

Três réplicas proporcionais da pirâmide de Quéops, com altura individual de 7 côvados, teriam, juntas, um volume total de 847 côvados cúbicos.

24. (QUADRIX/CRESS 26/2020) Uma sorveteria decidiu apresentar seus produtos na forma de sólidos geométricos populares. Sorvetes de morango têm formato de esfera, produtos de limão são cúbicos, picolés de chocolate são cilíndricos e sorvetes de abacaxi são pirâmides hexagonais. Os raios das esferas e dos cilindros são de 3 cm. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Se o comprimento da aresta do cubo, em centímetros, fosse igual à altura da pirâmide, em centímetros, e esse valor fosse igual à raiz quadrada da área da base hexagonal, em centímetros quadrados, então os produtos de limão teriam volume 3 vezes maior que os de abacaxi.

Gabarito

1. LETRA E
2. LETRA A
3. LETRA A
4. LETRA A
5. LETRA E
6. LETRA E
7. LETRA E
8. LETRA E
9. ERRADO
10. CERTO
11. CERTO
12. LETRA A
13. LETRA D
14. LETRA A
15. LETRA C
16. ERRADO
17. LETRA C
18. LETRA D
19. LETRA D
20. LETRA A
21. LETRA B
22. LETRA C
23. CERTO
24. CERTO

LISTA DE QUESTÕES

Cilindro

FGV

1. (FGV/PM-SP/2021) Para abastecer os carros da corporação, há um tanque cilíndrico de combustível, com 2 m de diâmetro e 1,5 m de altura. A capacidade desse tanque é de, aproximadamente,

A) 4.100 litros.

B) 4.400 litros.

C) 4.700 litros.

D) 5.000 litros.

E) 5.300 litros.

2. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) O caldeirão da figura abaixo tem 40 cm de diâmetro e 36 cm de altura.

A capacidade desse caldeirão é de, aproximadamente,

A) 25 litros.

B) 30 litros.

C) 36 litros.

D) 40 litros.

E) 45 litros.

3. (FGV/BANESTES/2018) Certos tambores para coleta de resíduos não recicláveis são cilindros com 40 cm de diâmetro e 60 cm de altura.

O volume de um desses recipientes, em litros, é de, aproximadamente:

A) 75.

B) 90.

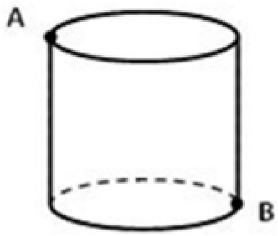
C) 120.

D) 150.

E) 180.

FCC

4. (FCC/SABESP/2019) A figura apresenta um cilindro circular reto de 4 cm de altura, as bordas inferior e superior são circunferências, cujo perímetro de cada uma mede 6 cm. Os pontos A e B são diametralmente opostos. A menor distância que deve ser percorrida sobre a superfície do cilindro para sair do ponto A e chegar ao ponto B é:



A) 4 cm

B) $4\sqrt{2}$ cm

C) 10 cm

D) $5\sqrt{2}$ cm

E) 5 cm

5. (FCC/SABESP/2018) Um cilindro reto tem altura de 100 mm, diâmetro externo 11 mm e diâmetro interno 9 mm. A área da chapa para construir este cilindro é

A) 1.000 mm²

B) 900 mm²

C) 3.000 mm²

D) 3.140 mm²

E) 1.100 mm²

6. (FCC/SABESP/2017) Um reservatório cilíndrico de altura h e raio R foi substituído por um novo reservatório também cilíndrico de altura h/2 e raio 2R. Sendo desprezíveis as espessuras das paredes dos dois reservatórios, é correto afirmar que a capacidade do novo reservatório é

A) quatro vezes maior que a capacidade do reservatório antigo.

B) igual à capacidade do reservatório antigo.

C) o dobro da capacidade do reservatório antigo.

D) oito vezes maior que a capacidade do reservatório antigo.
E) metade da capacidade do reservatório antigo.

CEBRASPE

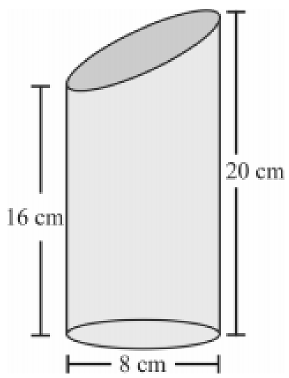
7. (CESPE/CBM-TO/2021) Considere um caminhão-pipa cujo tanque é cilíndrico com comprimento igual a 4 metros e diâmetro igual a 2 metros. Usando-se π = 3,14, é correto estimar que o volume desse tanque é igual a

A) 6.280 litros.
B) 12.560 litros.
C) 25.120 litros.
D) 50.240 litros.

8. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Julgue o item seguinte, referente a geometria analítica, geometria plana e geometria espacial.

Se a área total de um cilindro circular reto de 3 cm de altura for igual ao triplo de sua área lateral, então o volume desse cilindro será inferior a 400 cm³.

9. (CESPE/IFF/2018)



Um cilindro circular reto, cuja base tem diâmetro de 8 cm, foi cortado por um plano inclinado em relação à base, dando origem ao tronco de cone apresentado. A altura maior do tronco de cone mede 20 cm e a menor, 16 cm. Nesse caso, o volume do tronco de cone é igual a

A) 256π cm³.
B) 288π cm³.
C) 320π cm³.
D) 576π cm³.
E) 1.152π cm³.

CESGRANRIO

10. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Uma jarra cilíndrica está completamente cheia de água. Seu diâmetro interno é 2d, e sua altura, 3H. A água contida nessa jarra é suficiente para encher completamente n copos cilíndricos de diâmetro interno d e altura H. O maior valor de n é

A) 4
B) 6
C) 8
D) 10
E) 12

11. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2014) Para embalar cada um dos sabonetes artesanais que produz, Sofia utiliza um pedaço de papel cuja área corresponde a 4/3 da superfície total do sabonete, que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 6 cm de comprimento, 4,5 cm de largura e 2 cm de altura. Qual é, em cm^2, a área do pedaço de papel?

A) 32
B) 64
C) 72
D) 88
E) 128

12. (CESGRANRIO/DECEA/2012) Um reservatório de água com a forma de um cilindro reto de 1,5 m de altura e 1,2 m de raio interno precisa ser impermeabilizado. Para tal, seu fundo (uma das bases do cilindro) e sua superfície lateral interna serão totalmente cobertos por um produto impermeabilizante que é vendido em embalagens com um litro. Se o rendimento desse produto é de 9 m^2 por litro, quantas embalagens, no mínimo, devem ser compradas para que essa impermeabilização seja realizada?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

Outras Bancas

13. (QUADRIX/CRP 10/2022) Jonathan é um excelente cervejeiro e prepara sua cerveja artesanal de uma maneira peculiar. Ele sempre faz a mesma quantidade de cerveja por vez, o suficiente para encher completamente um de seus recipientes cilíndricos, os quais têm 1,5 metro de altura e 50 centímetros de raio, sendo que todo o volume dos recipientes é útil. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Jonathan sempre faz $0{,}375\pi$ litros de cerveja por vez.

14. (FUNDATEC/CRA RS/2021) Maria adquiriu uma piscina no formato de um cilindro reto com 1,20 metros de profundidade e 6 metros de diâmetro. Sabe-se que para encher 1 m³ são necessários 1.000 litros de água, sendo assim, quantos litros de água serão necessários para encher 75% da capacidade total dessa piscina? (Considere π = 3)

A) 8.100 litros.

B) 12.600 litros.

C) 16.200 litros.

D) 24.300 litros.

E) 32.400 litros.

15. (FUNDATEC/PREF. F. DA CUNHA/2022) Considerando um cilindro reto de diâmetro igual a 50 cm e com capacidade máxima de volume igual a 12.500π cm³, a altura desse cilindro, em cm, corresponde a:

A) 10.

B) 12.

C) 18.

D) 20.

E) 24.

16. (Inst. AOCP/PM-ES/2022) A caixa de guerra é um instrumento de percussão no formato de um cilindro. Sabe-se que a altura desse cilindro mede a metade do raio da parte superior da caixa de guerra e que a área lateral equivale a 144π cm². Assinale a alternativa que apresenta a área da parte superior desse cilindro.

A) 136π cm².

B) 144π cm².

C) 96π cm².

D) 108π cm².

E) 196π cm².

17. (CONSULPLAN/SEDUC-PA/2018) Sobre os cilindros, sólidos geométricos classificados como corpos redondos, pois, se colocados sobre uma superfície plana levemente inclinada, rolam, analise as afirmativas a seguir.

I. Os elementos de um cilindro são: bases, altura, eixo, secção transversal e geratrizes.

II. Os cilindros são classificados como: retos e oblíquos.

III. A planificação do cilindro  é .

IV. A área do cilindro é dada pela seguinte expressão: $A = 2\pi r(h + r)$.

V. O volume do cilindro é obtido pelo produto da área da base por sua altura, ou seja, $V = 2\pi r^2 h$.

Estão INCORRETAS apenas as afirmativas

A) I e III.

B) I e V.

C) II e V.

D) III e V.

18. (Inst. AOCP/PM-ES/2018) Considere que, sobre uma mesa, estão dispostos dois recipientes para líquidos. O primeiro recipiente tem o formato de um cilindro e o segundo recipiente tem o formato de um paralelepípedo reto retângulo. O cilindro possui a base circular com raio r e cuja área da base é igual a 48 dm², além da altura com medida h. O paralelepípedo possui as três dimensões, a, b e c, iguais a três números pares consecutivos, tal que a soma dessas três dimensões seja igual a 18 dm. Sabendo que o volume do cilindro é igual ao triplo do volume do paralelepípedo, e usando a aproximação para $\pi = 3$, então a razão entre a altura h e o raio r do cilindro, nessa ordem, será igual a

A) 1.

B) 3.

C) 9.

D) 27.

E) 81.

19. (IBADE/PREF. JI-PIRANÁ/2018) Considere um cilindro equilátero de raio R, circunscrito em um prisma reto de base hexagonal e de mesma altura. O volume do sólido contido entre o cilindro e o prisma tem valor mínimo igual a:

A) $R^3(2\pi - 3\sqrt{3})$

B) $R^3(2\pi - 6)$

C) $R^2(9 - 2\pi)$

D) $R^2(3\sqrt{3} - 2\pi)$

E) $3R^3$

20. (IDECAN/PREF. SIMONÉSIA/2016) Uma peça mecânica industrial possui o formato de um cilindro circular reto de 8 cm de altura e raio da base igual a 3 cm. Para pintar completamente a área de sua superfície externa, será necessária uma quantidade de tinta suficiente para cobrir uma área total, em cm², de:

A) 11π.

B) 66π.

C) 144π.

D) 198π.

21. (IAUPE/CEP-OS/2013) Um semicilindro obtido de um cilindro equilátero tem altura 4 cm. É CORRETO afirmar que o volume do semicilindro é igual a

A) 8π

B) 7π

C) 5π

D) 4π

E) 9π

22. (DIRENS/EEAR/2021) Considere um cilindro reto, cuja altura é igual ao diâmetro da base e a área da seção perpendicular às bases, contendo os centros destas bases, mede 32 cm². Baseando-se nessas informações, calcule a área da base desse cilindro e assinale a opção correta.

A) 8π cm²

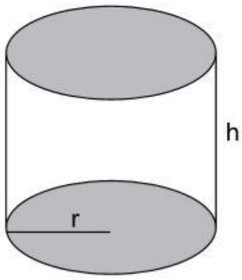
B) 16π cm²

C) 24π cm²

D) 32π cm²

Vunesp

23. (VUNESP/Prefeitura Municipal de Campinas (SP)/2019) Analise o sólido geométrico da figura



Se $h = 48$ cm e $r = 17$ cm, esse sólido tem um volume de:

A) 0,082 m³

B) 0,068 m³

C) 0,123 m³

D) 0,044 m³

E) 0,246 m³

24. (VUNESP/Prefeitura Municipal de Ibaté (SP)/2019) A caixa d'água de um prédio público tem a forma de um cilindro reto de diâmetro d = 3,2 m e altura h = 4 m. Então, assumindo-se a aproximação π = 3, a capacidade dessa caixa d'água será de

A) 3 072 L.

B) 12 288 L.

C) 30 720 L.

D) 48 080 L.

E) 122 880 L.

25. (VUNESP/AVAREPREV/2020) Certo suco é vendido em latinhas de alumínio, no formato de cilindro. Cada latinha contém 270 mL de suco, o que corresponde a 9/10 do volume total da latinha, se utilizado π=3. Se o diâmetro da latinha é de 6 cm, e cada cm³ corresponde a 1 mL, então a altura de cada latinha é de, aproximadamente,

A) 8 cm.

B) 9 cm.

C) 10 cm.

D) 11 cm.

E) 12 cm.

GABARITO

1. LETRA C
2. LETRA E
3. LETRA A
4. LETRA E
5. LETRA D
6. LETRA C
7. LETRA B
8. CERTO
9. LETRA B
10. LETRA E
11. LETRA E
12. LETRA B
13. ERRADO
14. LETRA D
15. LETRA D
16. LETRA B
17. LETRA D
18. LETRA B
19. LETRA A
20. LETRA B
21. LETRA A
22. LETRA A
23. LETRA D
24. LETRA C
25. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES

Cone

FGV

1. (FGV/SENADO FEDERAL/2022) Um reservatório tem o formato de um cone reto. Ele está invertido, com o vértice para baixo e a base para cima. Um líquido é despejado no reservatório a uma vazão constante. Após uma hora, o líquido atinge uma altura igual à metade da altura do reservatório. O número de horas adicionais necessárias para encher todo o reservatório é igual a

a) 1.
b) 3.
c) 5.
d) 7.
e) 8.

2. (FGV/PREF. PAULÍNIA/2021) Um recipiente cônico invertido, com altura 27cm e raio da base 24cm, está cheio de água. A água é, então, totalmente transferida para um recipiente cilíndrico com raio da base 18cm e altura suficiente para conter, com sobras, toda a água. A altura, em centímetros, que a água atinge no cilindro é

A) 9.
B) 12.
C) 16.
D) 18.
E) 24.

3. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em um cone de revolução, cada geratriz mede 12 cm e faz 30° com o eixo do cone. A área lateral desse cone em cm² é

A) 24π.
B) 36π.
C) 48π.
D) 60π.
E) 72π.

4. (FGV/ALERO/2018) Um cone tem 10 cm de altura e base de área igual a 75 cm². Um plano paralelo à base do cone e distando 4 cm dela determinou uma seção de área S. O valor de S, em cm², é

A) 27.
B) 32.
C) 36.
D) 40.

E) 45.

5. (FGV/AL-MT/2013) Um cone circular reto de ferro, com 32 cm de altura, é colocado com a base no fundo de um aquário, de tal modo que a parte do cone que fica acima do nível da água corresponde a 1/8 do volume total do cone. A altura da parte submersa do cone é

A) 4 cm.

B) 8 cm.

C) 16 cm.

D) 24 cm.

E) 28 cm.

CEBRASPE

6. (CESPE/PC-ES/2010) Os policiais da delegacia de defesa do consumidor apreenderam, em um supermercado, 19,5 kg de mercadorias impróprias para o consumo: potes de 150 g de queijo e peças de 160 g de salaminho. Com base nessa situação, julgue o item a seguir.

Suponha que os potes de queijo tenham a forma de um tronco de cone de 7 cm de altura, em que o raio da base maior meça 4 cm e o da base menor, 3 cm. Nesse caso, tomando 3,14 como valor aproximado para $\boldsymbol{\pi}$, é correto afirmar que essas embalagens têm capacidade para, no máximo, 250 mL.

7. (CESPE/PETROBRÁS/2008) Considere que casquinhas de sorvete têm a forma de um cone circular reto e capacidade para 45π cm³ de sorvete em seu interior. Nesse caso, se as casquinhas têm 15 cm de altura, então o raio da base do cone deve medir

A) $\sqrt{45/\pi}$ cm.

B) $\sqrt{18}$ cm.

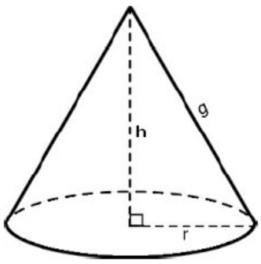
C) $3/\sqrt{\pi}$ cm.

D) 3π cm.

E) 3 cm.

Outras Bancas

8. (IDIB/CREMERJ/2021)



O cone é um sólido geométrico obtido pela rotação de um triângulo. Com base na figura acima, é correto deduzir que a fórmula do seu volume (V) é dada por

A) $V = \pi r^2 h$

B) $V = \pi r^2 h/3$

C) $V = \pi r^2 g/3$

D) $V = \pi r^2 g$

9. (LEGALLE/PREF. VALE DO SOL/2021) Uma empresa a produz velas em formato cônico. Sabendo que a altura de determinada vela produzida é de 12 cm e que o raio da base é de 9 cm, qual é a área lateral desta vela? (Considere π = 3,14)

A) 269,3 cm².

B) 423,9 cm².

C) 593,4 cm².

D) 339,12 cm².

E) 732,5 cm².

10. (Inst. CONSULPLAN/PREF. COLUMBIA/2020) Um cone circular reto tem o diâmetro da base medindo 12 cm e altura medindo 9 cm. Este cone é interceptado por um plano β que é paralelo à base e está distante 6 cm do vértice. O volume do tronco de cone assim formado é:

A) 76π cm³

B) 108π cm³

C) 238,64π cm³

D) 304π cm³

11. (FUNDATEC/PREF. S. DO JACUÍ/2019) O volume de um cone que possui o eixo de rotação perpendicular à base circular de raio 6 cm e que tem geratriz de 12 cm é:

A) $72\pi\sqrt{3}\ cm^3$

B) $108\pi\sqrt{3}\ cm^3$

C) $72\pi\sqrt{6}\ cm^3$

D) $42\pi\sqrt{3}\ cm^3$

E) $64\pi\sqrt{6}\ cm^3$

12. (IBADE/PREF. JI-PIRANÁ/2018) O volume, em metros cúbicos, de um tronco de cone obtido a partir de um cone equilátero de raio igual a $\sqrt{3}$ m, cortado na metade da altura, será:

A) $3\pi/8$

B) $2\pi/3$

C) $21\pi/8$

D) $7\pi/16$

13. (DIRENS-AER/EEAR/2018) Uma "casquinha de sorvete" tem a forma de um cone circular reto cujas medidas internas são 12 cm de altura e 5 cm de diâmetro da base. O volume de sorvete que enche completamente essa casquinha é __π cm³.

A) 30

B) 25

C) 20

D) 15

14. (IDECAN/CBM-DF/2017) A rotação de um triângulo retângulo em torno de seu cateto maior gera um cone de 12π m³ de volume. Considerando que a área desse triângulo é 2 m², seu cateto menor mede, em metros:

A) 7

B) 8

C) 9

D) 12

15. (RBO/CPTM/2017) Num cone reto de 6 dm de altura, o diâmetro da base mede 4 dm. Então, 75% do volume desse cone, em decímetros cúbicos, é igual a

A) 6π

B) 8π

C) 9π

D) 12π

E) 18π

16. (Inst. AOCP/PREF. ANGRA/2015) São dados dois sólidos geométricos: o primeiro dele, é um cilindro de diâmetro da base igual a 140 cm e altura de 10 cm. O segundo é um cone cujo raio da base é igual a 70 cm e cuja altura é 10 cm. Assim, a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone (nessa ordem) é

A) 3.

B) 2.

C) 1/6.

D) 1/3.

E) 1/2.

17. (QUADRIX/CRO-ES/2022) O volume V de um tronco de cone de raio da base maior R, raio da base menor r e altura h pode ser calculado pela fórmula a seguir.

$$V = \left(\frac{\pi h}{3}\right)(R^2 + Rr + r^2)$$

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Se o volume de um tronco de cone cujos raios das bases medem 3 dm e 4 dm é igual a 74π dm³, a altura do tronco mede 6 dm.

18. (QUADRIX/CRC PR/2022) A Catedral Basílica de Maringá é considerada a mais alta catedral da América Latina. O corpo principal da catedral é um cone de 114 m de altura e 50 m de diâmetro de base. A partir dessas informações, julgue o item, considerando π = 3.

O volume total do corpo principal é igual a 71,25 dam³.

Gabarito

1. LETRA D
2. LETRA C
3. LETRA E
4. LETRA A
5. LETRA C
6. ERRADO
7. LETRA E
8. LETRA B
9. LETRA B
10. LETRA A
11. LETRA A
12. LETRA C
13. LETRA B
14. LETRA C
15. LETRA A
16. LETRA A
17. CERTO
18. CERTO

LISTA DE QUESTÕES

Esfera

FGV

1. (FGV/PM-CE/2021) O raio de uma esfera aumentou 1/3 de seu valor. Sendo V o volume inicial da esfera, é correto afirmar que o novo volume

A) é menor do que V.

B) está entre V e (4/3)V.

C) está entre (4/3)V e 2V.

D) está entre 2V e 3V.

E) é maior que 3V.

CEBRASPE

2. (CESPE/IFF/2018) O volume de um cubo que tem seus vértices sobre uma superfície esférica de raio igual a $5\sqrt{3}$ centímetros é igual a

A) 75 cm³.

B) 125 cm³.

C) $375\sqrt{3}$ cm³

D) 1.000 cm³.

E) $3.000\sqrt{3}$ cm³.

(SEPLAG-DF/2008) Texto para as próximas questões

Julgue os itens a seguir, acerca de um reservatório de gás que tem a forma de uma esfera de 10 m de raio.

3. (CESPE/SEPLAG-DF/2008) Se for construído um novo reservatório esférico, com raio igual à metade do raio do reservatório original, então o volume desse novo reservatório será igual à metade do volume do outro reservatório.

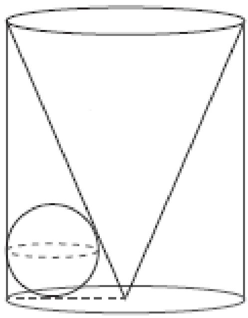
4. (CESPE/SEPLAG-DF/2008) O volume desse reservatório é igual a 4.000π m³.

CESGRANRIO

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Uma esfera maciça e homogênea é composta de um único material, e tem massa igual a 400 g. Outra esfera, também maciça e homogênea, e de mesmo material, tem raio 50% maior do que o da primeira esfera. Assim, o valor mais próximo da massa da esfera maior, em quilogramas, é igual a

A) 0,6
B) 1,0
C) 1,3
D) 1,5
E) 1,7

6. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) A Figura a seguir mostra um cilindro reto, um cone reto e uma esfera que tangencia a base do cilindro e as geratrizes do cilindro e do cone. O cone e o cilindro têm como base um círculo de raio 7 cm e a mesma altura que mede 24 cm.



Qual o volume, em centímetros cúbicos, da região interior ao cilindro e exterior à esfera e ao cone?
A) 800π
B) 784π
C) 748π
D) 684π
E) 648π

Outras Bancas

7. (IDIB/CRF MS/2021) Seja uma esfera de raio r. É correto afirmar que seu volume é dado por
A) $V = r^3$
B) $V = 2\pi r$
C) $V = (4/3)\pi r^3$
D) $V = 4\pi r^2$

8. (QUADRIX/CRF AP/2021) Sabendo que o sistema solar é composto por 8 planetas (Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno), julgue o item.

Se Netuno tem um raio aproximadamente 4 vezes maior que o da Terra, é correto estimar que seu volume é 16 vezes maior que o da Terra.

9. (AOCP/SED-MS/2022) Sejam V1 o volume de um cone de altura 3 cm e raio da base 2 cm e V2 o volume de uma esfera inscrita em um cubo de 12 cm de aresta. Nessas condições, a razão entre o volume da esfera e o volume do cone é igual a

A) 72.

B) 86.

C) 144.

D) 236.

E) 576.

10. (IBADE/PREF. VILA VELHA/2020) A altura do cone de revolução circunscrito a uma esfera de raio R, dado o volume do cone igual a 32πR³/9 é:

A) 8R.

B) 8R/3.

C) 8R ou 8R/3.

D) 8R e 8R/3.

E) 4R.

11. (IBFC/PREF. VINHEDO/2019) Considere um cubo de aresta K e uma esfera de mesmo diâmetro K. A diferença entre o volume do cubo e o volume da esfera será:

A) $\left(1-\frac{\pi}{12}\right)K^3$

B) $\left(1-\frac{\pi}{6}\right)K^3$

C) $\left(\frac{\pi}{3}-1\right)K^3$

D) $(\pi-1)K^3$

12. (FUNDATEC/PREF. MAMPITUBA/2018) O volume de uma esfera inscrita em um cubo de aresta medindo 18 cm é:

A) 729π cm^3.

B) 972π cm^3.

C) 1.458π cm^3.

D) 7.776π cm^3.

E) 11.664π cm^3.

13. (DIRENS/EEAR/2016) Uma esfera está inscrita num cilindro equilátero cuja área lateral mede 16π cm². O volume da esfera inscrita é

A) 8π

B) 16π

C) 32π/3

D 256π/3

14. (Inst. Consulplan/Pref. Pitangueiras/2019) Uma esfera de raio de 3 cm é colocada dentro de um cubo, de forma que a esfera fique tangente a cada uma das seis faces do cubo. O volume, em centímetros cúbicos, da região interna ao cubo e externa a esfera é: (Se necessário, considere π=3.)

A) 96

B) 108

C) 132

D) 148

15. (QUADRIX/CRF GO/2022) Considerando uma esfera com 36π metros cúbicos de volume, julgue o item.

O raio dessa esfera é igual a 3 metros.

16. (QUADRIX/COREN AP/2022) Julgue o item.

O volume de uma esfera é sempre um número irracional.

Gabarito

1. LETRA D
2. LETRA D
3. ERRADO
4. ERRADO
5. LETRA C
6. LETRA C
7. LETRA C
8. ERRADO
9. LETRA A
10. LETRA C
11. LETRA B
12. LETRA B
13. LETRA C
14. LETRA B
15. CERTO
16. ERRADO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.