Aula 05

PRF (Policial) Raciocínio Lógico Matemático - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

07 de Fevereiro de 2023

Índice

1) Sequências Numéricas ... 3
2) Sequência de Figuras ... 15
3) Sequência de Letras e Palavras ... 18
4) Questões Comentadas - Sequências Numéricas - Multibancas ... 21
5) Questões Comentadas - Sequências de Figuras - Multibancas ... 60
6) Questões Comentadas - Sequência de Letras e Palavras - Multibancas ... 84
7) Lista de Questões - Sequências Numéricas - Multibancas ... 104
8) Lista de Questões - Sequências de Figuras - Multibancas ... 113
9) Lista de Questões - Sequência de Letras e Palavras - Multibancas ... 123

RACIOCÍNIO SEQUENCIAL

Sequências Numéricas

O assunto de Raciocínio Sequencial **possui uma teoria muito discreta** que muitas vezes não chega a ser requisitada para a resolução das questões dessa parte da matéria. As questões exigem muito mais que você seja capaz de **desenvolver um raciocínio coerente do que realmente saber se você aprendeu alguma teoria a respeito**. Apesar disso, darei aqui uma introdução ao estudo das sequências para que você possa desenvolver uma noção intuitiva da matéria que te ajudará na hora desenvolver seu raciocínio. Mãos à obra!

De modo objetivo, podemos definir as sequências afirmando que são **listas de números em que os termos obedecem a uma determinada regra de sucessão**. Vamos ver alguns exemplos?

- (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...);
- (1, 1 ,2 ,2 ,3 ,3, 4, 4, ...);
- (2, 4, 8, 16, 32, ...);
- (1, -1, 1, -1, 1, -1, ...);

Normalmente, as sequências aparecem representadas na forma acima: **entre parênteses, termo separados por vírgulas e com as reticências ao final, caso necessário**. De modo geral, também é possível representar as sequências da seguinte forma:

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots)$$

Nesse tipo de representação, temos que o **a_1 é lido como "a índice um"**, a_2 é o "a índice dois", a_3 é o "a índice três" e assim sucessivamente. Por exemplo, na sequência $(3, 6, 9, 12, 15, \dots)$ temos que:

- $a_1 = 3$
- $a_2 = 6$
- $a_3 = 9$
- $a_4 = 12$
- $a_5 = 15$

Esse índice que está subscrito ao "a" indica a ordem do termo! a_1é o primeiro termo da sequência, a_2 é o segundo termo da sequência, a_3 é o terceiro. Quando queremos representar um termo de uma sequência e não sabemos qual a sua ordem, **simplesmente o denotamos como a_n** e o lemos **"a índice n"**. Essa mesma notação pode ser usada para denotar um termo genérico e a sua lei de formação. Vamos detalhar.

A sequência $(3, 6, 9, 12, 15, \dots)$ pode ser representada simplesmente como $\boldsymbol{a_n = 3 \cdot n}$. O n é qualquer número pertencente **ao conjunto dos números naturais excluindo o zero** $(\mathbb{N}^*)$, relembre-se:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Assim, ficamos com:

- Quando $n = 1$, então $a_1 = 3 \cdot 1 \implies a_1 = 3$
- Quando $n = 2$, então $a_2 = 3 \cdot 2 \implies a_2 = 6$
- Quando $n = 3$, então $a_3 = 3 \cdot 3 \implies a_3 = 9$
- Quando $n = 4$, então $a_4 = 3 \cdot 4 \implies a_4 = 12$
- Quando $n = 5$, então $a_5 = 3 \cdot 5 \implies a_5 = 15$

Veja que obtivemos exatamente **os mesmos números** da sequência que estávamos tratando, inclusive na ordem dada. Conclusão: nossas sequências podem ser representadas de formas diferentes, por meio da lei de formação, e não só na forma explícita $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots)$.

Existem **sequências que apresentam um padrão muito específico**. Essas sequências ganham um nome especial e trataremos delas nas seções subsequentes. Faremos, a partir desse ponto, uma intersecção com a disciplina de matemática, apresentando a vocês **a sequência de Fibonacci, a progressão aritmética e a progressão geométrica**. Fique ciente que não esgotaremos nenhum desses conteúdos, apenas veremos o suficiente para desenvolver uma noção intuitiva que será suficiente para a resolução das questões.

HORA DE PRATICAR!

(SEFAZ-AM/2022) Uma sequência de números inteiros é tal que cada termo, a partir do terceiro, é a soma do seu termo antecessor com o dobro do antecessor do antecessor. Sabe-se que o sexto termo dessa sequência é 85 e, o oitavo, é 341. O quarto termo da referida sequência é
a) 15.
b) 17
c) 19
d) 21
e) 23

Comentários:
Questão bem legal! Vamos analisar a informação crucial:

"Cada termo, a partir do terceiro, **é a soma do seu antecessor com o dobro do antecessor do antecessor**."

Na prática, temos o seguinte:

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_2$$

$$a_3 = a_2 + 2a_1 \qquad (1)$$

$$a_4 = a_3 + 2a_2 \qquad (2)$$

$$a_5 = a_4 + 2a_3 \qquad (3)$$

$a_6 = a_5 + 2a_4 \qquad (4)$

$a_7 = a_6 + 2a_5 \qquad (5)$

$a_8 = a_7 + 2a_6 \qquad (6)$

Escrevi até a equação (6) **pois o enunciado deu o oitavo $(a_8 = 341)$ e o sexto $(a_6 = 85)$** termo. Com isso, por meio de (6), podemos encontrar o a_7.

$$a_8 = a_7 + 2a_6 \quad \rightarrow \quad 341 = a_7 + 2 \cdot 85 \quad \rightarrow \quad a_7 = 341 - 170 \quad \rightarrow \quad a_7 = 171$$

Com o valor de a_7, podemos usar a equação (5) para encontrar a_5.

$$a_7 = a_6 + 2a_5 \quad \rightarrow \quad 171 = 85 + 2 \cdot a_5 \quad \rightarrow \quad 86 = 2a_5 \quad \rightarrow \quad a_5 = 43$$

Com o valor de a_5, podemos usar a equação (4) para **encontrar a_4**.

$$a_6 = a_5 + 2a_4 \quad \rightarrow \quad 85 = 43 + 2a_4 \quad \rightarrow \quad 42 = 2a_4 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_4 = 21}$$

Pronto! Podemos marcar a alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

Sequência de Fibonacci

Pessoal, a sequência de Fibonacci **é muito conhecida no meio matemático**. Reconhecê-la na hora da prova pode ser um diferencial, de modo a propiciar mais confiança e agilidade na questão. *E qual é a sequência de Fibonacci?*

$$(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \ldots)$$

Você consegue desvendar o padrão dessa sequência? Destrincharemos essa sequência para você. A sequência de Fibonacci é definida a partir de dois valores iniciais: **o primeiro e o segundo termo**. Em uma sequência qualquer, chamaríamos esses termos de a_1 e a_2. No entanto, estamos falando da sequência de Fibonacci e por esse motivo, chamamos esses termos de **F_1 e F_2**.

Note que os dois primeiros termos dessa sequência são iguais a 1! Depois, **cada termo subsequente é formado pela soma dos dois anteriores**! Percebeu?

- $F_3 = F_1 + F_2 \implies F_3 = 1 + 1 = 2$
- $F_4 = F_3 + F_2 \implies F_4 = 2 + 1 = 3$
- $F_5 = F_4 + F_3 \implies F_5 = 3 + 2 = 5$
- $F_6 = F_5 + F_4 \implies F_6 = 5 + 3 = 8$
- Por aí vai...

Podemos representar esses fatos **de uma forma resumida e organizada**. Para essa finalidade, definimos a sequência de Fibonacci da seguinte forma:

$$F_n = \begin{cases} 1, se\ n = 1 \\ 1, se\ n = 2 \\ F_{n-1} + F_{n-2}, se\ n \geq 3 \end{cases}$$

Veja que é tudo o que a gente falou até aqui, **mas utilizando a notação matemática**. Os dois primeiros termos **são iguais** a um e um termo genérico F_n é dado como a soma dos dois termos anteriores a ele: $\boldsymbol{F_{n-1} + F_{n-2}}$. Podemos, ainda, representar a sequência de Fibonacci de mais um jeito**, através de uma fórmula**! Qualquer termo da sequência de Fibonacci pode ser obtido usando a seguinte expressão:

$$F_n = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^n - \left(1-\sqrt{5}\right)^n}{2^n\sqrt{5}}$$

É um jeito mais trabalhoso de obtermos os termos, pois precisaremos ficar desenvolvendo os binômios. Recomendo que, para escrever a sequência, utilize **nossa regra de somar os dois termos anteriores**, lembrando que **os dois primeiros termos são iguais a um**. No mais, é importante ter uma noção do aspecto da fórmula, pois poderá te ajudar em eventuais questões. Falando nelas, vamos fazer algumas?

(ALESE/2018) Um servidor público, no seu primeiro dia de trabalho, atendeu uma única pessoa, o que se repetiu no segundo dia. A partir do terceiro, o número de pessoas atendidas por ele sempre foi igual à soma dos números de pessoas atendidas nos dois dias anteriores. Seu supervisor prometeu que, se houvesse um dia em que ele atendesse 50 ou mais pessoas, ele ganharia uma folga extra. Considerando que o padrão de atendimentos descrito se manteve, o servidor ganhou sua primeira folga extra ao final do

A) oitavo dia de trabalho.

B) décimo dia de trabalho.

C) décimo segundo dia de trabalho.

D) vigésimo dia de trabalho.

E) vigésimo segundo dia de trabalho.

Comentários:

Vamos **montar uma sequência** com as informações fornecidas no enunciado. Temos que um servidor público atendeu uma pessoa no primeiro dia de trabalho, $\boldsymbol{a_1 = 1}$. No segundo dia, o servidor atendeu também uma pessoa, $\boldsymbol{a_2 = 1}$. A partir do terceiro dia, o número de pessoas atendidas **é igual à soma dos <u>dois dias anteriores</u>**. Por exemplo, $\boldsymbol{a_3 = a_1 + a_2 = 2}$.

Note que a sequência cujo os dois primeiros termos são 1 e os demais termos é a soma do dois anteriores é uma sequência muito conhecida no meio matemático: **é a sequência de Fibonacci**. Lembre-se:

$$F_n = \begin{cases} 1, se\ n = 1 \\ 1, se\ n = 2 \\ F_{n-1} + F_{n-2}, se\ n \geq 3 \end{cases}$$

Logo, queremos achar **o primeiro termo da sequência de Fibonacci maior do que 50**. Como fazemos isso? O jeito mais fácil é escrever todos eles!

F_1	F_2	$F_3 = F_1 + F_2$	$F_4 = F_2 + F_3$	$F_5 = F_3 + F_4$
1	1	2	3	5
$F_6 = F_4 + F_5$	$F_7 = F_6 + F_5$	$F_8 = F_7 + F_6$	$F_9 = F_8 + F_7$	$F_{10} = F_9 + F_8$
8	13	21	34	55

Encontramos, portanto, que **ao fim do décimo dia** o servidor terá atendido **55 pessoas** e ganhará a sua primeira folga extra.

Gabarito: Letra B.

Noções Básicas de Progressão Aritmética

A **progressão aritmética** é o tipo de sequência mais comum em questões. De modo geral, é qualquer sequência cujo **termo subsequente difere do anterior por uma constante**. É mais fácil do que você está pensando! Vamos ver alguns exemplos para começar a destrinchar essa matéria!

- $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots)$
- $(2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots)$
- $(21, 14, 7, 0, -7, -14, -21, \ldots)$
- $(0, 50, 100, 150, 200, 250, \ldots)$

Você é capaz de identificar os padrões das sequências acima? Todas elas são exemplos de progressões aritméticas. À medida que "se anda" na sequência**, os termos sempre aumentam (ou diminuem) de um mesmo um valor**.

- $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots) \Longrightarrow$ Cada termo subsequente é igual ao anterior mais 1.
- $(2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots) \Longrightarrow$ Cada termo subsequente é igual ao anterior mais 2.
- $(21, 14, 7, 0, -7, \ \ldots) \Longrightarrow$ Cada termo subsequente é igual ao anterior menos 7.
- $(0, 50, 100, 150, 200, \ \ldots) \Longrightarrow$ Cada termo subsequente é igual ao anterior mais 50.

Esse número que somamos ou subtraímos de cada termo é chamado de razão (r). Quando a razão é positiva, nós dizemos que a **PA é crescente**, quando é negativa, dizemos que a **PA é decrescente**. Observe que em uma progressão aritmética de forma geral $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots)$, sempre poderemos escrever um termo como função da razão e do primeiro termo.

- $a_2 = a_1 + r$
- $a_3 = a_2 + r \quad \Longrightarrow \quad a_3 = (a_1 + r) + r \quad \Longrightarrow \quad a_3 = a_1 + 2r$
- $a_4 = a_3 + r \quad \Longrightarrow \quad a_4 = (a_1 + 2r) + r \quad \Longrightarrow \quad a_4 = a_1 + 3r$
- $a_5 = a_4 + r \quad \Longrightarrow \quad a_5 = (a_1 + 3r) + r \quad \Longrightarrow \quad a_5 = a_1 + 4r$

Note que utilizamos o fato de que, em uma PA, **um determinado termo é igual ao seu anterior mais uma constante**. Para descobrir o a_5, nós só precisamos do a_1 e da razão (r), **não sendo necessário escrever todos os termos da PA até o a_5**. Imagine, por exemplo, que você quer saber o a_{50} da sequência

$(2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots)$. Você concorda que listar os 50 termos não seria uma tarefa muito rápida? Se você souber o a_1 e a razão (r), é possível determiná-lo em segundos. A **fórmula do termo geral de uma progressão aritmética** é dada pela expressão abaixo, guarde ela bem!

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot r}$$

Por exemplo, para obter o a_{50} da sequência $(2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots)$, basta sabermos que $a_1 = 2$ e $r = 2$.

$$a_{50} = 2 + (50-1) \cdot 2$$

$$a_{50} = 2 + 49 \cdot 2$$

$$\boxed{a_{50} = 100}$$

E se a razão for negativa, como fazemos**? Absolutamente do mesmo jeito, não vai mudar nada**. Vamos pegar a sequência $(21, 14, 7, 0, -7, \ \dots)$ que possui razão $r = -7$ e primeiro termo $a_1 = 21$. Veja que é uma PA decrescente. Qual será o a_{75}? Da fórmula do termo geral de uma progressão aritmética, podemos fazer:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{75} = 21 + (75-1) \cdot (-7)$$

$$a_{75} = 21 - 74 \cdot 7$$

$$a_{75} = -497$$

Um fato que eu gostaria de ressaltar com vocês é que a escolha da letra "a" para representar elementos de uma sequência **é só uma convenção**. Na prática, você poderá ver sequências representadas das mais diferentes maneiras, por exemplo, utilizando a letra "b" no lugar da letra "a": $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, \dots)$ e escrevendo o termo geral como $b_n = b_1 + (n-1) \cdot r$. **Esse tipo de notação é válido**! Não tem problema algum, **é ao gosto do freguês**! Por isso, quando você ver sequências representadas com outras letras, continua sendo uma sequência e **a abordagem é exatamente a que estamos fazendo aqui**. *Entendido?*

Existe mais uma fórmula dentro do universo da progressão aritmética que é a da **soma dos n primeiros termos**. Não irei entrar no mérito da demonstração pois, apesar de ser uma demonstração simples, fugirá do escopo de uma aula de raciocínio lógico.

Imagine que temos a seguinte PA: $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots)$. Qual é a soma dos 100 primeiros termos? Para responder essa pergunta, temos que realizar uma tarefa que parece não ser tão imediata, concorda? Porém, utilizando a fórmula da **soma dos n primeiros termos de uma PA**, podemos responder de maneira rápida. A fórmula da soma dos n primeiros termos é dada por:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}}$$

Ou seja, para calcularmos a soma dos n primeiros termos, precisamos do a_1 e do a_n. Como estamos atrás dos 100 primeiros termos, temos que $n = 100$ e precisamos encontrar o a_{100}.

$$a_{100} = 1 + (100 - 1) \cdot 1$$

$$a_{100} = 100$$

Substituindo na fórmula:

$$S_{100} = \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot \cancel{100}}{\cancel{2}}$$

$$S_{100} = (1 + 100) \cdot 50$$

$$S_{100} = 5050$$

Portanto, a soma dos 100 primeiros termos da progressão aritmética $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots)$ **é 5050**.

(CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o próximo item, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo**.**

No vigésimo quinto dia de aula, faltaram 50 alunos

Comentários:

O número de faltosos aumenta conforme **uma progressão aritmética de razão 2**, observe:

$\boldsymbol{a_1 = 0}$
$\boldsymbol{a_2 = 2}$
$\boldsymbol{a_3 = 4}$
$\boldsymbol{a_4 = 6}$

Sabemos que **a fórmula do termo geral de uma PA** é dada por:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Queremos calcular quantos alunos faltaram no 25º dia $(n = 25)$. Como a razão é 2 $(r = 2)$, então:

$$a_{25} = 0 + (25 - 1) \cdot 2$$

$$a_{25} = 48$$

Logo, no 25º dia, **faltaram 48 alunos**.

Gabarito: ERRADO

Noções Básicas de Progressão Geométrica

Pessoal, não entraremos muito a fundo na parte de Progressão Geométrica pois é mais comum sua cobrança na matéria de Matemática, apenas. No entanto, **comentaremos aqui os aspectos relevantes da matéria que devem ser levados para a sua prova de Raciocínio Lógico**.

Na parte de progressões aritméticas, vimos que elas são caracterizadas pela presença de uma razão, que somamos ao termo anterior para obtermos o termo subsequente. **Na progressão geométrica, também teremos uma razão que entrará não somando o termo anterior, mas multiplicando-o**! Vamos com calma! São exemplos de PGs as seguintes sequências:

- $(2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots);$
- $(5, 25, 125, 625, \dots);$
- $(100, 10, 1, 0.1, 0.01, \dots);$

Veja que, na primeira sequência acima, **cada termo subsequente é o dobro do anterior**. Na segunda sequência, multiplicamos cada próximo termo por 5 em relação ao termo passado. Por fim, na nossa terceira sequência, cada termo subsequente está multiplicado por 0,1 em relação ao anterior. **Esses números que multiplicamos os termos são as razões de cada sequência e, no estudo das PGs, denotamos ela por q e não mais por r.**

HORA DE PRATICAR!

Texto para as próximas questões

Uma unidade da PRF interceptou, durante vários meses, lotes de mercadorias vendidas por uma empresa com a emissão de notas fiscais falsas. A sequência dos números das notas fiscais apreendidas, ordenados pela data de interceptação, é a seguinte: 25, 75, 50, 150, 100, 300, 200, 600, 400, 1.200, 800, ... Tendo como referência essa situação hipotética, julgue o item seguinte, considerando que a sequência dos números das notas fiscais apreendidas segue o padrão apresentado.

(PRF/2019) A partir do padrão da sequência, infere-se que o 12º termo é o número 1.600.

Comentários:

Vamos extrair do enunciado a sequência fornecida para uma melhor análise:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	
25,	75,	50,	150,	100,	300,	200,	600,	400,	1.200,	800,	x,	...

O examinador faz uma afirmação sobre o 12º termo, isto é, o a_{12}. Para conseguir encontrar o seu valor, é necessário determinar **o padrão da sequência**. Observe que existem **duas progressões geométricas** dentro dessa sequência principal. Vamos destacá-las?

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12}

25, 75, 50, 150, 100, 300, 200, 600, 400, 1.200, 800, x, ...

× 2 × 2 × 2 × 2 × 2

Veja que os números destacados em vermelho formam uma progressão geométrica de razão 2. Além disso, **os termos que formam essa sequência sempre pulam um termo da sequência principal**. A outra PG é formada com os demais termos que não estão destacados e também possui razão 2.

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12}

25, 75, 50, 150, 100, 300, 200, 600, 400, 1.200, 800, x, ...

× 2 × 2 × 2 × 2 × 2

Para encontrarmos o valor do a_{12}, basta seguirmos o padrão acima, multiplicando o a_{10} por 2.

$$\boldsymbol{a_{12} = a_{10} \cdot 2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a_{12} = 1200 \cdot 2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a_{12} = 2400}$$

Gabarito: ERRADO.

A questão acima mostra que, na prática, **você não precisa de conhecimentos avançados em PG para resolver questões de Raciocínio Sequencial** (no entanto, é muito importante estar afiado nesse assunto para sua prova de Matemática, se houver previsão no edital!).

Observe que, se você conhece esse tipo de sequência, **fica bem mais fácil reconhecer os padrões trazidos pela questão**, facilitando muito resolvê-la. Para encerrar esse breve tópico, quero ainda apresentar-lhes algumas formas. Assim como na PA, a PG possui uma fórmula para o termo geral em função da razão (q), do primeiro termo (a_1) e da ordem (n) do termo procurado.

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

Se, por acaso, você precisasse descobrir o a_{11} da sequência $(2, 4, 8, 16, 32, 64, \ldots)$, o que faria? Obviamente, uma **solução seria listar todos os termos até o a_{11}** sempre multiplicando o termo anterior por 2 para obter o termo subsequente. No entanto, você também poderia **aplicar a fórmula do termo geral** e descobrir de imediato:

$$a_{11} = 2 \cdot 2^{11-1} \quad \rightarrow \quad a_{11} = 2 \cdot 2^{10} \quad \rightarrow \quad a_{11} = 2^{11} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a_{11} = 2048}$$

E como faríamos para obter a soma de todos os termos da sequência acima? Digo de a_1 até a_{11}? Temos uma fórmula para isso, anote (ou revise) aí.

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}}$$

Essa é a **fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita**. Logo, a soma dos 11 primeiros termos da PG $(2, 4, 8, 16, 32, 64, \ldots)$ é:

$$S_{11} = \frac{2 \cdot (2^{11} - 1)}{2 - 1} \quad \rightarrow \quad S_{11} = \frac{2 \cdot (2048 - 1)}{1} \quad \rightarrow \quad S_{11} = 2 \cdot 2047 \quad \rightarrow \quad S_{11} = 4094$$

Ok! *Professor, vi que você comentou que essa é a fórmula para a soma dos termos de uma **P. G. finita**. Por acaso existe uma **P.G. infinita**?* Boa observação! Existe sim! **Uma sequência é tão grande quanto você queira** e caso ela tenha infinitos termos, sob algumas condições, você poderá somar todos eles por meio de uma fórmula específica. Vamos detalhar isso um pouco mais.

Continue considerando a PG que estávamos trabalhando: $(2, 4, 8, 16, 32, 64, \ldots)$. Observe que **os termos continuam aumentando cada vez mais**, de modo que a soma dos infinitos termos certamente também dará um **número estratosférico (infinito).**

Agora, imagine que estamos com a sequência $\left(2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots\right)$. Note que se trata de uma P.G. com razão $q = \frac{1}{2}$. **Os termos vão se tornando cada vez menores**. Com isso, a soma vai tender a se "estabilizar" em um valor e poderemos calculá-lo. Vamos ver?

- Soma dos dois primeiros termos: $2 + 1 = \mathbf{3}$
- Soma dos três primeiros termos: $2 + 1 + 1/2 = \mathbf{3,5}$
- Soma dos quatro primeiros termos: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \mathbf{3,75}$
- Soma dos cinco primeiros termos: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \mathbf{3,875}$
- Soma dos sete primeiros termos: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \mathbf{3,9375}$
- Soma dos oito primeiros termos: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \mathbf{3,96875}$
- Soma dos nove primeiros termos: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \mathbf{3,984375}$
- Soma dos dez primeiros termos: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \mathbf{3,9921875}$

Galera, vocês conseguem perceber que nossa primeira soma foi igual a 3 e depois de somar vários outros termos **não passamos nem do número 4**? Isso porque **os termos diminuem cada vez mais e mais**. O limite da soma quando o número de termos tender ao infinito será exatamente 4. A fórmula que nos fornece esse valor é:

$$\boxed{S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}}$$

Essa é **a fórmula da soma dos infinitos termos de uma PG**. Ressalto que ela **só será válida quando o módulo da razão for menor do que um, isto é,** $|q| < 1$. Agora, vamos ver na prática!

HORA DE PRATICAR!

(SEFAZ-RS/2018) Sobre uma mesa há 9 caixas vazias. Em uma dessas caixas, será colocado um grão de feijão; depois, em outra caixa, serão colocados três grãos de feijão. Prosseguindo-se sucessivamente, será escolhida uma caixa vazia, e nela colocada uma quantidade de grãos de feijão igual ao triplo da quantidade colocada na caixa anteriormente escolhida, até que não reste caixa vazia. Nessa situação, nas 9 caixas será colocada uma quantidade de grãos de feijão igual a

A) $\frac{3^9-1}{2}$

B)$3^9 - 1$

C) $\frac{3^{10}-1}{2}$

D) $3^{10} - 1$

E) $\frac{3^8-3}{2}$

Comentários:

Pessoal, temos 9 caixas. Na primeira caixa será colocado um único grão de feijão, depois será colocado 3 grãos em outra, depois o triplo (9) e assim sucessivamente... Veja que está sendo formado uma sequência muito conhecida:

$$(1, 3, 9, 27, 81, \dots)$$

Portanto, temos uma **P.G. de razão 3**. O enunciado pede a soma de todos os grãos colocados nas caixas. Em outras palavras, queremos **a soma dos 9 primeiros termos** dessa sequência (são 9 caixas). Lembre-se:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Olhando para a sequência, tiramos que $a_1 = 1$, $q = 3$ e $n = 9$. Logo,

$$S_9 = \frac{1 \cdot (3^9 - 1)}{3 - 1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{S_9 = \frac{3^9 - 1}{2}}$$

Gabarito: LETRA A.

(CRMV-ES/2018) Marque a alternativa que apresente a soma da progressão geométrica infinita abaixo.

$$1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots$$

A) 1

B) $\frac{5}{3}$

C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{4}{3}$

Comentários:

Pessoal, questão apenas para testarmos o que vimos. O enunciado quer a soma da progressão geométrica infinita dada. Sabemos que **a soma dos termos de uma P.G. infinita** é dada por:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$

Para calcular essa soma, basta sabermos **o primeiro termo (a_1) e a razão (q)**. Olhando para a sequência do enunciado, temos que $a_1 = 1$. Além disso, a razão pode ser encontrada dividindo dois termos consecutivos:

$$q = \frac{a_2}{a_1} \quad \rightarrow \quad q = \frac{\frac{1}{4}}{1} \quad \rightarrow \quad q = \frac{1}{4}$$

Veja que $|q| < 1$ e, portanto, **a fórmula é aplicável**. Substituindo os valores de a_1 e q:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} \quad \rightarrow \quad S_\infty = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} \quad \rightarrow \quad S_\infty = \frac{1}{\frac{3}{4}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{S_\infty = \frac{4}{3}}$$

Gabarito: LETRA E.

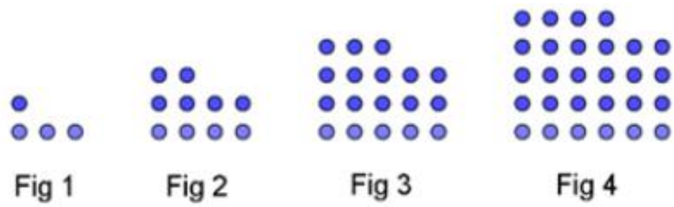
Sequências de Figuras

Além de entender as sequências numéricas, é fundamental que consigamos desvendar padrões por trás de **sequências de figuras**. No entanto, como falamos anteriormente, **<u>não</u> existe uma teoria formalizada** sobre o assunto. *E o que fazemos, professor?*

O segredo aqui é <u>muito treino</u>, pessoal! E é por esse motivo que focaremos nas questões!

A seguir, resolverei uma questão sobre o tema para você ter uma noção do que estou falando. Logo depois, é sua tarefa tentar resolver **a lista de exercícios**. Se surgirem dúvidas, você deve conferir os comentários! Use e abuse deles, pois são fundamentais para o aprendizado.

(TJ-RO/2021) Observe a sequência de figuras a seguir.



Mantendo o padrão apresentado nas figuras acima, o número de bolinhas da figura 15 é:

A) 238;
B) 244;
C) 258;
D) 270;
E) 304

Comentários:

Vamos resolver esse exercício de duas maneiras! A primeiras delas é contar as bolinhas mesmo! No entanto, podemos simplificar essa conta ao **entender como o número de bolinhas está aumentando**. Observe a tabela abaixo.

Figura	Quantidade de Bolinhas	Diferença
1	4	-
2	10	6
3	18	8
4	28	10

Note que **a figura 2 tem <u>6 bolinhas a mais</u>** do que a primeira. Por sua vez, **a figura 3 tem <u>8 bolinhas a mais</u>** do que a segunda. Por fim, **a figura 4 tem <u>10 bolinhas a mais</u>** do que a terceira.

Nessa lógica, podemos concluir que **a figura "5" terá <u>12 bolinhas a</u> mais** do que a quarta figura, a figura "5" terá <u>14 bolinhas a mais</u> do que sua antecessora e assim sucessivamente... **Sempre <u>aumentando 2 bolinhas a mais do que antes</u>**. Com essas informações, vamos continuar a tabela acima.

Figura	Quantidade de Bolinhas	Diferença
1	4	-
2	10	6
3	18	8
4	28	10
5	40	12
6	54	14
7	70	16
8	88	18
9	108	20
10	130	22
11	154	24
12	180	26
13	208	28
14	238	30
15	**270**	**32**

Ao prosseguir com a tabela, chegamos ao resultado de que a figura 15 terá 270 bolinhas.

A segunda forma de fazer, poderia custar um tempo "inicial" maior, pois é de maior dificuldade. No entanto, uma vez que o aluno percebesse isso, a resposta sairia com uma "única" conta.

Figura	Qtd de Bolinhas	Padrão
Figura 1	4	$1 \cdot (1 + 3)$
Figura 2	10	$2 \cdot (2 + 3)$
Figura 3	18	$3 \cdot (3 + 3)$
Figura 4	28	$4 \cdot (4 + 3)$

Note **que é possível determinar a quantidade de bolinhas apenas com o número da figura**. A quantidade de bolinhas dessa sequência é dada pela fórmula:

$$Q_n = n(n + 3)$$

Em que "n" é o número da figura! Faça o teste!

Pessoal, uma pausa aqui! Eu sei que **determinar essa fórmula <u>não é algo fácil</u>** de fazer na hora da prova! Tenho total consciência disso! Meu intuito aqui é fazer você perceber que pode existir **uma fórmula** por trás de um determinado problema. Sendo assim, caso você perceba que está fazendo muita conta para chegar no resultado, em uma questão de raciocínio sequencial, então é possível que o examinador não queira todas as contas, mas sim, que você consiga **derivar uma expressão genérica** para aplicá-la na condição pedida.

No caso dessa questão, queremos o número de bolinhas na figura 15:

$$Q_{15} = 15 \cdot (15 + 3) \quad \rightarrow \quad Q_{15} = 15 \cdot 18 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{Q_{15} = 270}}$$

Gabarito: LETRA D.

Sequências de Letras e Palavras

Essas sequências despencam em provas! As bancas gostam bastante! Por esse motivo, atenção redobrada aqui! Vou reforçar que não temos uma teoria formalizada disso. Por essa razão, recomendo **que veja muitos exercícios resolvidos**, pois será a chave para que você desenrole qualquer questão sobre assunto.

Uma boa notícia que posso dar, é que "padrão" das questões se repetem muito. Com isso, podemos montar um **passo a passo** para que você tenha velocidade durante a prova e **ganhe preciosos minutos**! Quando ver questões desse tipo, saberá exatamente o que fazer!

LEITURA OBRIGATÓRIA

HORA DE PRATICAR!

DESPENCA NA PROVA!

(TJ-RO/2021) Um artista criou uma faixa decorativa com o nome do estado escrito diversas vezes em sequência:

SERGIPESERGIPESERGIPESERG...

A milésima letra dessa faixa é:
A) S;
B) R;
C) G;
D) I;
E) P.

Comentários:
O primeiro passo é identificar a palavra que está se repetindo. Nesse caso, a palavra que se repete é **SERGIPE.** Observe que **SERGIPE tem 7 letras**. O segundo passo é identificar a letra que está sendo pedida. No caso dessa questão, **queremos a 1000ª letra**. Para determinar que letra é essa, devemos dividir 1000 por 7.

- 1000 é por causa da ordem da letra que estamos procurando.
- 7 é a quantidade de letras da palavra SERGIPE.

Ao fazer isso, **o quociente** nos informará quantas vezes a palavra de SERGIPE apareceu completamente. Por sua vez, **o resto** dessa divisão indicará em qual letra a sequência "parou".

$$
\begin{array}{r|l}
1000 & 7 \\ \cline{2-2}
-7 & 142 \\ \cline{1-1}
30 & \\
-28 & \\ \cline{1-1}
20 & \\
-14 & \\ \cline{1-1}
6 &
\end{array}
$$

O quociente foi 142, ou seja, a palavra SERGIPE apareceu **inteiramente** **142 vezes** antes da milésima letra. Por fim, **o resto "6" indica que a 1000ª letra é a 6ª letra da palavra SERGIPE**, ou seja, **a letra "P".**

$$\underbrace{SERGIPE}_{1^{a}\ vez}\ \underbrace{SERGIPE}_{2^{a}\ vez}\ \underbrace{SERGIPE}_{3^{a}\ vez}\ \ldots\ \underbrace{SERGIPE}_{141^{a}\ vez}\ \underbrace{SERGIPE}_{142^{a}\ vez}\ SERGI\ \ \underbrace{P}_{1000^{a}}$$

Gabarito: LETRA D.

(IMBEL/2021) Um funcionário da fábrica da IMBEL de Juiz de Fora pensou em pintar uma faixa decorativa no muro externo da fábrica com o motivo abaixo:

I M B E L J F I M B E L J F I M B E L J F ...

Mantendo esse padrão, a 500ª letra dessa faixa será

A) B.
B) E.
C) L.
D) J.
E) F.

Comentários:

Mais uma questão naquele estilo! O procedimento é o mesmo, vamos aplicá-lo aqui!

1º passo - Identificar a palavra que se repete

$$IMBELJF$$

2º passo - *Quantas letras tem essa palavra?*

$IMBELJF$ tem 7 letras.

3º passo - *Qual a letra que o enunciado quer?*

A questão pede a 500ª letra.

4º passo - **Dividir 500 por 7.**

$$\begin{array}{rr|l} & 500 & 7 \\ - & 49\downarrow & \overline{71} \\ \hline & 10 & \\ - & 7 & \\ \hline & 3 & \end{array}$$

O que essa divisão nos fornece?

Como **o quociente é 71**, temos que IMBELJF aparece completamente 71 vezes antes de chegarmos na 500ª letra. Por sua vez, **o resto igual a 3 indica que a letra procurada é a 3ª letra da palavra IMBELJF, ou seja, a letra "B"**.

Gabarito: LETRA A.

Questões Comentadas

Sequências Numéricas

CEBRASPE

1. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Supondo-se que cada um dos 30 processos analisados nesse dia tenha uma quantidade diferente de páginas, que o processo com menor quantidade de páginas tenha 20 páginas e que metade dos processos tenha, cada um, mais de 50 páginas, conclui-se que mais de 1.100 páginas foram analisadas naquele dia.

Comentários:

Pessoal, temos 30 processos. É dito que **cada um deles possui uma quantidade diferente de páginas**. Dessa forma, se um dos processos possui 20 páginas, só ele possui 20 páginas. Além disso, **metade dos processos tem mais de 50 páginas.** Vamos, então, formar duas progressões aritméticas. A primeira representando a metade que **tem número de páginas inferior a 50 e maior do que 20.** A segunda representando a outra metade, em que cada processo possui mais de 50 páginas.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}
Páginas	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34

Cada um dos a_i acima representa um processo e seu número de página. Note que todos os processos possuem número de páginas diferentes, com a menor quantidade de páginas sendo 20, exatamente como proposto pelo enunciado. Ademais, **decidimos que cada processo iria ter uma página a mais do que o anterior** para simular uma **condição mínima**. Note, então, que temos uma PA de razão 1 e da teoria, sabemos somar seus termos.

$$S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Na nossa situação, temos $n = 15$ termos.

$$S = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(20 + 34) \cdot 15}{2} = 405$$

Logo, na primeira metade de processos, temos **405 páginas para serem analisadas**. Considere agora a segunda metade, em que cada processo tem mais de 50 páginas, nossa progressão muda.

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}

Páginas	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65

Somando o número de páginas da segunda metade.

$$S = \frac{(b_1 + b_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(51 + 65) \cdot 15}{2} = 870$$

Logo, na segunda metade de processos, **temos 870 páginas para serem analisadas**. Com isso, totalizamos:

$$Total = 405 + 870 = 1275\ páginas$$

Já que $1275\ > \ 1100$, então o item está correto.

Gabarito: CERTO

Texto para as próximas questões

Uma unidade da PRF interceptou, durante vários meses, lotes de mercadorias vendidas por uma empresa com a emissão de notas fiscais falsas. A sequência dos números das notas fiscais apreendidas, ordenados pela data de interceptação, é a seguinte: 25, 75, 50, 150, 100, 300, 200, 600, 400, 1.200, 800, ...

Tendo como referência essa situação hipotética, julgue o item seguinte, considerando que a sequência dos números das notas fiscais apreendidas segue o padrão apresentado.

2. (CESPE/PRF/2019) A partir do padrão da sequência, infere-se que o 12º termo é o número 1.600.

Comentários:

Vamos extrair do enunciado a sequência fornecida para uma melhor análise:

$$\begin{array}{cccccccccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} & \\ 25, & 75, & 50, & 150, & 100, & 300, & 200, & 600, & 400, & 1.200, & 800, & x, & ... \end{array}$$

O examinador faz uma afirmação sobre o 12º termo, isto é, o a_{12}. Para conseguir encontrar o seu valor, é necessário determinar **o padrão da sequência**. Observe que existem **duas progressões geométricas** dentro dessa sequência principal. Vamos destacá-las?

$$\begin{array}{cccccccccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} & \\ 25, & 75, & 50, & 150, & 100, & 300, & 200, & 600, & 400, & 1.200, & 800, & x, & ... \\ & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & & \end{array}$$

Veja que os números destacados em vermelho formam uma progressão geométrica **de razão 2**. Além disso, **os termos que formam essa sequência sempre pulam um termo da sequência principal**. A outra PG é formada com os demais termos que não estão destacados e **também possui razão 2**. Acompanhe no esquema abaixo:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	
25,	75,	50,	150,	100,	300,	200,	600,	400,	1.200,	800,	x,	...

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

Para encontrarmos o valor do a_{12}, basta seguirmos o padrão acima, multiplicando o a_{10} por 2.

$$a_{12} = a_{10} \cdot 2 \quad \Longrightarrow \quad a_{12} = 1200 \cdot 2 \quad \Longrightarrow \quad a_{12} = 2400$$

Gabarito: ERRADO.

3. (CESPE/PRF/2019) Se a_n for o n-ésimo termo da sequência, em que $n = 1, 2, 3, \dots$, então, para $n \geq 3$, tem-se que $a_n = 2 \times a_{n-2}$.

Comentários:

Vamos extrair do enunciado a sequência fornecida para uma melhor análise:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	
25,	75,	50,	150,	100,	300,	200,	600,	400,	1.200,	800,	x,	...

O examinador faz uma afirmação sobre o 12º termo, isto é, o a_{12}. Para conseguir encontrar o seu valor, é necessário determinar **o padrão da sequência**. Observe que existem **duas progressões geométricas** dentro dessa sequência principal. Vamos destacá-las?

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	
25,	75,	50,	150,	100,	300,	200,	600,	400,	1.200,	800,	x,	...

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

Veja que os números destacados em vermelho formam uma progressão geométrica **de razão 2**. Além disso, **os termos que formam essa sequência sempre pulam um termo da sequência principal**. A outra PG é formada com os demais termos que não estão destacados e **também possui razão 2**. Acompanhe no esquema abaixo:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	
25,	75,	50,	150,	100,	300,	200,	600,	400,	1.200,	800,	x,	...

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

Observe que, a partir do terceiro termo, qualquer outro número da sequência pode ser obtido ao multiplicar por 2 o "termo anterior do anterior". Ou seja, pulamos um olhando para trás na fila. Logo, de uma maneira genérica representamos isso como $a_n = 2 \times a_{n-2}$.

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-3}, \boldsymbol{a_{n-2}}, a_{n-1}, \boldsymbol{a_n}$$

Gabarito: CERTO

4. (CESPE/PRE. SÃO CRISTOVÃO/2019) Julgue o item a seguir: Na sequência de Fibonacci - (F_m), em que $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots$, os elementos podem ser obtidos a partir da fórmula:

$$F_m = \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^m - \left(1-\sqrt{3}\right)^m}{2^m\sqrt{3}}$$

Comentários:

Essa é uma questão que sai muito rápido quando conhecemos **a sequência de Fibonacci**. Relembre-se da aula que os dois jeitos mais comum de representar essa sequência são:

$$F_n = \begin{cases} 1, se\ n = 1 \\ 1, se\ n = 2 \\ F_{n-1} + F_{n-2}, se\ n \geq 3 \end{cases}$$

ou

$$F_n = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^n - \left(1-\sqrt{5}\right)^n}{2^n\sqrt{5}}$$

Certamente **o examinador tentou confundir o candidato trocando a $\sqrt{5}$ por $\sqrt{3}$** na fórmula explícita da sequência. No entanto, mesmo que você não saiba disso, você pode **testar a fórmula do enunciado e ver se bate com os números da sequência** que são fornecidos no enunciado:

$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots$$

Pessoal, para **desenvolver os binômios** que aparecerão a seguir, utilizaremos as seguintes relações que aprendemos no estudo dos **produtos notáveis**:

1. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
2. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
3. $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
4. $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Vamos aos cálculos:

- Para $\boldsymbol{m = 1}$:

$$F_1 = \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^1 - \left(1-\sqrt{3}\right)^1}{2^1\sqrt{3}} \Rightarrow F_1 = \frac{\cancel{1} + \sqrt{3} - \cancel{1} + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow F_1 = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \boldsymbol{F_1 = 1} \quad ✓$$

- Para $\boldsymbol{m = 2}$:

$$F_2 = \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2 - \left(1-\sqrt{3}\right)^2}{2^2\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{\left(1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2\right) - \left(1^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2\right)}{2^2\sqrt{3}} \implies F_2 = \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \implies \boldsymbol{F_2 = 1}$$

- Para $\boldsymbol{m = 3}$

$$F_3 = \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^3 - \left(1-\sqrt{3}\right)^3}{2^3\sqrt{3}} \implies$$

$$F_3 = \frac{\left(1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 1 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^3\right) - \left(1^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 1 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^3\right)}{2^3\sqrt{3}} \implies$$

$$F_3 = \frac{1 + \cancel{3}\sqrt{3} + 9 + \cancel{3}\sqrt{3} - 1 + \cancel{3}\sqrt{3} - 9 + \cancel{3}\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} \implies F_3 = \frac{12\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} \implies \boldsymbol{F_3 = 1,5}$$

Como encontramos que **o terceiro termo fornecido pela fórmula não bateu com terceiro termo dado na sequência do enunciado**, significa que os elementos da sequência não podem ser obtidos a partir da fórmula dada.

Gabarito: ERRADO

5. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Para construir a sequência a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, de números positivos, foram dados a_1 e a_2, e, a partir de a_3, cada termo foi construído como sendo o produto de todos os termos anteriores. Se $a_5 < 1$, então, nessa sequência,
A) todos os termos são, necessariamente, menores que 1.
B) apenas dois termos são menores que 1.
C) apenas três termos são menores que 1.
D) apenas um termo pode ser maior que 1.
E) dois termos podem ser maiores que 1.

Comentários:
Primeira coisa a perceber: **todos os números da sequência são positivos**. Além disso, dados a_1 e a_2, **os demais termos são obtidos pelo produto de todos os anteriores**. Assim, podemos escrever:
$a_3 = a_1 \cdot a_2$
$a_4 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$
$a_5 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4$

Vamos escrever cada um dos termos em função de a_1 e a_2.

$a_3 = a_1 \cdot a_2$
$a_4 = a_1 \cdot a_2 \cdot (a_1 \cdot a_2) = (a_1 \cdot a_2)^2$
$a_5 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = a_1 \cdot a_2 \cdot (a_1 \cdot a_2) \cdot (a_1 \cdot a_2)^2 = (a_1 \cdot a_2)^4$

O enunciado diz que $a_5 < 1$, para isso acontecer temos que ter:

$$(a_1 \cdot a_2)^4 < 1 \quad \rightarrow \quad a_1 \cdot a_2 < 1$$

Logo, para que $a_1 \cdot a_2 < 1$, **pelo menos um dos dois deve ser menor do que 1**. Pode ser até que os dois sejam menores do que 1, mas **só precisamos de que um seja**. Além disso, observe que $\boldsymbol{a_3 = a_1 \cdot a_2 < 1}$. Se elevarmos ao quadrado, ficamos com $\boldsymbol{a_4 = (a_1 \cdot a_2)^2 < 1}$.

Nas condições do enunciado, obrigatoriamente temos que **a_3, a_4 e a_5 são menores do que 1**. Ademais, já sabemos que **a_1 ou a_2 é menor do que 1**. Com isso, **temos espaço apenas para um dos termos dados ser maior do que um.**

Gabarito: LETRA D

Texto para as próximas questões

A sequência infinita $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots$ é definida por $a_0 = 1, a_1 = 3$, e, para número cada inteiro $n \geq 1$, $a_{2n} = a_{2n-1} + a_{2n-2}$ e $a_{2n+1} = a_{2n} - a_{2n-1}$. Com relação a essa sequência, julgue os itens:

6. (CESPE/ABIN/2018) Existem infinitos valores inteiros de p e q tais que $a_p = a_q$.

Comentários:

O enunciado fornece os dois primeiros termos da sequência: $\boldsymbol{a_0 = 1}$ e $\boldsymbol{a_1 = 3}$. Usando esses dois primeiros termos, ele espera que seja possível obter os demais termos da sequência utilizando as leis de formação fornecida no enunciado:

$$(1) \qquad \boldsymbol{a_{2n} = a_{2n-1} + a_{2n-2}}$$

e

$$(2) \qquad \boldsymbol{a_{2n+1} = a_{2n} - a_{2n-1}}$$

Vamos **substituir o $\boldsymbol{a_{2n}}$** da relação (2) **usando a primeira expressão** (1).

$$\boldsymbol{a_{2n+1} = a_{2n} - a_{2n-1}}$$

$$\boldsymbol{a_{2n+1} = (\cancel{a_{2n-1}} + a_{2n-2}) - \cancel{a_{2n-1}}}$$

$$\boldsymbol{a_{2n+1} = a_{2n-1} + a_{2n-2} - a_{2n-1}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a_{2n+1} = a_{2n-2}}}$$

Se dizermos que $p = 2n + 1$ e $q = 2n - 2$, então:

$$\boxed{\boldsymbol{a_p = a_q}}$$

Como **existem infinitos números inteiros $\boldsymbol{n \geq 1}$**, então **vão existir infinitos pares p e q**, tal que a relação acima é satisfeita.

Gabarito: CERTO

7. (CESPE/ABIN/2018) A soma $a_{10} + a_9$ é superior a 20.

Comentários:

O enunciado fornece **os dois primeiros termos** da sequência: $\boldsymbol{a_0 = 1}$ e $\boldsymbol{a_1 = 3.}$ Usando esses dois primeiros termos, ele espera que seja possível obter os demais termos da sequência utilizando as leis de formação fornecida no enunciado:

$$(1) \quad \boldsymbol{a_{2n} = a_{2n-1} + a_{2n-2}}$$

e

$$(2) \quad \boldsymbol{a_{2n+1} = a_{2n} - a_{2n-1}}$$

Observe que **a primeira lei é válida para os termos de ordem par**, ou seja, quando quisermos calcular os termos a_4, a_6, a_8, a_{10}, por exemplo, utilizaremos a relação (1). Como podemos chegar a essa conclusão? Basta substituir o n por 1, depois por 2, depois por 3 e olhar os valores que você obterá.

- Quando $n = 1$: $\boldsymbol{a_{2n} = a_{2\cdot 1} = a_2}$
- Quando $n = 2$: $\boldsymbol{a_{2n} = a_{2\cdot 2} = a_4}$
- Quando $n = 3$: $\boldsymbol{a_{2n} = a_{2\cdot 3} = a_6}$
- Quando $n = 4$: $\boldsymbol{a_{2n} = a_{2\cdot 1} = a_8}$

Logo, ao utilizar a relação (1) sempre obteremos termos de ordem par**. A segunda relação será para os termos de ordem ímpar**. Em outras palavras, essa lei geral de formação está nos dizendo o seguinte: Se a ordem do termo é par, **seu valor é igual à soma dos termos anteriores**. Se a ordem do termo é ímpar, **seu valor é igual a subtração dos dois anteriores**. Podemos determinar os termos usando isso.

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
1	3	$a_0 + a_1$	$a_2 - a_1$	$a_3 + a_2$	$a_4 - a_3$	$a_5 + a_4$	$a_6 - a_5$	$a_7 + a_6$	$a_8 - a_7$	$a_9 + a_8$
		4	1	5	4	9	5	14	9	23

Somente **o a_{10} já é maior que 20**, nem precisaríamos somar com o a_9. Logo, o item está **CORRETO**.

Gabarito: CERTO

Texto para as próximas questões

A sequência infinita $A_1,\ A_2,\ A_3,\ A_4, \ldots$ é definida da seguinte maneira: para cada $j = 1, 2, 3, 4, \ldots$

$A_j = 1$, se j for múltiplo de 3;
$A_j = 3$, se $j - 1$ for múltiplo de 3;
$A_j = 5$, se $j - 2$ for múltiplo de 3.

Dessa forma, por exemplo, $A_1 = 3$ e $A_2 = 5$. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

8. (CESPE/BNB/2018) O produto $A_{14} \times A_{30}$ é igual a 8.

Comentários:

Pessoal, percebam que **os termos dessa sequência só podem assumir três valores: 1, 3 ou 5**. Observe que **nenhuma multiplicação entre dois deles poderá dar 8**. Com essa análise, já poderíamos marcar o gabarito do item como errado. No entanto, vamos realizar a solução propriamente dita.

Queremos o produto $\boldsymbol{A_{14} \times A_{30}}$. Para calcular esse produto, precisamos encontrar $\boldsymbol{A_{14}}$ **e** $\boldsymbol{A_{30}}$. A questão **definiu** a sequência do seguinte modo:

$\boldsymbol{A_j = 1}$**, se** $\boldsymbol{j}$ **for múltiplo de 3;**
$\boldsymbol{A_j = 3}$**, se** $\boldsymbol{j - 1}$ **for múltiplo de 3;**
$\boldsymbol{A_j = 5}$**, se** $\boldsymbol{j - 2}$ **for múltiplo de 3.**

Note que $\boldsymbol{j}$ **é a ordem do termo**. Quando a ordem do termo **for múltipla de 3**, então esse termo valerá **1**. É o caso do nosso A_{30}. Como 30 é um múltiplo de 3, então $\boldsymbol{A_{30} = 1}$.

Se j não for um múltiplo de 3, temos que olhar o número anterior a ele: $j - 1$. **Se** $\boldsymbol{j - 1}$ **for múltiplo de 3**, então **o termo adotará o valor 3**. Se mesmo olhando o número anterior $j - 1$, ainda assim o número não for múltiplo de 3, devemos olhar o número $j - 2$. **Se** $\boldsymbol{j - 2}$ **for múltiplo de 3, então** $\boldsymbol{A_j}$ **vale 5**.

Veja o caso do A_{14}. 14 (j) é múltiplo de 3? **não!** 13 ($j - 1$) é múltiplo de 3? **Também não**! E 12 ($j - 2$)? **12 é múltiplo de 3**! Logo $A_{14} = 5$.

$$A_{14} \times A_{30} = 1 \times 5 \qquad \Longrightarrow \qquad A_{14} \times A_{30} = 5$$

Gabarito: ERRADO

9. (CESPE/BNB/2018) A soma dos primeiros 60 termos dessa sequência é igual a 160.

Comentários:

Para resolver essa questão, **não precisamos listar todos os 60 termos**. Nós iremos listar alguns e procurar por algum **padrão de repetição**. A questão **definiu** a sequência do seguinte modo:

$\boldsymbol{A_j = 1}$**, se** $\boldsymbol{j}$ **for múltiplo de 3;**
$\boldsymbol{A_j = 3}$**, se** $\boldsymbol{j - 1}$ **for múltiplo de 3;**
$\boldsymbol{A_j = 5}$**, se** $\boldsymbol{j - 2}$ **for múltiplo de 3.**

Note que $\boldsymbol{j}$ **é a ordem do termo**. Quando a ordem do termo **for múltipla de 3**, então esse termo valerá **1**. Se j não for um múltiplo de 3, temos que olhar o número anterior a ele: $j - 1$. **Se** $\boldsymbol{j - 1}$ **for múltiplo de 3**, então **o termo adotará o valor 3**. Se mesmo olhando o número anterior $j - 1$, ainda assim o número não for múltiplo de 3, devemos olhar o número $j - 2$. **Se** $\boldsymbol{j - 2}$ **for múltiplo de 3, então** $\boldsymbol{A_j}$ **vale 5**. Usando essa regra e lembrando que **0 pode ser considerado um múltiplo de qualquer número inteiro**, então podemos montar a seguinte tabela:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\cdots$
A_j	3	5	1	3	5	1	3	5	1	$\cdots$

Perceba que a cada 3 termos, o padrão 3-5-1 se repete. A soma desses termos é $3 + 5 + 1 = 9$. Logo, os termos vão somar 9 a cada 3 termos. Como queremos somar os 60 primeiros termos, do 1 ao 60 são 20 padrões desse, pois $60/3 = 20$. Se esse ciclo é repetido 20 vezes e cada ciclo tem seus termos somando 9, então:

$$20 \times 9 = 180$$

O item afirma que a soma é 160 e, por isso, está errado.

Gabarito: ERRADO.

10. (CESPE/BNB/2018) O produto dos primeiros 53 termos dessa sequência é igual a 15^{18}.

Comentários:

Para resolver essa questão, **não precisamos listar todos os 60 termos**. Nós iremos listar alguns e procurar por algum **padrão de repetição**. A questão **definiu** a sequência do seguinte modo:

$A_j = 1$, se j for múltiplo de 3;
$A_j = 3$, se $j - 1$ for múltiplo de 3;
$A_j = 5$, se $j - 2$ for múltiplo de 3.

Note que ***j* é a ordem do termo**. Quando a ordem do termo **for múltipla de 3**, então esse termo valerá **1**. Se j não for um múltiplo de 3, temos que olhar o número anterior a ele: $j - 1$. **Se $j - 1$ for múltiplo de 3**, então **o termo adotará o valor 3**. Se mesmo olhando o número anterior $j - 1$, ainda assim o número não for múltiplo de 3, devemos olhar o número $j - 2$. **Se $j - 2$ for múltiplo de 3, então A_j vale 5**. Usando essa regra e lembrando que **0 pode ser considerado um múltiplo de qualquer número inteiro**, então podemos montar a seguinte tabela:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\cdots$
A_j	3	5	1	3	5	1	3	5	1	$\cdots$

Perceba que a cada 3 termos, o padrão 3-5-1 se repete. Quando multiplicamos os números que aparecem nesse ciclo temos: $M = 3 \cdot 5 \cdot 1 \implies M = 15$. A pergunta que falta responder é: quantos padrões desse aparecem até chegarmos em 53? Note que $17 \cdot 3 = 51$. Logo, esse padrão se repete 17 vezes até chegar ao 51, como queremos ir até o 53, devemos ainda pegar os dois primeiros números do ciclo: 3 e 5.

$$P = \underbrace{15 \cdot 15 \cdot \ldots \cdot 15}_{17\ vezes} \cdot \underbrace{5}_{52^{\underline{o}}} \cdot \underbrace{3}_{53^{\underline{o}}} \implies P = 15^{17} \cdot 15 \implies \boldsymbol{P = 15^{18}}$$

Gabarito: CERTO.

FGV

11. (FGV/SEFAZ-AM/2022) Uma sequência de números inteiros é tal que cada termo, a partir do terceiro, é a soma do seu termo antecessor com o dobro do antecessor do antecessor. Sabe-se que o sexto termo dessa sequência é 85 e, o oitavo, é 341. O quarto termo da referida sequência é

A) 15.
B) 17.
C) 19.
D) 21.
E) 23.

Comentários:

Questão bem legal! Vamos analisar a informação crucial:

"Cada termo, a partir do terceiro, **é a soma do seu antecessor com o dobro do antecessor do antecessor**."

Na prática, temos o seguinte:

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_2$$

$$a_3 = a_2 + 2a_1 \qquad (1)$$

$$a_4 = a_3 + 2a_2 \qquad (2)$$

$$a_5 = a_4 + 2a_3 \qquad (3)$$

$$a_6 = a_5 + 2a_4 \qquad (4)$$

$$a_7 = a_6 + 2a_5 \qquad (5)$$

$$a_8 = a_7 + 2a_6 \qquad (6)$$

Escrevi até a equação (6) pois **o enunciado deu o oitavo $(a_8 = 341)$ e o sexto $(a_6 = 85)$** termo. Com isso, por meio de (6), podemos encontrar o a_7.

$$a_8 = a_7 + 2a_6 \quad \rightarrow \quad 341 = a_7 + 2 \cdot 85 \quad \rightarrow \quad a_7 = 341 - 170 \quad \rightarrow \quad a_7 = 171$$

Com o valor de a_7, podemos usar a equação (5) para encontrar a_5.

$$a_7 = a_6 + 2a_5 \quad \rightarrow \quad 171 = 85 + 2 \cdot a_5 \quad \rightarrow \quad 86 = 2a_5 \quad \rightarrow \quad a_5 = 43$$

Com o valor de a_5, podemos usar a equação (4) para **encontrar a_4.**

$$a_6 = a_5 + 2a_4 \quad \rightarrow \quad 85 = 43 + 2a_4 \quad \rightarrow \quad 42 = 2a_4 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_4 = 21}$$

Pronto! Podemos marcar a alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

12. (FGV/CM ARACAJU/2021) Sejam:

$$\boldsymbol{X = 2 + 4 + 6 + \ldots + 96 + 98} \quad \textbf{e} \quad \boldsymbol{Y = 1 + 3 + 5 + \ldots + 95 + 97.}$$

O valor de $X - Y$ é:
A) 2;
B) 49;
C) 50;
D) 51;
E) 102.

Comentários:
Questão bem interessante! Temos:

$$X = 2 + 4 + 6 + \ldots + 96 + 98$$

$$Y = 1 + 3 + 5 + \ldots + 95 + 97$$

Antes de qualquer coisa, é bom fazermos algumas **observações <u>iniciais</u>**:

- X e Y contém apenas números entre 1 e 98.
- X é a soma dos termos **pares** de 1 até 98.
- Y é a soma dos termos **ímpares** de 1 até 98.

Agora, devemos nos perguntar: *quantos números estão sendo somados em "X" e quantos em "Y"?*

Note que de 1 a 98 são 98 números em que temos 49 pares e 49 ímpares, ou seja, **temos 49 números em "X" e 49 em "Y"**.

Nesse momento, vamos fazer a subtração que está sendo pedida!

$$X - Y = (2 + 4 + 6 + \cdots + 96 + 98) - (1 + 3 + 5 + \cdots + 95 + 97)$$

Podemos reorganizar essa subtração da seguinte maneira:

$$X - Y = (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \cdots + (96 - 95) + (98 - 97)$$

Ou seja, podemos transformar a subtração do enunciado em **49 "subtrações internas"**, que são mais simples para serem resolvidas, pois todas fornecem o mesmo resultado: **"1"!** Com isso,

$$X - Y = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1 \quad \rightarrow \quad X - Y = 49$$

Gabarito: LETRA B.

13. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Considere a sequência infinita de algarismos:

$$\mathbf{24680246802468024 6...}$$

A soma dos 2019 primeiros algarismos dessa sequência é
A) 8020.
B) 8040.
C) 8060.
D) 8080.
E) 8100.

Comentários:
Questão bem parecida com a anterior, só que não temos uma palavra se repetindo**, mas sim um número**. Note que o número que está se repetindo é o "24680". **Esse número possui 5 algarismos**. Como estamos interessados nos algarismos até o 2019º**, vamos dividir 2019 por 5**.

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 5 \\ \cline{2-2} -\underline{20} & 403 \\ 01 & \\ -\underline{00} & \\ 19 & \\ -\underline{15} & \\ 4 & \end{array}$$

O que essa divisão nos revela? Ela nos diz que **o número "24680" apareceu 403 vezes por completo**. Além disso, **o resto igual a 4 nos indica que o 2019º algarismo será o 4º algarismo** do número "24680", ou seja, o 8. Acompanhe o esquema abaixo para melhor visualização do que está acontecendo.

$$\underbrace{24680}_{1^{\text{a}}}\ \underbrace{24680}_{2^{\text{a}}}\ \underbrace{24680}_{3^{\text{a}}}\ldots\underbrace{24680}_{402^{\text{a}}}\ \underbrace{24680}_{403^{\text{a}}}\ 246\mathbf{8}$$

Queremos **o resultado da <u>soma</u> de todos os algarismos**. Para isso, devemos perceber que a soma dos algarismos de "24680" é $\mathbf{2+4+6+8+0=20}$. Como **"24680" se repete 403 vezes**, então a soma de todos os algarismos até lá pode ser calculado como:

$$403 \cdot 20 = 8.060$$

Como ainda **temos 4 algarismos após o último "24680" completo**, devemos somá-los também:

$$8.060 + 2 + 4 + 6 + 8 = 8.080$$

Gabarito: LETRA D.

14. (FGV/ALERO/2018) Uma sequência de números naturais é tal que dado um termo x qualquer dessa sequência, se ele é par, então o próximo termo será x/2; se ele é ímpar, então o próximo termo será x+5. Se o primeiro termo dessa sequência é 6, então o décimo termo será

A) 2.
B) 3.
C) 4.
D) 6.
E) 8.

Comentários:

Opa! Beleza, **se o termo é par, o próximo é metade dele**. Por sua vez, **se o termo for ímpar, o próximo será ele somado com 5**. É como se fosse um jogo, moçada! Temos só que **seguir as regras**.

Primeiro Termo = 6 (foi dado pelo enunciado).

Com o primeiro termo é par, então o segundo termo será metade dele (x/2).

Segundo Termo = 3.

Opa, aqui temos um termo ímpar! Para o próximo termo, teremos que somar 5.

Terceiro Termo = 3 + 5 = 8.

Mais uma vez, um termo par. O próximo termo será metade dele.

Quarto Termo = 4.

Continuamos com um termo par. O próximo também será metade dele.

Quinto Termo = 2.

Ainda com termo par. O próximo será metade dele.

Sexto Termo = 1.

Agora chegamos a um termo ímpar. Nessas condições, o próximo termo é obtido somando 5.

Sétimo Termo = 1 + 5 = 6.

Termo par. O próximo será metade dele.

Oitavo Termo = 3.

Termo Ímpar. Vamos somar 5.

Nono Termo = 3 + 5 = 8.

Por fim, temos um termo par. Logo, o próximo será metade dele.

Décimo Termo = 4.

O enunciado pediu o décimo termo. Podemos marcar a alternativa "C".

Gabarito: LETRA C.

15. (FGV/ALERO/2018) Em uma sequência de números, para quaisquer três termos consecutivos x, y, z vale a relação z = 3y – x. Se o 18º termo dessa sequência é 2 e o 20º termo é 10, então o 14º termo é
A) 2.
B) 4.
C) 10.
D) 16.
E) 26.

Comentários:
Três termos consecutivos, $x, y\ e\ z$, obedecem a relação $\boldsymbol{z = 3y - x}$. Note que o enunciado deu o 18ª termo e o 20ª termo.

$$\underbrace{2}_{(x)\ 18º} \qquad \underbrace{y}_{19º} \qquad \underbrace{10}_{(z)\ 20º}$$

Observe que esses três termos **devem obedecer a relação do enunciado** em que $x = 2$ e $z = 10$. Com isso, podemos encontrar "y".

$$10 = 3y - 2 \quad \rightarrow \quad 3y = 12 \quad \rightarrow \quad y = 4$$

Com o 19º termo determinado, **podemos ir voltando até encontrarmos o 14º termo**.

- Encontrando o 17º termo.

$$\underbrace{x}_{17º} \qquad \underbrace{2}_{18º} \qquad \underbrace{4}_{19º}$$

$$4 = 3 \cdot 2 - x \quad \rightarrow \quad -x = 4 - 6 \quad \rightarrow \quad -x = -2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 2}$$

- Encontrando o 16º termo.

$$\underbrace{x}_{16º} \qquad \underbrace{2}_{17º} \qquad \underbrace{2}_{18º}$$

$$2 = 3 \cdot 2 - x \quad \rightarrow \quad -x = 2 - 6 \quad \rightarrow \quad -x = -4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4}$$

- Encontrando o <u>15º termo</u>.

$$\underbrace{x}_{15º} \quad \underbrace{4}_{16º} \quad \underbrace{2}_{17º}$$

$$2 = 3 \cdot 4 - x \quad \rightarrow \quad -x = 2 - 12 \quad \rightarrow \quad -x = -10 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 10}$$

- Encontrando o **<u>14º termo</u>**.

$$\underbrace{x}_{14º} \quad \underbrace{10}_{15º} \quad \underbrace{4}_{16º}$$

$$4 = 3 \cdot 10 - x \quad \rightarrow \quad -x = 4 - 30 \quad \rightarrow \quad -x = -26 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 26}$$

Logo, **o 14º termo dessa sequência é o 26**.

Gabarito: LETRA E.

16. (FGV/COMPESA/2018) Considere uma sequência de números na qual cada número, a partir do terceiro, é a soma dos dois anteriores. Se o quinto número dessa sequência é 88 e o sétimo é 229, então o segundo número é
A) 17.
B) 18.
C) 19.
D) 20.
E) 21.

Comentários:
Opa... uma sequência de números na qual **cada número, a partir do terceiro, é a <u>soma dos dois anteriores</u>**... P*arece muito com a sequência de Fibonacci, né?* Caso os dois primeiros termos fossem iguais a um, aí sim. No entanto, note que, pelas alternativas, **o segundo termo não é igual a 1**. Tá, mas então como vamos fazer para determinar o segundo termo (a_2)? Veja só!

O enunciado nos forneceu o quinto (a_5) e o sétimo (a_7) termo dessa sequência. Ademais, lembre-se que **um termo é sempre igual à soma dos dois termos anteriores**. Dessa forma, podemos escrever que:

$$a_7 = a_6 + a_5$$

Substituindo $a_7 = 229$ e $a_5 = 88$, temos que:

$$229 = a_6 + 88 \quad \rightarrow \quad a_6 = 229 - 88 \quad \rightarrow \quad a_6 = 141$$

Podemos ir voltando na sequência até encontrarmos o a_2! Olha só:

$$a_6 = a_5 + a_4 \quad \rightarrow \quad 141 = 88 + a_4 \quad \rightarrow \quad a_4 = 141 - 88 \quad \rightarrow \quad a_4 = 53$$

$$a_5 = a_4 + a_3 \quad \rightarrow \quad 88 = 53 + a_3 \quad \rightarrow \quad a_3 = 88 - 53 \quad \rightarrow \quad a_3 = 35$$

Por fim, vamos chegar ao a_2:

$$a_4 = a_3 + a_2 \quad \rightarrow \quad 53 = 35 + a_2 \quad \rightarrow \quad a_2 = 53 - 35 \quad \rightarrow \quad a_2 = 18$$

Logo, **o segundo termo da sequência do enunciado será o 18**.

Gabarito: LETRA B.

17. (FGV/TJ-RO/2015) Em uma sequência numérica, cada termo a partir do terceiro é a soma dos dois termos anteriores. O 7º e o 9º termos são, respectivamente, 29 e 76. O 2º termo dessa sequência é:

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.
E) 5.

Comentários:

Vocês devem ter percebido que a FGV gosta dessas questões em que devemos ir voltando na sequência. Note que a descrição do enunciado parece bastante com uma sequência de Fibonacci, mas nada podemos concluir pois não sabemos quais são os dois primeiros termos.

O enunciado nos forneceu o sétimo (a_7) e o nono (a_9) termo dessa sequência. Ademais, lembre-se que **um termo é sempre igual à soma dos dois termos anteriores**. Dessa forma, podemos escrever que:

$$a_9 = a_8 + a_7$$

Substituindo $a_7 = 29$ e $a_9 = 76$, temos que:

$$76 = a_8 + 29 \quad \rightarrow \quad a_8 = 76 - 29 \quad \rightarrow \quad a_8 = 47$$

Vamos voltar na sequência até encontrarmos o a_2! Olha só:

$$a_8 = a_7 + a_6 \quad \rightarrow \quad 47 = 29 + a_6 \quad \rightarrow \quad a_6 = 47 - 29 \quad \rightarrow \quad a_6 = 18$$

$$a_7 = a_6 + a_5 \quad \rightarrow \quad 29 = 18 + a_5 \quad \rightarrow \quad a_5 = 29 - 18 \quad \rightarrow \quad a_5 = 11$$

$$a_6 = a_5 + a_4 \quad \rightarrow \quad 18 = 11 + a_4 \quad \rightarrow \quad a_4 = 18 - 11 \quad \rightarrow \quad a_4 = 7$$

$$a_5 = a_4 + a_3 \quad \rightarrow \quad 11 = 7 + a_3 \quad \rightarrow \quad a_3 = 11 - 7 \quad \rightarrow \quad a_3 = 4$$

Por fim, vamos chegar ao a_2:

$$a_4 = a_3 + a_2 \qquad \rightarrow \qquad 7 = 4 + a_2 \qquad \rightarrow \qquad a_2 = 7 - 4 \qquad \rightarrow \qquad a_2 = 3$$

Logo, **o segundo termo da sequência do enunciado será o 3**.

Gabarito: LETRA C.

18. (FGV/PREF. NITEROI/2015) A sequência 2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 2, ... mantém o padrão apresentado indefinidamente. A soma dos 2015 primeiros termos dessa sequência é:

A) 7560.
B) 7555.
C) 7550
D) 7545.
E) 7540.

Comentários:

Perceba que o padrão "**2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5"** fica se repetindo. Assim, para descobrir qual **a soma dos 2015 primeiros termos,** vai nos ajudar saber quantas vezes "2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5" aparece. Isso é fundamental, pois já sabemos a soma desses termos que se repetem:

$$2 + 2 + 1 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$$

Ademais, essa parte possui **oito números**, para descobrir quantas vezes ela vai se repetir até o 2015º termo, **basta dividirmos 2015 por 8**.

$$\begin{array}{r|l} 2015 & 8 \\ \cline{2-2} -16 & 251 \\ \cline{1-1} 41 & \\ -40 & \\ \cline{1-1} 15 & \\ -8 & \\ \cline{1-1} 7 & \end{array}$$

Essa divisão nos indica que "2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5" aparece **251 vezes por completo**. Além disso, **o 2015º termo será o 7º termo do padrão**, isto é, o número 5, "2, 2, 1, 5, 5, 5, **5**, 5". Para ficar mais fácil visualizar, acompanhe:

$$\underbrace{2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5,}_{1^{a}} \underbrace{2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5}_{2^{a}} \ldots \underbrace{2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5}_{251^{a}} \; 2, 2, 1, 5, 5, 5, \quad \underbrace{5}_{2015^{o}\ termo}$$

Sendo assim, **a soma** de todos esses números pode ser realizada da seguinte forma:

$$S = 30 \cdot 251 + 2 + 2 + 1 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$S = 7530 + 25 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{S = 7555}$$

Gabarito: LETRA B.

19. (FGV/MPE-MS/2013) Na sequência x, y, z, 0, 1, 2, 3, 6, 11,... cada termo, a partir do 4º termo, é a soma dos três termos imediatamente anteriores a ele. O valor de x é:

A) -3.
B) -2.
C) -1.
D) 0.
E) 1.

Comentários:

Temos a seguinte sequência:

$$\mathrm{x, y, z}, 0, 1, 2, 3, 6, 11, \ldots$$

A partir do 4º, **cada termo é formado pela soma dos três anteriores**. Sendo assim, podemos escrever que:

$$z + 0 + 1 = 2 \quad \rightarrow \quad z = 1$$

$$y + z + 0 = 1 \quad \rightarrow \quad y + 1 = 1 \quad \rightarrow \quad y = 0$$

$$x + y + z = 0 \quad \rightarrow \quad x + 0 + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1$$

Gabarito: LETRA C.

20. (FGV/PM-SP/2021) Um sargento organizou um grupo de soldados em 16 filas, com 2 soldados na primeira fila e 3 soldados a mais em cada fila subsequente: 2, 5, 8, 11, ... Se o sargento organizasse o mesmo grupo de soldados em filas de 14 soldados cada uma, o número total de filas seria

A) 14.
B) 16.
C) 24.
D) 28.
E) 32.

Comentários:

O primeiro passo é descobrir quantos soldados compõem esse grupo. Note que as quantidades de soldados em cada fila vão formando uma **progressão aritmética**.

$$2, 5, 8, 11, \ldots$$

Ademais, podemos perceber que **a razão dessa PA é 3**, pois as quantidades vão subindo sempre de três em três. Como temos 16 filas, para determinarmos o total de soldados desse grupo, devemos calcular **a soma dos 16 primeiros termos da PA**. Sendo assim, relembre-se:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Como $n = 16$, precisaremos encontrar a_{16}. Para isso, podemos usar a **fórmula do termo geral** de uma PA.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{16} = 2 + (16-1) \cdot 3$$

$$a_{16} = 2 + 15 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad a_{16} = 2 + 45 \quad \rightarrow \quad a_{16} = 47$$

Agora, usando essa informação na fórmula da soma:

$$S_{16} = \frac{(a_1 + a_{16}) \cdot 16}{2} \quad \rightarrow \quad S_{16} = (2+47) \cdot 8 \quad \rightarrow \quad S_{16} = 49 \cdot 8 \quad \rightarrow \quad S_{16} = 392$$

Pronto! Sabemos que **temos 392 soldados**. Como queremos reorganizá-los em filas com 14 soldados cada uma, para determinamos o total de filas, basta dividirmos o número de soldados pela quantidade de soldado que queremos em cada fila.

$$\frac{392}{14} = 28$$

Portanto, precisaremos de **28 filas**.

Gabarito: LETRA D.

FCC

21. (FCC/SABESP/2019) Em 1655, o matemático John Wallis desenvolveu uma série infinita para o cálculo de $\frac{\pi}{2}$, conforme mostra a fórmula abaixo:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{10}{9} \cdot \ldots$$

Com os termos desse produto infinito ordenados exatamente como na fórmula, a fração na 50ª posição é:

A) $\frac{51}{53}$

B) $\frac{50}{49}$

C) $\frac{26}{25}$

D) $\frac{26}{27}$

E) $\frac{50}{51}$

Comentários:

Inicialmente, note que no **numerador** da fração (parte de cima) **há apenas números pares**. No **denominador** (parte de baixo), **há apenas números ímpares**. Só observando isso, poderíamos eliminar a letra A, pois traz um número ímpar tanto no numerador como no denominador.

Veja que cada número par aparece 2 vezes e pula para o próximo. De modo análogo, no denominador da expressão, cada número ímpar aparece 2 vezes e pula para o próximo, **com exceção do 1**, que aparece uma única vez. Observe um esquema para entender melhor o que está sendo pedido no enunciado:

$$\frac{\pi}{2} = \underbrace{\frac{2}{1}}_{1º} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}}_{2º} \cdot \underbrace{\frac{4}{3}}_{3º} \cdot \underbrace{\frac{4}{5}}_{4º} \cdot \underbrace{\frac{6}{5}}_{5º} \cdot \underbrace{\frac{6}{7}}_{6º} \cdot \underbrace{\frac{8}{7}}_{7º} \cdot \underbrace{\frac{8}{9}}_{8º} \cdot \underbrace{\frac{10}{9}}_{9º} \cdot \ldots \cdot \underbrace{\frac{?}{?}}_{48º} \cdot \underbrace{\frac{?}{?}}_{49º} \cdot \underbrace{\frac{?}{?}}_{50º} \cdot \ldots$$

Queremos o **50º termo** dessa sequência de frações. Podemos observar que os números que aparecem na fração sempre **são próximos ou iguais à ordem do termo**. Como assim? No primeiro termo (1º) temos 2 no numerador e 1 no denominador. No segundo termo (2º), temos 2 no numerador e 3 no denominador.

Pensando assim, no 50º termo teremos **números próximos a 50** tanto no numerador como no denominador. Nessa linha de raciocínio, podemos eliminar mais 2 alternativas: as letras C e D, pois trazem números distantes de 50. Como resolver agora entre a letra B e a letra E? Note que os termos de ordem par (isto é, 2º, 4º, 6º, ...) **possuem o numerador igual a ordem do termo**:

$$\frac{\pi}{2} = \underbrace{\frac{2}{1}}_{1º} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}}_{2º} \cdot \underbrace{\frac{4}{3}}_{3º} \cdot \underbrace{\frac{4}{5}}_{4º} \cdot \underbrace{\frac{6}{5}}_{5º} \cdot \underbrace{\frac{6}{7}}_{6º} \cdot \underbrace{\frac{8}{7}}_{7º} \cdot \underbrace{\frac{8}{9}}_{8º} \cdot \underbrace{\frac{10}{9}}_{9º} \cdot \ldots \cdot \underbrace{\frac{48}{?}}_{48º} \cdot \underbrace{\frac{?}{?}}_{49º} \cdot \underbrace{\frac{50}{?}}_{50º} \cdot \ldots$$

Portanto, como 50 é um número par, então **o numerador do termo dessa ordem será o próprio 50**, conforme esquematizado acima. E o denominador? Note que o denominador dos termos de ordem par **são sempre uma unidade a mais que a ordem**! Logo, o denominador do 50º termo será 51!

$$\frac{\pi}{2} = \underbrace{\frac{2}{1}}_{1º} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}}_{2º} \cdot \underbrace{\frac{4}{3}}_{3º} \cdot \underbrace{\frac{4}{5}}_{4º} \cdot \underbrace{\frac{6}{5}}_{5º} \cdot \underbrace{\frac{6}{7}}_{6º} \cdot \underbrace{\frac{8}{7}}_{7º} \cdot \underbrace{\frac{8}{9}}_{8º} \cdot \underbrace{\frac{10}{9}}_{9º} \cdot \ldots \cdot \underbrace{\frac{48}{49}}_{48º} \cdot \underbrace{\frac{50}{49}}_{49º} \cdot \underbrace{\frac{50}{51}}_{50º} \cdot \ldots$$

Gabarito: LETRA E.

22. (FCC/TJ-MA/2019) Observando o padrão de formação da sequência infinita (2, 1, 3, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 5, 1, 1, 1, 1, 6, ...), nota-se que os termos iguais a 1 aparecem nas posições 2, 4, 5, 7, 8, 9, 11, e assim por diante. A 300ª vez em que o termo igual a 1 aparece nessa sequência está na posição:

A) 342.

B) 330.

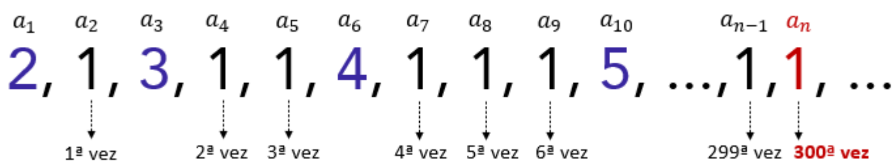
C) 336.
D) 324.
E) 348.

Comentários:

A sequência do enunciado é formada da seguinte maneira: estamos **intercalando** quantidades de números "1" **entre dois números consecutivos** diferentes de "1". Entre os números "2" e "3" existe um único "1". Entre os números "3" e "4" existem dois números "1". Acompanhe na figura:

$$2,\ 1,\ 3,\ 1,\ 1,\ 4,\ 1,\ 1,\ 1,\ 5,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 6,\ \ldots$$

A questão pede **a posição** em que o número "1" aparecerá pela 300ª vez.



Em outras palavras, queremos descobrir **qual o valor de n na representação acima**. Nesse intuito, podemos dividir nossa sequência nos seguintes blocos:

$$\underbrace{2,\ 1,}_{1^{\text{º}}\ \text{BLOCO}}\ \underbrace{3,\ 1,\ 1,}_{2^{\text{º}}\ \text{BLOCO}}\ \underbrace{4,\ 1,\ 1,\ 1,}_{3^{\text{º}}\ \text{BLOCO}}\ \underbrace{5,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,}_{4^{\text{º}}\ \text{BLOCO}}\ 6,\ \ldots$$

Uma coisa muito importante que devemos notar é que **a ordem do bloco é exatamente a quantidade de números "1" que ele possui**. Por exemplo: **no primeiro bloco temos apenas um único número "1"**. No segundo bloco, temos 2 números "1" e por aí vai. Perceba que a quantidade de números "1" aumenta de uma unidade a cada bloco. Podemos separamos essas quantidades em uma nova sequência:

$$B = (1, 2, 3, 4, 5, \ldots, N)$$

O primeiro elemento representa a quantidade de números "1" no primeiro bloco, o segundo elemento representa a quantidade de números "1" no segundo bloco e assim sucessivamente. Com isso, percebemos que **essa nova sequência formada é uma progressão aritmética de razão 1**. Vamos somar os termos dessa P.A. para descobrir em qual bloco aparecerá o "1" pela 300ª vez.

$$S = \frac{(b_1 + b_N) \cdot N}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{(1 + N) \cdot N}{2} = 300 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{N^2 + N - 600 = 0}$$

Resolvendo a equação de segundo grau acima, encontramos como raízes $\boldsymbol{N' = -25}$ e $\boldsymbol{N'' = 24}$. Como sabemos que N é um número natural, pois é com ele que estamos contando os termos, só podemos ter que $\boldsymbol{N = 24}$. Acabamos de descobrir o bloco em que está o 300º número "1": **o 24º bloco**. Ao chegarmos no 24º bloco, terão aparecido **24 números diferente de "1"**, **que iniciam cada bloco**. Além deles, terão sido **300 números "1" que apareceram**. Logo, o 300º número "1" aparecerá na posição:

$$300 + 24 = \mathbf{324}.$$

Gabarito: LETRA D.

23. (FCC/METRO-SP/2019) Dada a sequência (101, 2002, 30003, 400004, 5000005, ...), seu 10º termo é 10000000000010. O maior termo dessa sequência, que é menor do que 10^{100}, é o

A) 95º

B) 99º

C) 97º

D) 98º

E) 96º

Comentários:

Antes de iniciarmos a questão, lembre-se que quando elevamos o número 10 a qualquer potência, o número de zeros que aparecem após o número 1 é exatamente o valor daquela potência. Acompanhe:

$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1000$$

Se queremos saber o maior termo que é menor do que 10^{100}, estamos procurando o termo que é menor do que 1 seguido de 100 zeros. Para chegarmos lá, vamos primeiro entender como a sequência do enunciado está sendo formada

101, 2002, 30003, 400004, 5000005, ..., 10000000000010, ...

101	2002	30003	400004	5000005	10000000000010
1° termo: 1 zero no centro	2° termo: 2 zeros no centro	3° termo: 3 zeros no centro	4° termo: 4 zeros no centro	5° termo: 5 zeros no centro	10° termo: 10 zeros no centro

Ao pensar em 10^{100}, é natural imaginar também que 100º termo dessa sequência vai ser algum número próximo disso, pois conterá 100 zeros centrais. Concorda?

$$100^\circ \text{ termo: } 10\underbrace{00000\ \dots\ 00000}_{\text{100 zeros centrais}}100$$

No entanto, para escrevermos esse número numa potência de 10, devemos considerar os demais zeros não-centrais.

$$100^\circ \text{ termo: } 1\underbrace{00}_{\text{+2 zeros}}\underbrace{00000\ \dots\ 00000}_{\text{100 zeros centrais}}\underbrace{100}_{\text{+3 “zeros”}}$$

Perceba que temos 105 "zeros". Coloco as aspas para indicar que sei que existe um número "1" na casa das centenas, mas mesmo assim podemos contar os algarismos para esboçar a potência de 10. Logo, por ter 105 algarismos após o número 1, o 100º termo pode ser escrito da seguinte forma:

$$10000000\dots00000100 = 10^{105} + 100$$

Observe que temos que somar 100 justamente para contabilizar aquele "1" que está na casa das centenas. Logo, o 100º termo é muito maior que 10^{100}. Esse procedimento com o 100º termo foi usado apenas para demonstrar o raciocínio que utilizaremos na análise das alternativas. Dessa vez, não estaremos contando o número de zeros, mas sim o número de algarismos após o primeiro número.

A) 95º

$$95^\circ \text{ termo: } 9\underbrace{5}_{+1 \text{ algarismo}}\underbrace{00000\dots0000}_{95 \text{ algarismos}}\underbrace{095}_{+2 \text{ algarismos}}$$

No 95º termo, são 95 algarismos centrais e outros 3 que estão nas laterais (sem contar o primeiro). Logo, temos 98 algarismos após o primeiro número. Podemos escrever esse termo da seguinte forma:

$$9500000\dots0000095 = 9{,}5 \cdot 10^{98} + 95$$

Temos um número menor que 10^{100}, concorda? No entanto, ainda não sabemos se ele é o maior termo da sequência que é menor que 10^{100}. Vamos continuar.

B) 99º

$$99^\circ \text{ termo: } 9\underbrace{9}_{+1 \text{ algarismo}}\underbrace{00000\dots0000}_{99 \text{ algarismos}}\underbrace{099}_{+2 \text{ algarismos}}$$

No 99º termo, são 99 algarismos centrais e outros 3 que estão nas laterais (sem contar o primeiro). Logo, temos 102 algarismos após o primeiro número. Podemos escrever esse termo da seguinte forma:

$$9900000\dots0000099 = 9{,}9 \cdot 10^{102} + 99$$

Esse número é claramente maior que 10^{100}.

C) 97º

$$97^\circ \text{ termo: } 9\underbrace{7}_{+1 \text{ algarismo}}\underbrace{00000\dots0000}_{97 \text{ algarismos}}\underbrace{097}_{+2 \text{ algarismos}}$$

No 97º termo, são 97 algarismos centrais e outros 3 que estão nas laterais (sem contar o primeiro). Logo, temos 100 algarismos após o primeiro número. Podemos escrever esse termo da seguinte forma:

$$9700000\dots0000097 = 9{,}7 \cdot 10^{100} + 97$$

Esse número é próximo de 10^{100}, mas ainda é maior!

D) 98º

$$98^\circ \text{ termo: } 9\underbrace{8}_{+1 \text{ algarismo}}\underbrace{00000\dots0000}_{98 \text{ algarismos}}\underbrace{098}_{+2 \text{ algarismos}}$$

No 98º termo, são 98 algarismos centrais e outros 3 que estão nas laterais (sem contar o primeiro). Logo, temos 101 algarismos após o primeiro número. Podemos escrever esse termo da seguinte forma:

$$\mathbf{98}00000\ldots0000\mathbf{98} = 9{,}8 \cdot 10^{\mathbf{101}} + \mathbf{98}$$

Esse número é claramente maior que 10^{100}.

E) 96º

$$96° \text{ termo: } 9\underbrace{6}_{+1 \text{ algarismo}}\underbrace{00000\ldots00000}_{96 \text{ algarismos}}\underbrace{96}_{+2 \text{ algarismos}}$$

No 96º termo, são 96 algarismos centrais e outros 3 que estão nas laterais (sem contar o primeiro). Logo, temos 99 algarismos após o primeiro número. Podemos escrever esse termo da seguinte forma:

$$\mathbf{96}00000\ldots0000\mathbf{96} = 9{,}6 \cdot 10^{\mathbf{99}} + \mathbf{96}$$

Note que esse número é menor que 10^{100} e maior do que o que obtivemos na letra A! É, portanto, o maior número da nossa sequência que é menor do que 10^{100}.

Gabarito: LETRA E.

24. (FCC/CM DE FORTALEZA/2019) Considere a sequência numérica em que o primeiro termo é 1, o segundo termo é um inteiro positivo k, e os demais termos são definidos como a soma de todos os termos anteriores, isto é, $a_n = a_{n-1} + \ldots + a_1$. Se o 13º termo é 6144, o valor de k é:

A) 8
B) 6
C) 3
D) 4
E) 5

Comentários:

O enunciado informa que $a_1 = 1$ e $a_2 = k$. A partir do $\boldsymbol{a_3}$, **os termos são a soma de todos os anteriores**:

$$a_3 = a_1 + a_2 \quad \Rightarrow \quad a_3 = k + 1$$
$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 \quad \Rightarrow \quad a_4 = 1 + k + (k+1) \quad \Rightarrow \quad a_4 = 2 \cdot (k+1)$$

Vamos calcular o a_5:

$$a_5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

Mas note que $\boldsymbol{a_4 = a_1 + a_2 + a_3}$:

$$a_5 = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3}_{a_4} + a_4 \qquad \Rightarrow \qquad a_5 = \boldsymbol{a_4} + a_4 = 2 \cdot a_4$$

E para o a_6?

$$a_6 = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}_{a_5} + a_5 \quad \Rightarrow \quad a_6 = a_5 + a_5 = 2 \cdot a_5$$

Percebam, portanto, **que a partir do a_4,** quando dizemos que o termo seguinte é a soma de todos os anteriores, estamos falando, **com outros palavras**, que **o termo seguinte será o dobro do anterior**, concorda?

Queremos determinar k. Para isso, é necessário utilizar **o valor de a_{13}** informado pelo enunciado. Devemos tentar, portanto, **escrever o a_{13} como uma função de k**. Mas como calculamos **o valor de a_{13}?** Lembre-se que **sempre podemos escrever um termo como o dobro do anterior**, podemos ir voltando os termos **um por um** até chegar o a_3, pois conhecemos seu valor em função de k. Acompanhe:

$$a_{13} = 2 \cdot a_{12} \quad \Rightarrow \quad a_{13} = 2 \cdot (2 \cdot a_{11}) \quad \Rightarrow \quad a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_{10}) \quad \Rightarrow \quad a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_9) \quad \Rightarrow$$

$$a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_8) \Rightarrow a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_7) \Rightarrow a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_6) \Rightarrow$$

$$a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_5) \quad \Rightarrow a_{13} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot a_4) \quad \Rightarrow$$

$$a_{13} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{o\ número\ 2\ aparece\ 10\ vezes} \cdot a_3 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{a_{13} = 2^{10} \cdot a_3}$$

Do enunciado $\boldsymbol{a_{13} = 6144}$ e sabemos que $\boldsymbol{a_3 = k + 1}$. Logo, substituindo:

$$6144 = 2^{10} \cdot (k + 1)$$

$$6144 = 1024 \cdot (k + 1)$$

$$(k + 1) = \frac{6144}{1024} \quad \Longrightarrow \quad k + 1 = 6 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{k = 5}$$

Gabarito: LETRA E.

25. (FCC/TRF-3/2019) Serão confeccionados números em cobre para numerar as portas dos apartamentos de um condomínio de 5 torres com 8 andares cada uma e com quatro apartamentos por andar. A numeração seguirá a seguinte regra: os apartamentos do andar k terão números k1, k2, k3 e k4, isto é, no primeiro andar de cada torre estarão os apartamentos 11, 12, 13 e 14. A quantidade de algarismos 3 que será confeccionada é igual a

A) 30.
B) 12.
C) 100.
D) 80.
E) 60.

Comentários:

Serão construídas **5 torres que possuirão 8 andares cada uma**. Com exceção do terceiro andar, cada andar da torre precisará **apenas de um algarismo 3**: 1**3**, 2**3**, 4**3**, 5**3**, 6**3**, 7**3**, 8**3**. Logo, **sem contabilizar o terceiro andar, serão 7 peças confeccionadas por torre.**

No **terceiro andar** teremos os apartamentos: **3**1, **3**2, **33**, **3**4. Só nesse andar, precisaremos de mais **cinco algarismos 3**. Logo, no total, teremos $7+5=$ **12 algarismos 3 por torre**. Como são 5 torres, basta multiplicar esse resultado por 5.

$$\mathbf{12 \times 5 = 60}$$

Gabarito: LETRA E.

26. (FCC/TRT-6/2018) Na sequência de números $\left(x, x-\frac{1}{3}, x-\frac{2}{3}, x-\frac{3}{3}, \ldots\right)$, a diferença entre o quinto e o nono termos, nesta ordem, é igual a:

A) $\frac{5}{3}$

B) $\frac{2}{3}$

C) 1

D) $\frac{7}{3}$

E) $\frac{4}{3}$

Comentários:

A sequência fornecida no enunciado foi a seguinte:

$$\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}, \boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}, \boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{3}}, \ldots\right)$$

Observe que a medida em que a ordem do termo vai aumentando, **o numerador da fração também aumenta de uma unidade**. Como queremos a **diferença apenas entre o quinto e o nono termos**, podemos simplesmente escrever o restante da sequência:

$$\left(\overbrace{\boldsymbol{x}}^{1^{\text{o}}\ termo}, \underbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}}_{2^{\text{o}}\ termo}, \overbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}}^{3^{\text{o}}\ termo}, \underbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{3}}}_{4^{\text{o}}\ termo}, \overbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}}^{5^{\text{o}}\ termo}, \underbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}}_{6^{\text{o}}\ termo}, \overbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{3}}}^{7^{\text{o}}\ termo}, \underbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}}}_{8^{\text{o}}\ termo}, \overbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}}^{9^{\text{o}}\ termo}, \underbrace{\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{3}}}_{10^{\text{o}}\ termo}, \ldots\right)$$

Do esquema acima, podemos retirar que $\boldsymbol{a_5}=\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$ e $\boldsymbol{a_9}=\boldsymbol{x}-\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}$. A diferença entre eles fica:

$$a_5-a_9=\left(x-\frac{4}{3}\right)-\left(x-\frac{8}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad a_5-a_9=x-\frac{4}{3}-x+\frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad a_5-a_9=\frac{8}{3}-\frac{4}{3}$$

$$\boxed{a_5-a_9=\frac{4}{3}}$$

Gabarito: LETRA E.

27. (FCC/SABESP/2018) Na sequência infinita de números naturais: 19, 21, 23, 25, 24, 26, 28, 27, 29, 31, 33, 32, ..., o número 19 é o oitavo termo. Assim a soma do 1º, 11º e 21º termos é igual a

A) 65.
B) 63.
C) 72.
D) 79.
E) 88.

Comentários:

Pessoal, a primeira coisa a perceber é **que essa sequência do enunciado já começa no oitavo termo**, pois no início da sequência já aparece o 19 e ela nos fala que o **19 é o oitavo termo**. Logo, um jeito melhor de representar a sequência acima é:

$$\ldots,\overset{a_8}{19},\ \overset{a_9}{21},\ \overset{a_{10}}{23},\ \overset{a_{11}}{25},\ \overset{a_{12}}{24},\ \overset{a_{13}}{26},\ \overset{a_{14}}{28},\ \overset{a_{15}}{27},\ \overset{a_{16}}{29},\ \overset{a_{17}}{31},\ \overset{a_{18}}{33},\ \overset{a_{19}}{32},\ \ldots$$

O enunciado quer a soma: $S = a_1 + a_{11} + a_{21}$. Veja que o a_{11} **nós já temos e vale 25.** Para encontrar os demais termos, é necessário descobrir **como esses números da sequência estão sendo obtidos**.

$$\ldots,\overset{a_8}{19} \xrightarrow{+2} \overset{a_9}{21} \xrightarrow{+2} \overset{a_{10}}{23} \xrightarrow{+2} \overset{a_{11}}{25} \xrightarrow{-1} \overset{a_{12}}{24} \xrightarrow{+2} \overset{a_{13}}{26} \xrightarrow{+2} \overset{a_{14}}{28} \xrightarrow{-1} \overset{a_{15}}{27} \xrightarrow{+2} \overset{a_{16}}{29} \xrightarrow{+2} \overset{a_{17}}{31} \xrightarrow{+2} \overset{a_{18}}{33} \xrightarrow{-1} \overset{a_{19}}{32},\ \ldots$$

O ciclo é o seguinte: **somamos +2** **<u>três vezes consecutivos</u>**, **diminuímos uma unidade**, **somamos +2** **<u>duas vezes consecutivas</u>**, **diminuímos uma unidade**. Repetimos o ciclo. Podemos então obter os demais termos, **aplicando a regra** desse ciclo que acabamos de ver. Perceba que como começamos **somando +2** **<u>três vezes consecutivas</u>** é porque antes dele veio **uma soma de +2** **<u>duas vezes consecutivas</u>** seguida de **uma diminuição de uma unidade**. Acompanhe:

$$\overset{a_1}{11} \xrightarrow{+2} \overset{a_2}{13} \xrightarrow{+2} \overset{a_3}{15} \xrightarrow{+2} \overset{a_4}{17} \xrightarrow{-1} \overset{a_5}{16} \xrightarrow{+2} \overset{a_6}{18} \xrightarrow{+2} \overset{a_7}{20} \xrightarrow{-1} \overset{a_8}{19} \xrightarrow{+2} \overset{a_9}{21} \xrightarrow{+2} \overset{a_{10}}{23} \xrightarrow{+2} \overset{a_{11}}{25} \xrightarrow{-1} \overset{a_{12}}{24},\ \ldots$$

Analogamente, podemos usar nossa regra para obter o **21º termo**:

$$\ldots,\overset{a_{11}}{25} \xrightarrow{-1} \overset{a_{12}}{24} \xrightarrow{+2} \overset{a_{13}}{26} \xrightarrow{+2} \overset{a_{14}}{28} \xrightarrow{-1} \overset{a_{15}}{27} \xrightarrow{+2} \overset{a_{16}}{29} \xrightarrow{+2} \overset{a_{17}}{31} \xrightarrow{+2} \overset{a_{18}}{33} \xrightarrow{-1} \overset{a_{19}}{32} \xrightarrow{+2} \overset{a_{20}}{34} \xrightarrow{+2} \overset{a_{21}}{36} \xrightarrow{-1} \overset{a_{22}}{35},\ \ldots$$

Da análise feita, retiramos que: $a_1 = 11, a_{11} = 25 \ e \ a_{21} = 36$. A soma desses termos fica:

$$S = a_1 + a_{11} + a_{21} \quad \Longrightarrow \quad S = 11 + 25 + 36 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{S = 72}$$

Gabarito: LETRA C.

28. (FCC/ALESE/2018) Um servidor público, no seu primeiro dia de trabalho, atendeu uma única pessoa, o que se repetiu no segundo dia. A partir do terceiro, o número de pessoas atendidas por ele sempre foi igual à soma dos números de pessoas atendidas nos dois dias anteriores. Seu supervisor prometeu que, se houvesse um dia em que ele atendesse 50 ou mais pessoas, ele ganharia uma folga extra. Considerando que o padrão de atendimentos descrito se manteve, o servidor ganhou sua primeira folga extra ao final do

A) oitavo dia de trabalho.
B) décimo dia de trabalho.
C) décimo segundo dia de trabalho.
D) vigésimo dia de trabalho.
E) vigésimo segundo dia de trabalho.

Comentários:

Vamos **montar uma sequência** com as informações fornecidas no enunciado. Temos que um servidor público atendeu uma pessoa no primeiro dia de trabalho, $\boldsymbol{a_1 = 1}$. No segundo dia, o servidor atendeu também uma pessoa, $\boldsymbol{a_2 = 1}$. A partir do terceiro dia, o número de pessoas atendidas **é igual à soma dos dois dias anteriores**. Por exemplo, $\boldsymbol{a_3 = a_1 + a_2 = 2}$. Note que a sequência cujo os dois primeiros termos são 1 e os demais termos é a soma do dois anteriores é uma sequência muito conhecida no meio matemático: **é a sequência de Fibonacci**. Lembre-se:

$$F_n = \begin{cases} 1, se\ n = 1 \\ 1, se\ n = 2 \\ F_{n-1} + F_{n-2}, se\ n\ \geq 3 \end{cases}$$

Logo, queremos achar **o primeiro termo da sequência de Fibonacci maior do que 50**. Como fazemos isso? O jeito mais fácil é **escrever todos eles**!

$\boldsymbol{F_1}$	$\boldsymbol{F_2}$	$\boldsymbol{F_3 = F_1 + F_2}$	$\boldsymbol{F_4 = F_2 + F_3}$	$\boldsymbol{F_5 = F_3 + F_4}$
1	**1**	**2**	**3**	**5**
$\boldsymbol{F_6 = F_4 + F_5}$	$\boldsymbol{F_7 = F_6 + F_5}$	$\boldsymbol{F_8 = F_7 + F_6}$	$\boldsymbol{F_9 = F_8 + F_7}$	$\boldsymbol{F_{10} = F_9 + F_8}$
8	**13**	**21**	**34**	**55**

Encontramos, portanto, que **ao fim do décimo dia** o servidor terá atendido **55 pessoas** e ganhará a sua primeira folga extra.

Gabarito: LETRA B.

VUNESP

29. (VUNESP/CMSJC/2022) Considere a sequência de números 7123459, 8224360, 5223441, 6224332, 4223442, ..., em que cada termo, do segundo termo em diante, é formado a partir de um padrão que altera os algarismos do termo anterior. Utilizando- se esse mesmo padrão, o 100º termo da sequência que se inicia por 359982721 é:

A) 222222222
B) 342232422
C) 343434343
D) 422222222
E) 432242322

Comentários:

Pessoal, na minha opinião, essa é uma **questão armadilha**, colocada na prova para fazer bons alunos perderem tempo. Ela foge um tanto dos "padrões" que estamos acostumados e exigiria uma **boa dose de maturidade na disciplina** para que o aluno a visualizasse rapidamente. Dito isso, vamos à resolução, primeiramente dispondo a sequência da seguinte maneira:

Termo	7º Algarismo	6º Algarismo	5º Algarismo	4º Algarismo	3º Algarismo	2º Algarismo	1º Algarismo
1º termo	7	1	2	3	4	5	9
2º termo	8	2	2	4	3	6	0
3º termo	5	2	2	3	4	4	1
4º termo	6	2	2	4	3	3	2
5º termo	4	2	2	3	4	4	2

O que era suficiente perceber que para matarmos a questão?

1º) A sequência se desenvolve, mas a partir do momento em que algum algarismo se torna o "2", o mesmo algarismo dos demais termos **sempre será o "2"**.

2º) A sequência se desenvolve, mas a partir do momento em que o "3" ou o "4" aparece, **eles começam a se alternar nos demais termos**.

3º) A sequência se desenvolve, mas sempre que aparece o "5", logo em seguida aparece o "6" e, depois, aparece o "4". Nesse ponto, entramos na situação acima, de forma que ficamos com **5 -> 6 -> 4 -> 3 -> 4 -> 3**...

Termo	7º Algarismo	6º Algarismo	5º Algarismo	4º Algarismo	3º Algarismo	2º Algarismo	1º Algarismo
1º termo	7	1	2	3	4	5	9
2º termo	8	2	2	4	3	6	0
3º termo	5	2	2	3	4	4	1
4º termo	6	2	2	4	3	3	2
5º termo	4	2	2	3	4	4	2

Com essas **três informações**, vamos procurar o 100º termo da sequência iniciada por **359982721.**

Termo	9º Alg.	8º Alg.	7º Alg.	6º Alg.	5º Alg.	4º Alg.	3º Alg.	2º Alg.	1º Alg.
1º termo	3	5	9	9	8	2	7	2	1
2º termo						2		2	
3º termo						2		2	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
100º termo						2		2	

Note que **os algarismos 2º e 4º estão com número "2"**. Dessa forma, o 100º também terá o algarismo "2" no 2º e 4º algarismo. Essa conclusão nos levaria a **eliminar a alternativa C**.

Da mesma forma, note que **o 9º algarismo já começa com o número "3"**. Dessa forma, sabemos que nessa coluna **o "3" ficará se alternando com o "4"**.

Termo	9º Alg.	8º Alg.	7º Alg.	6º Alg.	5º Alg.	4º Alg.	3º Alg.	2º Alg.	1º Alg.
1º termo	3	5	9	9	8	2	7	2	1
2º termo	4					2		2	
3º termo	3					2		2	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
100º termo	4					2		2	

Note que **nos termos ímpares aparecerá o "3"**, enquanto **nos termos pares aparecerá o "4"**. Logo, o 100º termo, que é um **termo par**, **começará com o "4".** Com essa segunda observação, já eliminaríamos as alternativas A e B também.

Para cravar a alternativa, precisamos da **terceira observação**: sempre que o "5" aparece, depois vem o "6", depois vem o "4". A partir daqui, começa o revezamento de "4" e "3".

Termo	9º Alg.	8º Alg.	7º Alg.	6º Alg.	5º Alg.	4º Alg.	3º Alg.	2º Alg.	1º Alg.
1º termo	3	5	9	9	8	2	7	2	1
2º termo	4	6				2		2	

3º termo	3	4				2		2	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
100º termo	**4**	3				**2**		**2**	

Com isso, já poderíamos concluir que **8º algarismo nunca poderia ser o número "2"**, uma vez que começa com o "5" e, a sequência do "5" sempre cai, inevitavelmente, naquele loop entre "4" e "3". Com isso, a única resposta possível seria a **letra E.**

Observação: pessoal, existe padrões para cada um dos números, por exemplo, depois do "1" é sempre o "2", depois do "9" é sempre o "0"... Na minha opinião, a estratégia para essa questão não é transformar algarismo por algarismo de cada termo, mas sim **usar as alternativas para balizar nossa procura**.

Quando fazemos assim, **ganhamos mais velocidade**, de forma que **poderia** até ser possível fazer essa questão na prova em um tempo razoável.

Gabarito: LETRA E.

30. (VUNESP/TJ-SP/2019) Considere a sequência $\left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{8}{7}, \frac{9}{10}, \ \ldots\right)$. O produto entre o 7º, o 11º e o 20º termos é igual a

A) 10/11

B) 3/4

C) 5/6

D) 21/13

E) 15/19

Comentários:

Como a questão pede o produto entre o 7º, 11º e 20º termo, **conseguimos listá-los** sem muito trabalho. Observe como a sequência avança.

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{4}{3} \qquad \frac{5}{6} \qquad \frac{8}{7} \qquad \frac{9}{10} \qquad \ldots$$

Os números vão **crescendo de "1" em "1"** seguindo o caminho acima. Se continuarmos repetindo o padrão, podemos chegar até o 20º termo.

$$\left(\underbrace{\frac{1}{2}}_{1º}, \underbrace{\frac{4}{3}}_{2º}, \underbrace{\frac{5}{6}}_{3º}, \underbrace{\frac{8}{7}}_{4º}, \underbrace{\frac{9}{10}}_{5º}, \underbrace{\frac{12}{11}}_{6º}, \underbrace{\frac{13}{14}}_{7º}, \underbrace{\frac{16}{15}}_{8º}, \underbrace{\frac{17}{18}}_{9º}, \underbrace{\frac{20}{19}}_{10º}, \underbrace{\frac{21}{22}}_{11º}, \underbrace{\frac{24}{23}}_{12º}, \underbrace{\frac{25}{26}}_{13º}, \underbrace{\frac{28}{27}}_{14º}, \underbrace{\frac{29}{30}}_{15º}, \underbrace{\frac{32}{31}}_{16°}, \underbrace{\frac{33}{34}}_{17º}, \underbrace{\frac{36}{35}}_{18º}, \underbrace{\frac{37}{38}}_{19º}, \underbrace{\frac{40}{39}}_{20º}\right).$$

Agora que **encontramos os três termos**, podemos fazer o produto.

$$P=\frac{13}{14}\cdot\frac{21}{22}\cdot\frac{40}{39}\quad\rightarrow\quad P=\frac{13}{7}\cdot\frac{21}{11}\cdot\frac{10}{39}\quad\rightarrow\quad P=\frac{13}{1}\cdot\frac{3}{11}\cdot\frac{10}{39}\quad\rightarrow\quad P=\frac{10}{11}$$

Gabarito: LETRA A.

31. (VUNESP/TJ-SP/2019) Considere a sequência $\left(\frac{1}{5},\frac{5}{10};\frac{10}{15};\frac{15}{20};\frac{20}{25},\dots\right)$ O produto entre o 30º e o 31º termos é igual a

A) $27/29$
B) $25/27$
C) $31/33$
D) $23/25$
E) $29/31$

Comentários:

Nessa questão, já fica um pouco mais difícil de listar todos os termos até o 30º e 31º. Temos que deduzir a fórmula do termo geral para essa sequência.

$$\left(\frac{1}{5},\frac{5}{10};\frac{10}{15};\frac{15}{20};\frac{20}{25},\dots\right)$$

A primeira coisa que conseguimos perceber é que os denominadores são múltiplos de 5.

No **primeiro** termo, o denominador é $5\cdot\mathbf{1}=5$.
No **segundo** termo, o denominador é $5\cdot\mathbf{2}=10$.
No **terceiro** termo, o denominador é $5\cdot\mathbf{3}=15$.
No **quarto** termo, o denominador é $5\cdot\mathbf{4}=20$.
No **quinto** termo, o denominador é $5\cdot\mathbf{5}=25$.

Assim, percebemos que o denominador é na forma "$5n$", onde n é a ordem do termo procurado.
Agora, veja que o numerador é bem parecido. O problema é que ele começa no "1" e, depois, começam os múltiplos de 5. Com isso, a partir do segundo termo, o numerador é dado por "$5\cdot(\mathrm{n}-1)$".

No **segundo** termo, o numerador é $5\cdot(\mathbf{2}-1)=5\cdot1=5$.
No **terceiro** termo, o numerador é $5\cdot(\mathbf{3}-1)=5\cdot2=10$.
No **quarto** termo, o numerador é $5\cdot(\mathbf{4}-1)=5\cdot3=15$.
No **quinto** termo, o numerador é $5\cdot(\mathbf{5}-1)=5\cdot4=20$.

A partir do segundo termo, podemos dizer que o termo geral é dado por:

$$a_n=\frac{5\cdot(n-1)}{5\cdot n}$$

Para $n=30$:

$$a_{30} = \frac{5 \cdot (30 - 1)}{5 \cdot 30} \quad \rightarrow \quad a_{30} = \frac{5 \cdot 29}{5 \cdot 30}$$

Não precisamos simplificar agora!

Para $n = 31$:

$$a_{31} = \frac{5 \cdot (31 - 1)}{5 \cdot 31} \quad \rightarrow \quad a_{31} = \frac{5 \cdot 30}{5 \cdot 31}$$

Vamos multiplicar os dois:

$$P = a_{30} \cdot a_{31} \quad \rightarrow \quad P = \left(\frac{\cancel{5} \cdot 29}{\cancel{5} \cdot \cancel{30}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{5} \cdot \cancel{30}}{\cancel{5} \cdot 31}\right) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = \frac{29}{31}}$$

Gabarito: LETRA E.

32. (VUNESP/PM-SP/2020) Na sequência de números: 4, 8, 6, 12, 10, 20, 18, 36, 34, ..., o primeiro termo que é maior do que 100 é o número

a) 122.
b) 126.
c) 132.
d) 136.

Comentários:

A primeira coisa que podemos notar na sequência dada, é que **alguns termos são o dobro do anterior**.

$$4 \xrightarrow{\times 2} 8,\ 6 \xrightarrow{\times 2} 12,\ 10 \xrightarrow{\times 2} 20,\ 18 \xrightarrow{\times 2} 36,\ 34 \xrightarrow{\times 2} \ldots,$$

Observe ainda que o número que multiplicamos por dois é **duas unidades menor do que o seu anterior**.

$$4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{-2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{-2} 10 \xrightarrow{\times 2} 20 \xrightarrow{-2} 18 \xrightarrow{\times 2} 36 \xrightarrow{-2} 34 \xrightarrow{\times 2} 68,\ \ldots$$

Seguindo essa lógica, podemos completar a sequência **para achar o primeiro termo que é maior do que 100**.

$$4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{-2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{-2} 10 \xrightarrow{\times 2} 20 \xrightarrow{-2} 18 \xrightarrow{\times 2} 36 \xrightarrow{-2} 34 \xrightarrow{\times 2} 68 \xrightarrow{-2} 66 \xrightarrow{\times 2} \color{red}{132} \ldots$$

Gabarito: LETRA C

33. (VUNESP/FITO/2020) Considere a sequência de números naturais:

$$(\mathbf{30, 35, 45, 60, 80, 105, 135, \ldots})$$

A diferença entre o 14º e o 11º termos dessa sequência é

a) 165.
b) 170.
c) 175.
d) 180.
e) 185.

Comentários:

Observe que só temos números "bonitos". Se pegarmos **a diferença entre um termo e o seu anterior**, é possível notar que essa diferença **aumenta 5 unidades ao longo da sequência**. Desse modo,

$$30 \xrightarrow{+5} 35 \xrightarrow{+10} 45 \xrightarrow{+15} 60 \xrightarrow{+20} 80 \xrightarrow{+25} 105 \xrightarrow{+30} 135, \ldots$$

Pronto, desvendamos o segredo. Agora, **é só seguir o padrão até encontrarmos o 11º e o 14º termos**.

$$\overset{a_1}{30} \xrightarrow{+5} \overset{a_2}{35} \xrightarrow{+10} \overset{a_3}{45} \xrightarrow{+15} \overset{a_4}{60} \xrightarrow{+20} \overset{a_5}{80} \xrightarrow{+25} \overset{a_6}{105} \xrightarrow{+30} \overset{a_7}{135} \xrightarrow{+35} \overset{a_8}{170} \xrightarrow{+40} \overset{a_9}{210} \ldots$$

$$\overset{a_8}{170} \xrightarrow{+40} \overset{a_9}{210} \xrightarrow{+45} \overset{a_{10}}{255} \xrightarrow{+50} \overset{a_{11}}{\color{blue}{305}} \xrightarrow{+55} \overset{a_{12}}{360} \xrightarrow{+60} \overset{a_{13}}{420} \xrightarrow{+65} \overset{a_{14}}{\color{blue}{485}}$$

Obtemos $a_{11} = 305$ e $a_{14} = 485$, ao fazer a diferença entre os dois:

$$a_{14} - a_{11} = 485 - 305 = \mathbf{180}$$

Gabarito: LETRA D

34. (VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Na sequência: 32, 64, 48, 96, 72, 144, 108, ..., o primeiro termo que é um número ímpar é o

a) 9º termo.
b) 10º termo.
c) 11º termo.
d) 12º termo.
e) 13º termo.

Comentários:

Primeiramente, podemos notar **a sequência possui pares de números em que um é o dobro do outro**.

$$32 \xrightarrow{\times 2} 64,\ 48 \xrightarrow{\times 2} 96,\ 72 \xrightarrow{\times 2} 144,\ 108 \xrightarrow{\times 2} \ldots$$

Agora, devemos achar o que está ligando os pares. **A diferença entre o último número do par e o primeiro começa com 16, depois vai para 24, depois para 36....** Observe:

$$32 \xrightarrow{\times 2} 64 \xrightarrow{-16} 48 \xrightarrow{\times 2} 96 \xrightarrow{-24} 72 \xrightarrow{\times 2} 144 \xrightarrow{-36} 108 \xrightarrow{\times 2} \ldots$$

O número que estamos subtraindo é exatamente **a metade do primeiro termo do "par"**. Observe,

- $16 = 32 \div 2$
- $24 = 48 \div 2$
- $36 = 72 \div 2$

Portanto, para achar o número que devemos subtrair devemos **olhar para o primeiro termo do "par" e pegar a sua metade**.

$$\overset{a_1}{32} \xrightarrow{\times 2} \overset{a_2}{64} \xrightarrow{-16} \overset{a_3}{48} \xrightarrow{\times 2} \overset{a_4}{96} \xrightarrow{-24} \overset{a_5}{72} \xrightarrow{\times 2} \overset{a_6}{144} \xrightarrow{-36} \overset{a_7}{108} \xrightarrow{\times 2} \overset{a_8}{216} \xrightarrow{-54} \overset{a_9}{162} \xrightarrow{\times 2} \overset{a_{10}}{324} \xrightarrow{-81} \overset{a_{11}}{243}, \ldots$$

- $54 = 108 \div 2$
- $81 = 162 \div 2$

Gabarito: LETRA C

35. (VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Os sete primeiros algarismos de uma senha bancária são 6412521. Os oito algarismos dessa senha podem ser separados, na ordem em que aparecem, em números de 2 ou 3 algarismos, formando um padrão único e justificado nos oito algarismos. Dessa forma, o último algarismo dessa senha é

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

Comentários:

Essa questão pode ser **um pouco capiciosa**! Primeiramente, perceba que temos uma senha de 8 números, mas só temos "acesso" aos 7 primeiros dígitos.

$$6412521X$$

Queremos descobrir o oitavo e último dígito. Para notar o padrão da sequência, teríamos que estar bem afiados, lembrando que:

- $4^3 = 64$
- $5^3 = 125$

Logo, **a tendência é que o próximo número seja 6^3**.

$$\underbrace{64}_{4^3} \quad \underbrace{125}_{5^3} \quad \underbrace{21X}_{6^3}$$

Como $6^3 = 216$, então $X = 6$.

Gabarito: LETRA D

36. (VUNESP/TJ-SP/2018) Na sequência numérica 1, 2, 3, 6, 7, 8, 21, 22, 23, 66, 67, 68, ..., os termos se sucedem segundo um padrão. Mantido o padrão, o décimo quarto termo é o número

A) 229
B) 308.
C) 282.
D) 255.
E) 202.

Comentários:

A primeira coisa que conseguimos perceber olhando para a sequência é que estão aparecendo sempre **três números consecutivos**. A pergunta é: *o que está definindo o pulo entre as sequências de três números consecutivos?* Vamos analisar!

$$1, 2, 3, 6, 7, 8, 21, 22, 23, 66, 67, 68, \dots$$

Veja que os saltos entre as sequências de números consecutivos **triplicam**!
- Primeiro Salto: 5.
- Segundo Salto: $3 \times 5 = 15$.
- Terceiro Salto: $3 \times 15 = 45$

Seguindo essa lógica, vamos ter um quarto salto de:
- Quarto Salto: $3 \times 45 = 135$

$$1, 2, 3, 6, 7, 8, 21, 22, 23, 66, 67, 68, 201, \underline{202}, 203, \dots$$

Veja que nosso **14º termo é o 202**.

Gabarito: LETRA E.

37. (VUNESP/TJ-SP/2017) Na sequência numérica 2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, ..., mantida a ordem preestabelecida, o próximo elemento é

A) 265
B) 249
C) 273
D) 257
E) 281

Comentários:
Vamos lá, pessoal! Mais uma sequência para determinamos o padrão!

$$2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, \dots,$$

Veja que os saltos vão sempre dobrando!
- O primeiro salto é igual a 1.
- O segundo salto é igual a $2 \cdot 1 = 2$.

- O terceiro salto é igual a $2 \cdot 2 = 4$.
- O quarto salto é igual a $2 \cdot 3 = 6$.
- E por aí vai...

O salto que dará o próximo termo dessa sequência é igual a $2 \cdot 64 = 128$. Assim,

$$2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+4} 9 \xrightarrow{+8} 17 \xrightarrow{+16} 33 \xrightarrow{+32} 65 \xrightarrow{+64} 129 \xrightarrow{+128} \mathbf{257}$$

Gabarito: LETRA D.

38. (VUNESP/TJ-SP/2015) Observe a sequência de espaços identificados por letras

6								5	
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Cada espaço vazio deverá ser preenchido por um número inteiro e positivo, de modo que a soma dos números de três espaços consecutivos seja sempre igual a 15. Nessas condições, no espaço identificado pela letra g deverá ser escrito o número

A) 5.
B) 6.
C) 4.
D) 7.
E) 3.

Comentários:

Pessoal, **três letras consecutivas** devem ter números com soma sempre **igual a 15**. Assim,

$$a + b + c = 15$$

Note que já temos que $a = 6$. Logo,

$$6 + b + c = 15 \quad \rightarrow \quad b + c = 9$$

Vamos continuar **repetindo essa ideia** (três letras consecutivas devem ter números com soma igual a 15).

$$b + c + d = 15$$

Como sabemos que $b + c = 9$, podemos fazer:

$$9 + d = 15 \quad \rightarrow \quad d = 6$$

Seguindo essa linha, temos que:

$$d + e + f = 15$$

Usando que $d = 6$.

$$6 + e + f = 15 \quad \rightarrow \quad e + f = 9$$

Por fim, temos que ter:

$$e + f + g = 15$$

Usando que $e + f = 9$,

$$9 + g = 15 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{g = 6}$$

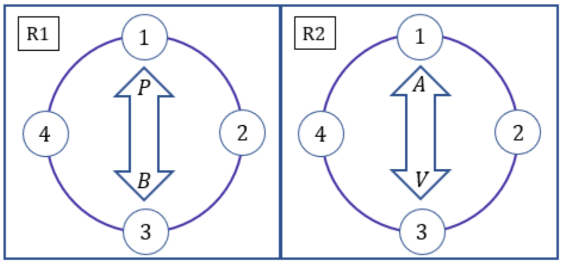
Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS

Sequências de Figuras

CEBRASPE

1. (CESPE/PREF. BARRA DOS COQUEIROS-SE/2020) Uma máquina possui dois medidores, R1 e R2, representados na seguinte figura.



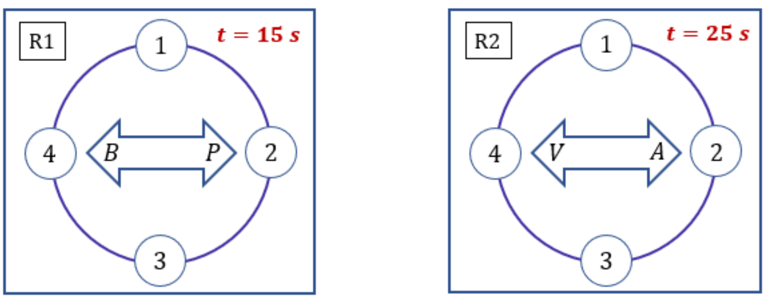
A partir do acionamento da máquina, os ponteiros dos medidores R1 e R2 giram no sentido horário, com velocidades diferentes, da seguinte maneira:

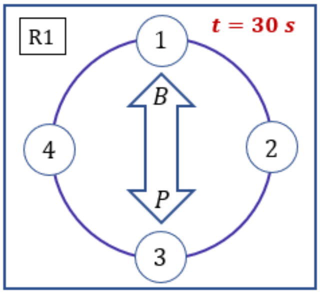
O ponteiro do medidor R1 fica parado até o décimo quinto segundo desde o acionamento e, nesse momento, gira um quarto de uma volta; esse movimento se repete a cada 15 segundos, desde que a máquina permaneça ligada; o ponteiro do medidor R2 fica parado até o vigésimo quinto segundo desde o acionamento e, nesse momento, gira um quarto de uma volta; esse movimento se repete a cada 25 segundos, desde que a máquina permaneça ligada. Nessa situação, a partir da posição mostrada na figura, passados 4 minutos desde o acionamento dessa máquina, o lado

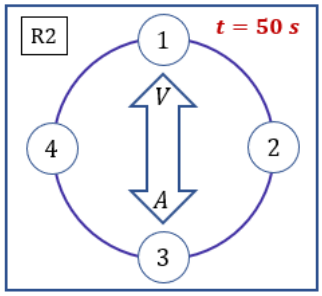
A) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 2, e o lado V do ponteiro do medidor R2 estará na posição 1.
B) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 1, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 2.
C) P do ponteiro do medidor R1 estará na posição 3, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 3.
D) P do ponteiro do medidor R1 estará na posição 2, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 4.
E) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 3, e o lado V do ponteiro do medidor R2 estará na posição 4.

Comentários:

O primeiro passo é entender que o medidor R1 gira um quarto de volta a cada 15 segundos e R2 a cada 25 s. Logo, podemos visualizar da seguinte forma:

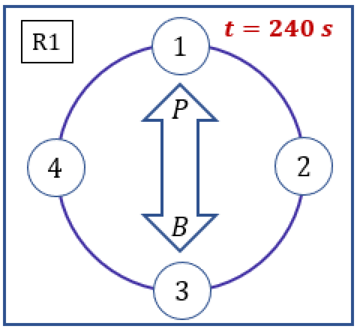


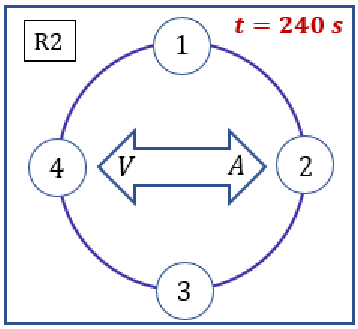




Dessa forma, quando cada um girar 4 vezes, eles retornarão para a posição inicial. No caso do **medidor R1, isso demorará $4 \times 15 = 60$ segundos**. **Já para R2, isso demorará $4 \times 25 = 100$ segundos**. O próximo passo agora é usar o tempo que a máquina fica acionada: 4 minutos. Como cada minuto tem 60 segundos, então 4 minutos tem: $4 \times 60 = 240$ segundos.

Observe que em 240 segundos, **o medidor R1 dá exatamente 4 voltas completas**, pois 240/60 = 4. Além disso, **o medidor R2 consegue apenas dar duas voltas completas e girar mais um quarto**, pois 240 = 200 (duas voltas completas) + 40. Os 40 segundos que sobram para R2, **permitem que os ponteiros giram apenas mais uma vez em um quarto**.



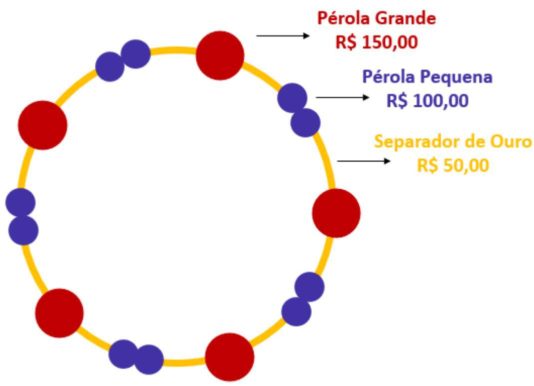


Gabarito: LETRA E

2. (CESPE/TRE-MS/2013) Em um colar, com pérolas de dois tamanhos diferentes, as pérolas foram arranjadas de maneira que, quando o colar estiver fechado, será repetido o seguinte padrão: uma pérola grande, seguida de duas pequenas. Além disso, para aumentar o valor do colar, foi adicionado um pequeno separador de ouro entre uma pérola grande e uma pequena. Os preços de cada separador de ouro, de cada pérola pequena e de cada pérola grande são R$ 50,00, R$ 100,00 e R$ 150,00, respectivamente. Considerando que, no colar, foram utilizados 30 separadores de ouro, então o seu custo total, em reais, com os separadores e as pérolas, é

A) superior a 5.800 e inferior a 6.800.
B) superior a 6.800 e inferior a 7.800.
C) superior a 7.800 e inferior a 8.800.
D) superior a 8.800.
E) inferior a 5.800,00.

Comentários:



A figura ao lado possibilita **visualizar melhor** como é **a disposição das pérolas e dos separadores**. Para descobrir o preço do colar, precisamos descobrir **quantas pérolas ele tem**. Note que **para cada pérola grande temos 2 separadores para isolá-las das pérolas pequenas**! Portanto, se no colar em questão temos 30 separadores, teremos apenas metade de pérolas grandes, isto é, **15**. Já **para cada duas pérolas pequenas que se encontram juntas, temos dois separadores**. Logo, se temos 30 separadores também **teremos 30 pérolas pequenas**. Agora que sabemos as quantidades, é só encontrar o preço:

$\text{PÉROLAS GRANDES}: 15 \times R\$\ 150{,}00 = R\$\ 2.250{,}00$
$\text{PÉROLAS PEQUENAS}: 30 \times R\$\ 100{,}00 = R\$\ 3.000{,}00$
$\text{SEPARADORES DE OURO}: 30 \times R\$\ 50{,}00 = R\$\ 1.500{,}00$

Para obter o custo total, temos que **somar as quantias encontradas acima**:

$$CUSTO\ TOTAL = R\$\ 2.250{,}00 + R\$\ 3.000{,}00 + R\$\ 1.500{,}00$$

$$\boldsymbol{CUSTO\ TOTAL = R\$\ 6.750,00}$$

Gabarito: LETRA A

3. (CESPE/TCE-ES/2013)

Peça A Peça B Peça A sobre a Peça B

As figuras acima ilustram um brinquedo que consiste em colocar a peça A sobre a peça B, de modo que a peça A permaneça fixa e a peça B gire em torno de seu eixo central, mostrando, a cada segundo(s), um triângulo diferente com o nome de uma cor. Se a rotação da peça B se der no sentido horário e, no instante t = 0 s, o brinquedo mostrar a cor verde, então, nos instantes t = 577 s e t = 578 s, serão mostradas, respectivamente, as cores

A) amarelo e vermelho.
B) branco e preto.
C) preto e verde.
D) verde e azul.
E) azul e amarelo.

Comentários:
Temos 6 cores, uma cor é mostrada por segundo. A sequência de cores fica assim (cuidado, **o sentido é o horário e quem mexe é a peça B, isso faz toda a diferença**):

t	0	1	2	3	4	5
Cor	VERDE	AZUL	AMARELO	VERMELHO	BRANCO	PRETO

6	7	9	10	11	12
VERDE	AZUL	AMARELO	VERMELHO	BRANCO	PRETO

Note, portanto, que precisamos de 6 segundos completos para dar uma volta. Se queremos saber que cor o brinquedo mostrará quando t = 577 s, então **devemos buscar o múltiplo de 6 mais próximo desse número**. Para isso, basta tomarmos a parte inteira da divisão de 577 por 6. Assim, 577/6 = 96,16...

Isso significa que **o brinquedo deu 96 voltas completas**. Essas 96 voltas levaram $96 \times 6 = 576$ segundos. No entanto, **como era verde em $t = 0$, será também verde em $t = 576\ s$**. A próxima cor será azul $(t = 577\ s)$ e, depois dela, amarelo $(t = 578\ s)$.

Gabarito: LETRA E

FGV

4. (FGV/SEFAZ-BA/2022) Os números naturais foram escritos em uma tabela de 4 linhas como na figura a seguir.

4	5	12	13	...	...		
3	6	11	14	...	...		
2	7	10	15	18	...		
1	8	9	16	17	...		

As linhas são numeradas de baixo para cima e as colunas são numeradas da esquerda para a direita. O número da linha e o número da coluna onde está o número 2022 são, respectivamente,
A) 2 e 253.
B) 3 e 253.
C) 2 e 506.
D) 3 e 506.
E) 4 e 524.

Comentários:
Preliminarmente, vamos observar algumas coisas nessa tabela:

1ª observação) **Os números da tabela são consecutivos** e vão aumentando baixo para cima e, na coluna seguinte, de cima para baixo. Repete-se esse "caminho".

4	5	12	13	...	...		
3	6	11	14	...	...		
2	7	10	15	18	...		
1	8	9	16	17	...		

2ª observação) **As colunas <u>ímpares</u> sempre terminam com números <u>ímpares</u>**. Por exemplo, a primeira coluna termina com o "1", a terceira coluna termina com o "9", a quinta coluna com o "17".... Observe ainda, que nas colunas ímpares, os números aumentam de baixo para cima.

4	5	12	13	...	...		
3	6	11	14	...	...		
2	7	10	15	18	...		
1	8	9	16	17	...		

3ª observação) **As colunas <u>pares</u> sempre terminam com números <u>pares</u>.** Por exemplo, a segunda coluna termina com "8", a quarta coluna termina com "16"... Note também que, nas colunas pares, **os números aumentam de cima para baixo**.

4	5	12	13	...	...		
3	6	11	14	...	...		
2	7	10	15	18	...		
1	8	9	16	17	...		

4ª observação) O primeiro ou o último número da coluna são **sempre múltiplos de 4**.

4	5	12	13	...	...		
3	6	11	14	...	...		
2	7	10	15	18	...		
1	8	9	16	17	...		

Com isso, para encontrarmos a coluna que contém o número de 2022, é interessante **determinarmos o múltiplo de 4 mais próximo de 2022**. Nesse objetivo, note que:

$$505 \cdot 4 = 2020$$

Logo, na 505ª coluna, teremos o 2020.

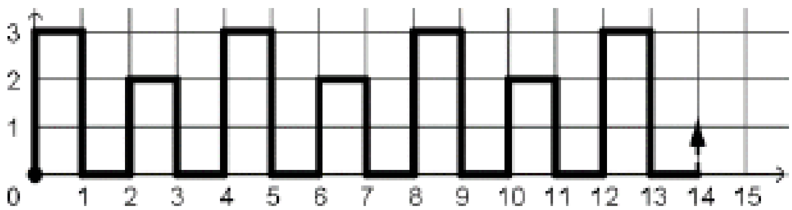
Note que **505ª é uma coluna *ímpar***. Sendo assim, ela termina com um ímpar e começa com o múltiplo de 4.

4	5	12	13	...	...	2020	2021	
3	6	11	14	...	...	2019	**<u>2022</u>**	3ª
2	7	10	15	18	...	2018		2ª
1	8	9	16	17	...	2017		1ª
						505ª	506ª	

Atenção! O enunciado fala que **as linhas são numeradas de baixo para cima**! Caso o aluno não se atentasse a isso, poderia acabar marcando a letra C como resposta. Dito isso, concluímos que **o 2022 está na <u>506ª coluna</u> e na <u>3ª linha</u>**.

Gabarito: LETRA D.

5. (FGV/CBM-AM/2022) No plano cartesiano, a partir da origem, foi construído o caminho representado abaixo, mantendo o padrão do desenho.



O comprimento da parte do caminho desde o início até o ponto (49, 1) é

A) 166.

B) 168.

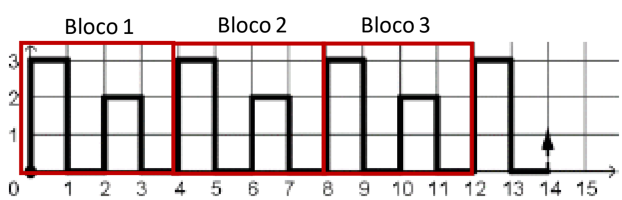
C) 170.

D) 172.

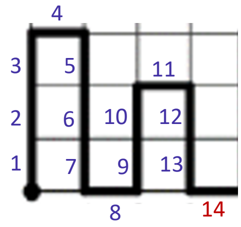
E) 174.

Comentários:

Primeiramente, imagine comigo os seguintes blocos:

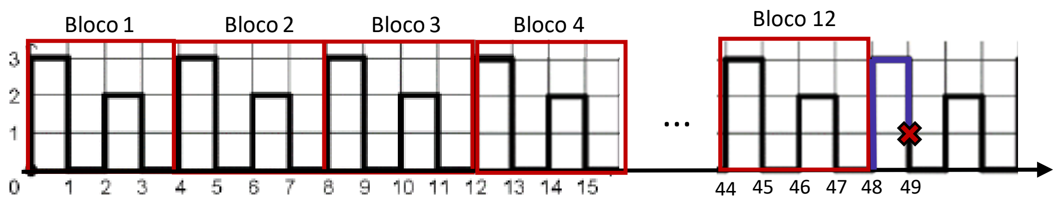


Note que criamos cada bloco tem exatamente o mesmo caminho. Mais ainda, vamos verificar que **<u>o comprimento</u> do caminho em cada bloco é igual a <u>14</u>**.



A pergunta que devemos fazer agora é: *quantos blocos desses existem até o ponto (49,1)?*

Ora, observe que cada bloco ocupa **4 unidades na horizontal**. Sendo assim, o múltiplo de 4 mais próximo de 49 é o 48 $(4 \times 12 = 48)$. Logo, temos **12 blocos completos até o 48**. Vamos visualizar essa ideia.

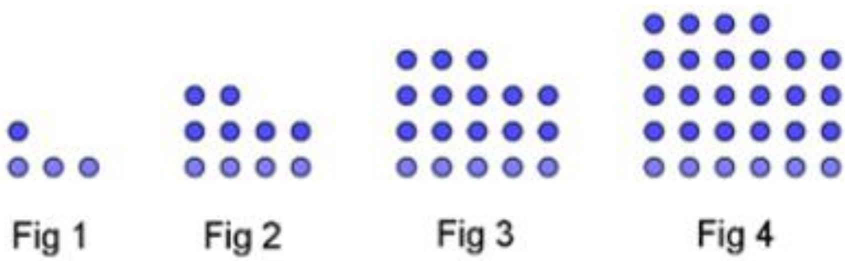


Com a figura acima, conseguimos constatar que são **12 blocos inteiros mais um caminho curto de 6 unidades** (que destacamos de **roxo**) até o ponto **(49, 1)**. Sendo assim, **o comprimento total** é:

$$\text{Comprimento Total} = 12 \times 14 + 6 = \boxed{174}$$

Gabarito: LETRA E.

6. (FGV/TJ-RO/2021) Observe a sequência de figuras a seguir.



Mantendo o padrão apresentado nas figuras acima, o número de bolinhas da figura 15 é:

A) 238;

B) 244;

C) 258;

D) 270;

E) 304.

Comentários:

Um jeito mais direto de fazer essa questão é contarmos na mão mesmo e montarmos uma tabela.

Figura	Quantidade de Bolinhas	Diferença
1	4	-
2	10	6
3	18	8
4	28	10

Note que **a figura 2 tem <u>6 bolinhas a mais</u>** do que a primeira. Por sua vez, **a figura 3 tem <u>8 bolinhas a mais</u>** do que a segunda. Por fim, **a figura 4 tem <u>10 bolinhas a mais</u>** do que a terceira.

Nessa lógica, podemos concluir que **a figura "5" terá <u>12 bolinhas a</u> mais** do que a quarta figura, a figura "5" terá <u>14 bolinhas a mais</u> do que sua antecessora e assim sucessivamente... **Sempre <u>aumentando 2 bolinhas a mais do que antes</u>**. Com essas informações, vamos continuar a tabela acima.

Figura	Quantidade de Bolinhas	Diferença
1	4	-
2	10	6
3	18	8
4	28	10
5	40	12
6	54	14
7	70	16
8	88	18
9	108	20
10	130	22
11	154	24
12	180	26
13	208	28
14	238	30
15	**<u>270</u>**	**32**

Gabarito: LETRA D.

7. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) A figura a seguir mostra grupos de bolinhas cujos números crescem mantendo determinado padrão.

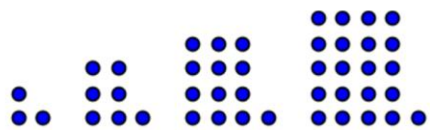


fig 1 fig 2 fig 3 fig 4

Assinale a opção que indica o número de bolinhas da figura 16.

A) 241.

B) 255.
C) 273.
D) 289.
E) 297.

Comentários:
Questão bem similar a vista anteriormente! No entanto, dessa vez, resolveremos diferente!

Vamos **criar uma tabela** com a quantidade de bolinhas em cada figura e procurar por um padrão.

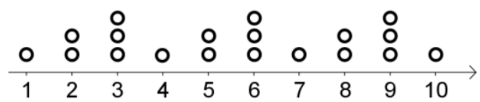
Figura	Qtd de Bolinhas	Padrão
Figura 1	3	$1 \cdot 2 + 1$
Figura 2	7	$2 \cdot 3 + 1$
Figura 3	13	$3 \cdot 4 + 1$
Figura 4	21	$4 \cdot 5 + 1$

Podemos perceber que, para obter a quantidade de bolinhas, sempre **multiplicamos o número da figura pelo número seguinte a ele**. Por exemplo, a quantidade de bolinhas da figura 2 será o número 2 multiplicado pelo 3 (próximo número). **Após essa multiplicação, somamos mais um no resultado**. Dessa forma,

$$\text{Fig16} = 16 \cdot 17 + 1 \quad \rightarrow \quad \text{Fig16} = 272 + 1 \quad \rightarrow \quad \mathbf{Fig16 = 273}$$

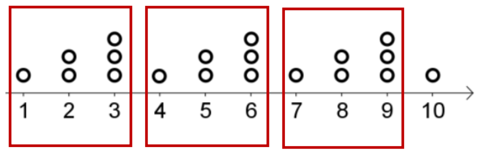
Gabarito: LETRA C.

8. (FGV/SME CUIABÁ/2015) A figura abaixo mostra uma reta numerada e uma sequência de bolinhas mantendo sempre o mesmo padrão:



A quantidade de bolinhas desde o número 1 até o número 50, inclusive, é
A) 96.
B) 97.
C) 98.
D) 99.
E) 100.

Comentários:
Note que temos **6 bolinhas para cada 3 números**.



Para determinar quantos grupos de 3 desses vamos ter até o número 50, devemos dividir **50 por 3.**

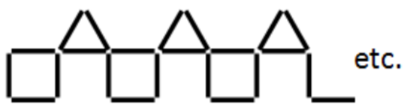
$$\begin{array}{r|l} 50 & 3 \\ \cline{2-2} -3\downarrow & \mathbf{16} \\ \cline{1-1} 20 & \\ -18 & \\ \cline{1-1} \mathbf{2} & \end{array}$$

A divisão acima indica que teremos **16 quadrados vermelhos desses, cada um com 6 bolinhas**. Além disso, **o resto igual a 2 indica que teremos mais dois números de fora, totalizando 3 bolinhas**. Sendo assim,

$$Total = 16 \cdot 6 + 3 \quad \rightarrow \quad Total = 99$$

Gabarito: LETRA D.

9. (FGV/TJ-RJ/2014) Brincando com palitos, Bernardo criou uma sequência de quadrados e triângulos como na figura a seguir:



Bernardo terminou a brincadeira após construir o 50º quadrado. O número total de palitos que Bernardo utilizou foi:

A) 330.
B) 340.
C) 343.
D) 347.
E) 350.

Comentários:

Note que **o quadrado vem antes do triângulo**. Sendo assim, quando Bernardo terminar o 50º quadrado, ele terá feito 49 triângulos. Como **cada quadrado usa 4 palitos e cada triângulo usa 3**, podemos escrever que:

$$Total\ de\ Palitos = 4 \cdot 50 + 3 \cdot 49$$

$$Total\ de\ Palitos = 200 + 147$$

$$Total\ de\ Palitos = 347$$

Gabarito: LETRA D.

10. (FGV/BADESC/2010) Observe a sequência de figuras formadas por pontos.

De acordo com a lógica sequencial estabelecida, assinale a alternativa que apresente corretamente a figura 8.

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Comentários:

Galera, o primeiro passo a perceber é que a cada nova figura, **apenas uma bolinha está sendo acrescentada**. Com isso, certamente **a figura 8 terá 8 bolinhas** e poderíamos eliminar a alternativa A. Note também que **em nenhum momento passamos de duas linhas de bolas**.

Portanto, a alternativa C é bem improvável. Por fim, observe que o padrão é sempre **completar as duas linhas, de cima para baixo**. Diante disso, a única alternativa possível será a B.

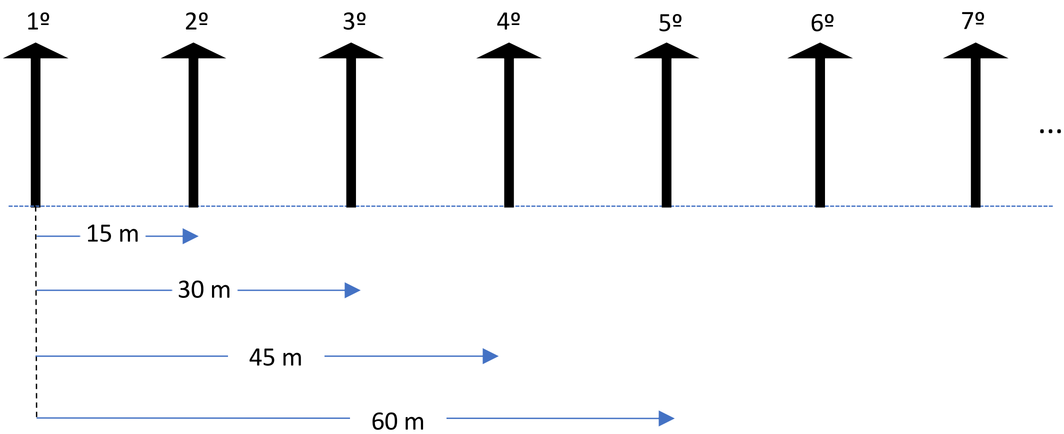
Gabarito: LETRA B.

11. (FGV/MPE-RJ/2019) Em uma rua retilínea há 20 postes espaçados igualmente entre si. A distância entre dois postes quaisquer consecutivos é de 15 metros. A distância entre o terceiro poste e o décimo sétimo poste é:

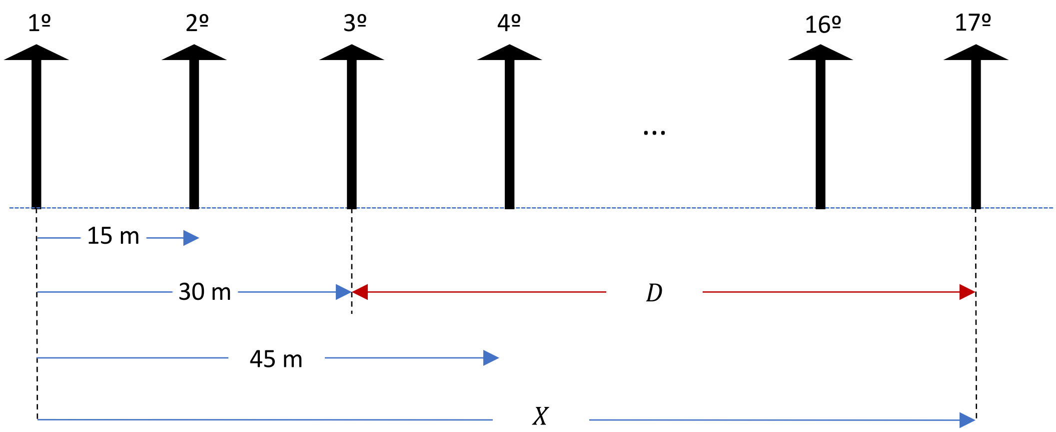
A) 225 metros
B) 210 metros
C) 195 metros
D) 180 metros
E) 165 metros

Comentários:

Vamos considerar a seguinte situação:



Perceba que a distância do primeiro poste para os demais vai aumentando conforme uma **progressão aritmética de razão igual a 15**. Para determinar a distância entre o terceiro e o décimo sétimo poste, podemos pensar assim:



Observe que **a distância D é encontrada pela subtração $X - 30$**. Ademais, X é o décimo sexto termo da PA formada pelas distâncias, acompanhe o porquê:

- A distância entre **o segundo** e o primeiro poste é $a_1 = 15$;
- A distância entre **o terceiro** e o primeiro poste é $a_2 = 30$;
- A distância entre **o quarto** e o primeiro poste é $a_3 = 45$;

...

- A distância entre **o décimo sétimo** e o primeiro poste é $a_{16} = X$.

Assim,

$$X = a_{16} = a_1 + 15r$$

$$X = 15 + 15 \cdot 15 \quad \rightarrow \quad X = 15 + 225 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{X = 240}$$

Com isso, **conseguimos encontrar a distância D**.

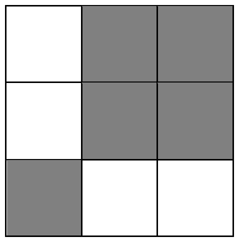
$$D = X - 30 \quad \rightarrow \quad D = 240 - 30 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{D = 210}$$

Gabarito: LETRA B.

FCC

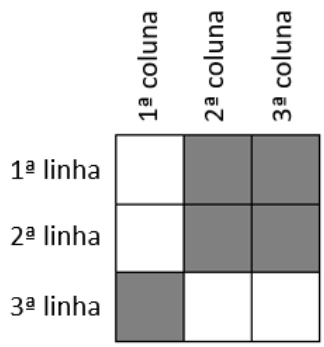
12. (FCC/CLDF/2018) Em um tabuleiro 3 × 3, todas as nove peças quadradas têm uma face branca e outra face preta. Essas peças são placas móveis que giram em torno de um eixo, exibindo ora a face branca, ora a face preta. O objetivo de um jogo que usa esse tabuleiro é, a partir de uma dada configuração inicial, fazer com que todas as peças quadradas exibam sua face branca. Para isso, as únicas operações possíveis, a cada jogada, são:

– girar todas as peças de uma mesma linha, trocando a cor de cada uma ou
– girar todas as peças de uma mesma coluna, trocando a cor de cada uma.



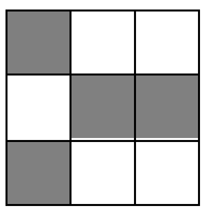
Para a configuração inicial do tabuleiro dada acima, respeitando as regras, a quantidade mínima de jogadas que permite atingir o objetivo do jogo é igual a
A) 2.
B) 4.
C) 3.
D) 6.
E) 5.

Comentários:
Pessoal, a resolução dessa questão **não traz nenhum conceito específico**. O objetivo do examinador é realmente testar nosso raciocínio sequencial através da resolução de um pequeno jogo. Vou mostrar aqui **uma das soluções possíveis**. Primeiro, vamos identificar as colunas e as linhas:

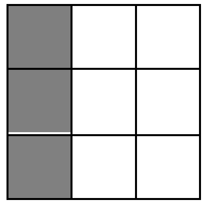


Possível solução:

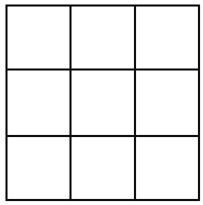
- Gire todas as peças da 1ª linha:



- Gire todas as peças da 2ª linha:



- Gire todas as penas da 1ª coluna:

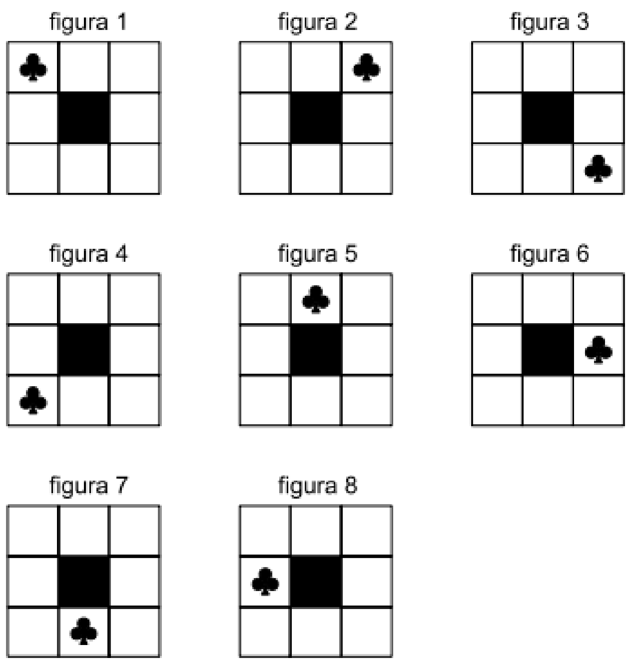


Outras possíveis soluções podem ser obtidas **com pequenas variações na ordem desses <u>três movimentos</u>**. Note que **não é possível completar o jogo com menos movimentos**, principalmente em virtude da peça preta na 1ª coluna-3ªlinha.

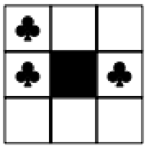
Gabarito: LETRA C.

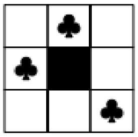
VUNESP

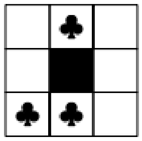
13. (VUNESP/TJ-SP/2018) Considere os primeiros 8 elementos da sequência de figuras:

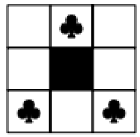


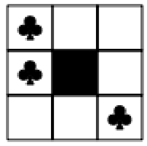
Nesta sequência, as figuras 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 correspondem, respectivamente, às figuras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, assim como as figuras 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 e 24, e assim segue, mantendo-se esta correspondência. Sobrepondo-se as figuras 109, 131 e 152, obtém-se a figura

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

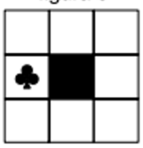
Comentários:

Galera, essa questão pode tirar um pouco o juízo do aluno! Uma maneira de resolvê-la é por meio do seguinte raciocínio: **todos os <u>múltiplos de 8</u> vão corresponder a mesma figura**. Por exemplo, as figura 8, 16, 24, 32, ... são iguais a:

figura 8

Note 152 é um múltiplo de 8 ($8 \times 19 = 152$). Dessa forma, a figura 152 é:

figura 8



Acontece que **109 e 131 <u>não</u> são múltiplos de 8**. Como fazemos para determinar quais são essas figuras? Devemos **procurar o múltiplo de 8 <u>mais próximo</u> desses números**. Observe que **<u>112</u>** é o múltiplo de 8 mais próximo de 109 ($8 \times 14 = 112$). Sendo assim, ficamos com a seguinte situação:

figura 4

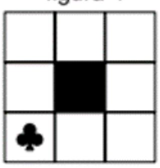


figura 108

figura 5

figura 109

figura 6

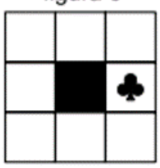


figura 110

figura 7

figura 111

figura 8

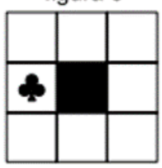


figura 112

Observe que, encontrando o múltiplo de 8 mais próximo, determinamos quem tem a figura igual a figura 8 e **<u>as demais próximas a ele</u>**. Feita essa análise, vamos prosseguir: qual o múltiplo de 8 mais próximo de 131? É o **<u>128</u>** $(8 \times 16 = 128)$. Sendo assim,

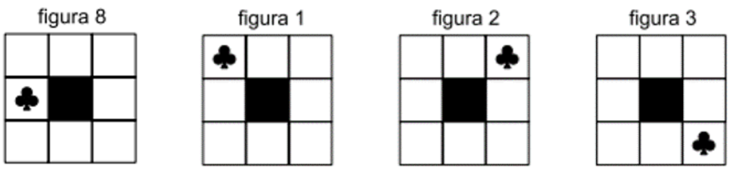


figura 128 figura 129 figura 130 figura 131

Pronto, determinamos todas as figuras que queríamos, temos que:

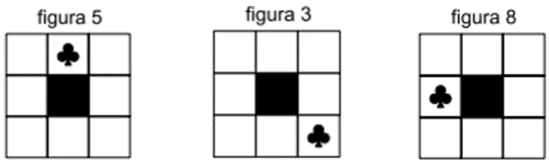
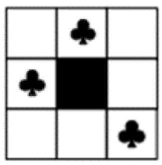


figura 109 figura 131 figura 152



Quando fazemos **a sobreposição** (colocar uma em cima da outra) das três, obtemos:

Gabarito: LETRA B.

14. (VUNESP/TJ-SP/2017) Observe as 4 primeiras figuras de uma sequência, em que cada figura contém 5 símbolos:

♣♦♥♠●	♦♣♥♠●	♣♦♠♥●	●♦♥♠♣
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4

Nessa sequência, as figuras 5, 6, 7 e 8 correspondem, respectivamente, às figuras 1, 2, 3 e 4, assim como as figuras 9, 10, 11 e 12, e assim por diante, mantendo-se essa correspondência. Com relação à ordem dos símbolos, o 1º dessa sequência é ♣, o 8º é ♥, o 15º é ●, e assim por diante. Nestas condições, o 189º símbolo é

A) ●

B) ♠

C) ♦

D) ♣

E) ♥

Comentários:

Observe que é uma questão com raciocínio bem parecido com uma que fizemos anteriormente. Vamos resolvê-la de forma similar Observe que **as figuras múltiplas de 4 sempre vão ser <u>iguais</u>**. Por exemplo, as figuras 4, 8, 12 e 16 são todas iguais a:

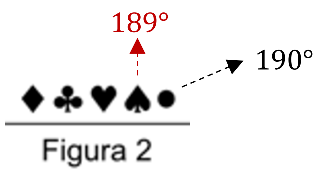
Diante disso, a primeira pergunta que devemos responder é: **em qual figura estará o 189º símbolo?** Como cada figura tem 5 símbolos, então o 189º símbolo **estará na figura 38**. *Professor, como assim?!* Veja, caro aluno:

$$5 \times 38 = 190$$

Isso nos diz que apenas depois de 38 figuras é que teremos 190 símbolos!! Assim, a figura 38 é que conterá também o penúltimo símbolo: o 189º. Falta agora determinarmos *qual figura é correspondente à figura 38*. Observe que 38 não é múltiplo de 4, sendo **36 o múltiplo de 4 mais próximo** e que tomaremos de base. Assim, ficamos com a seguinte situação:

figura 36 figura 37 figura 38 figura 39 figura 40

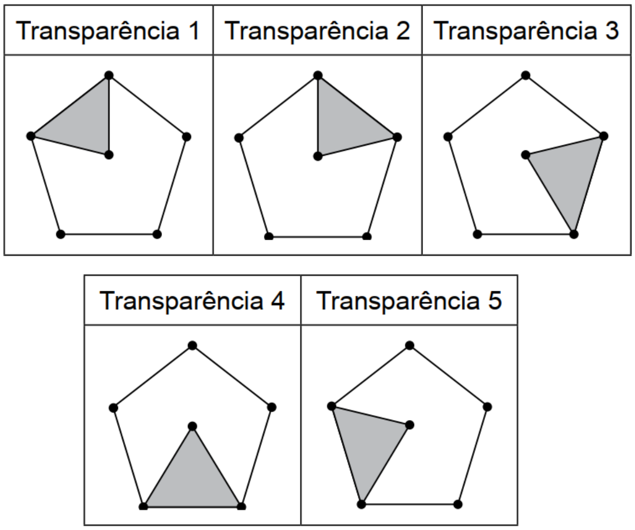
Veja que a **figura 38 corresponde a <u>figura 2</u>**.



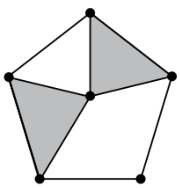
Portanto, podemos marcar que o símbolo 189° é o ♠.

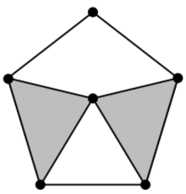
Gabarito: LETRA B.

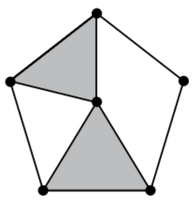
15. (VUNESP/TJ-SP/2015) Considere as seguintes figuras de uma sequência de transparências, todas enumeradas:

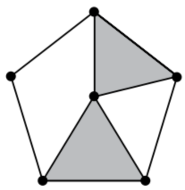


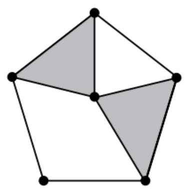
Na referida sequência, a transparência 6 tem a mesma figura da transparência 1, a transparência 7 tem a mesma figura da transparência 2, a transparência 8 tem a mesma figura da transparência 3, e assim por diante, obedecendo sempre essa regularidade. Dessa forma, sobrepondo-se as transparências 113 e 206, tem-se a figura

A) 

B) 

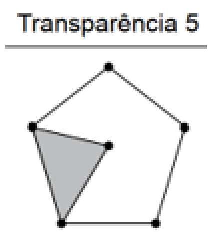
C) 

D) 

E) 

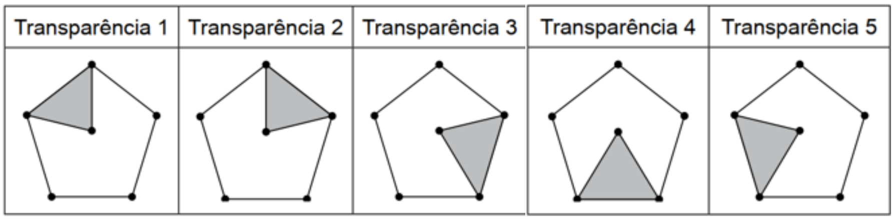
Comentários:

A Vunesp gosta desse tipo de questão!!! Temos 5 transparências que se repetem. Com isso, o mais importante é perceber que **a transparência 5 vai sempre se repetir nos múltiplos de 5**. Portanto, as transparências 5, 10, 15, 20, ..., vão ser todas iguais a:



Portanto, usaremos essa transparência como nossa base.

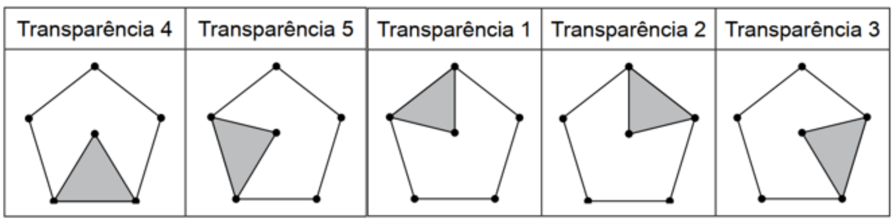
Para determinar qual é a transparência 113, devemos nos fazer a seguinte pergunta: **qual é o múltiplo de 5 mais próximo de 113?** Ora, é o 115 ($5 \times 23 = 115$). Assim, conseguimos prever o seguinte:



Transparência 111 | Transparência 112 | Transparência 113 | Transparência 114 | Transparência 115

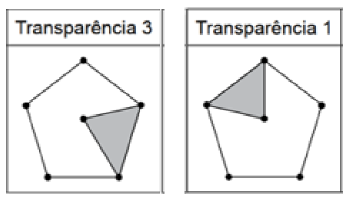
Tomando como *base a transparência 115, que sabemos ser igual a transparência 5*, podemos deduzir as transparências anteriores, voltando na ordem. Fazemos um **processo análogo** para determinar a transparência 206.

Qual o múltiplo de 5 mais próximo de 206? Ora, é o 205 ($5 \times 41 = 205$). Assim, temos o seguinte.



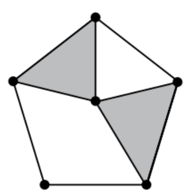
Transparência 204 | Transparência 205 | Transparência 206 | Transparência 207 | Transparência 208

Assim, as transparências que estamos procurando são:



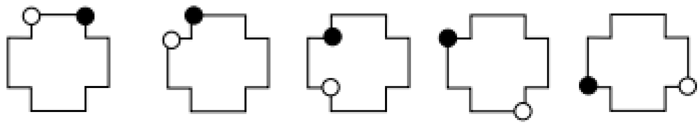
Transparência 113 | Transparência 206

Quando fazemos **a sobreposição das duas** (colocar uma sobre a outra), obtemos a seguinte imagem:

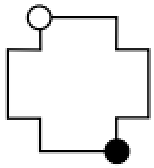


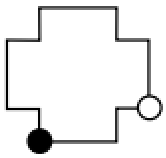
Gabarito: LETRA E.

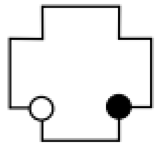
16. (VUNESP/TJ-SP/2014) Observe os cinco primeiros elementos da sequência figural ilimitada a seguir:

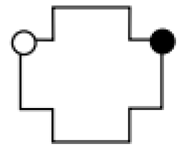


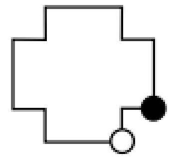
Observando a regularidade apresentada pelos pontos em destaque em cada figura, conclui-se que a 10a figura é

A) 

B) 

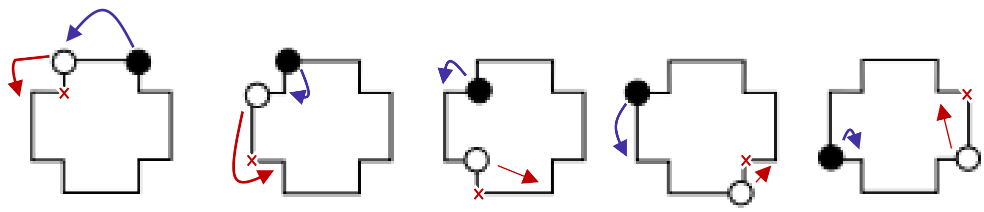
C) 

D) 

E) 

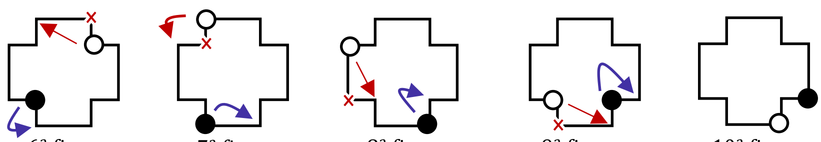
Comentários:

Pessoal, nessa questão deveríamos perceber que **a bolinha branca pula sempre uma "quina"**, enquanto a **bolinha preta avança de uma em uma**.



Destaquei **o caminho da bolinha branca com as setas vermelhas** e **o caminho da bola preta com as setas roxas**. O "X" representa a quina que a bolinha branca estará pulando. **Note que é sempre uma**. Por sua vez, a bolinha preta vai sempre seguindo as quinas, *sem pular nenhuma*.

Vamos continuar o esquema acima até determinarmos a 10º figura.

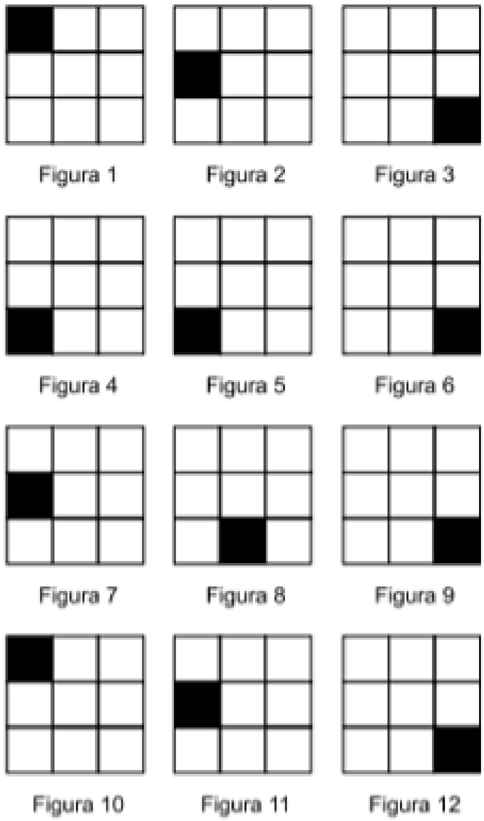


6ª figura 7ª figura 8ª figura 9ª figura 10ª figura

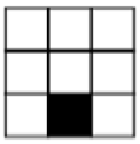
A 10º figura é exatamente **a imagem da alternativa E**. Portanto, podemos marcá-la.

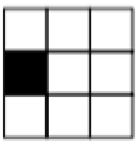
Gabarito: LETRA E.

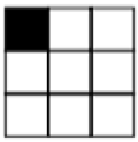
17. (VUNESP/PC-SP/2018) Considere as primeiras figuras de uma sequência:

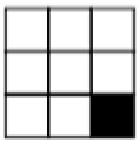


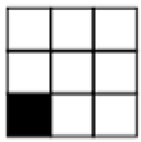
Nessa sequência de figuras, a figura 10 é igual à figura 1, a figura 11 é igual à figura 2, a figura 12, é igual à figura 3, e assim por diante. Dessa forma, a figura 232 será

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Comentários:

A Vunesp gosta bastante desse estilo de questão, moçada! O segredo é perceber que **as figuras sempre se repetem de 9 em 9**. Assim, a figura 9 será igual a figura 18 que será igual a figura 27... Ou seja, **as figuras múltiplas de 9 tem a mesma cara**:

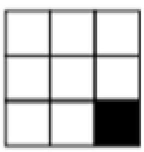


Figura 9

Para descobrir qual é a figura que corresponde à 232, devemos primeiro achar **o múltiplo de 9 mais próximo de 232**. Nesse intuito, quando fazemos essa **busca por tentativas**, encontramos que $26 \times 9 = 234$ é o múltiplo de 9 mais próximo de 232. Assim,

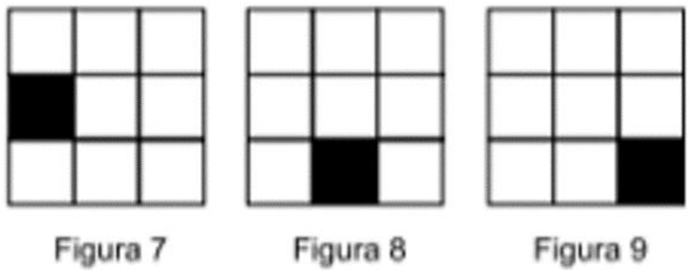
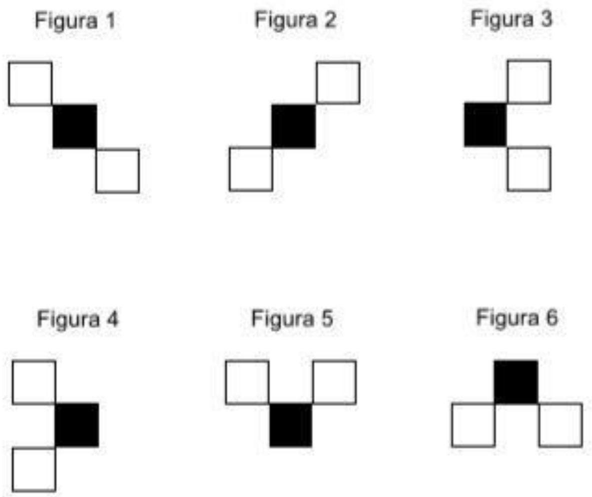


Figura 232 Figura 233 Figura 234

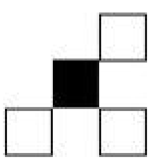
Uma vez que sabemos que as figuras múltiplas de 9 tem a cara da figura 9, **podemos ir voltando na sequência** até encontrarmos que **a figura 232 corresponde à figura 7**.

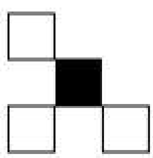
Gabarito: LETRA B.

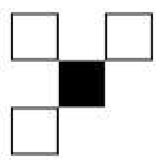
18. (VUNESP/CM-INDAIATUBA/2017) Considere a sequência de figuras:

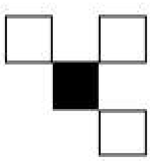


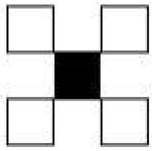
Sabe-se que, a partir da figura 7, a sequência se repete, ou seja, a figura 7 é igual à figura 1, a figura 8 é igual à figura 2, a figura 9 é igual à figura 3, e assim por diante. Dessa forma, sobrepondo-se as figuras 108 e 251, de modo a coincidirem os quadradinhos preenchidos na cor preta, tem-se a figura


A)


B)

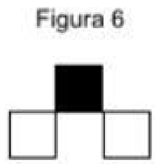

C)

D) 

E) 

Comentários:

As figuras vão se repetindo de 6 em 6. Por esse motivo, é importante notar que **as figuras <u>múltiplas de 6</u>** são todas iguais a:



Queremos saber quais imagens correspondem as figuras 108 e 251. Primeiramente, podemos perceber que **108 é um múltiplo de 6** ($6 \times 18 = 108$). Dessa forma, a figura 108 é a própria figura 6.

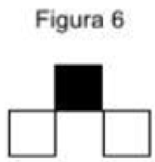


Figura 108

Agora, **251 <u>não</u> é um múltiplo de 6**. *E agora? Como fazemos?* Encontramos o múltiplo de 6 mais próximo dele. Para isso, podemos ir **na tentativa mesmo**. Veja que $6 \times 40 = 240$. Ainda tá longe, vamos ver $6 \times 42 = 252$. Opa! Bem próximo! Assim, **252 é um múltiplo de 6 bem próximo de 251**. Assim,

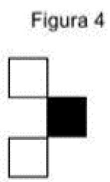


Figura 250

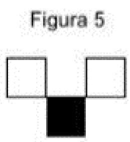


Figura 251

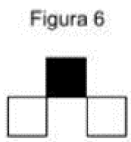


Figura 252

Como o 252 é o correspondente da figura 6, podemos voltar na sequência e encontrar os demais. Dessa forma, **a figura 251 tem como correspondente a figura 5**. A questão pede a sobreposição das duas figuras. Para isso, colocamos uma sobre a outra:

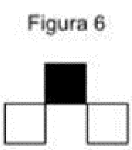


Figura 108

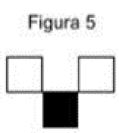
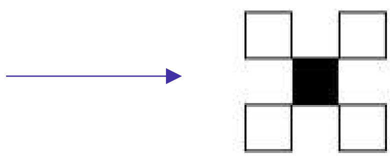


Figura 251



Gabarito: LETRA E.

Questões Comentadas

Sequências de Letras e Palavras

CEBRASPE

1. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) João pretende completar as casas de um tabuleiro 3×3, utilizando as letras A, B ou C. Cada casa é formada por um quadrado, conforme apresentado na figura a seguir.

A	B	
C		

Para completar o tabuleiro, preenchendo cada casa com apenas uma dessas letras, de modo que casas com lados adjacentes não sejam preenchidas com a mesma letra, João deverá escrever na casa destacada na figura

A) somente a letra A.
B) somente a letra B.
C) somente a letra C.
D) somente a letra B ou a letra C.
E) qualquer uma das letras A, B ou C.

Comentários:

Vi muitos alunos errarem essa questão por terem **criado uma regra em que não poderia repetir letras em uma mesma linha e/ou coluna**. Em uma primeira resolução, poderíamos chegar ao seguinte:

A	B	C
C	A	B
B	C	A

O aluno vai lá e corre para marcar a letra A. No entanto, **o enunciado não faz essa imposição** de que não pode repetir letras em linhas e/ou colunas.. Com isso, revelam-se mais duas possibilidades:

A	B	A
C	A	B
A	B	C

A	B	A
C	A	C
A	C	B

Logo, **João pode escrever qualquer uma das letras** (A, B ou C) na casa destacada.

Gabarito: LETRA E

Texto para as próximas questões

Rodada	A	B	C	D
1ª	Branca	Amarela	Vermelha	Branca
2ª	Amarela	Vermelha	Branca	Amarela
3ª	Vermelha	Branca	Amarela	Vermelha
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Para apostar em um jogo de cartas, os amigos A, B, C e D receberam fichas de 3 cores diferentes, na sequência mostrada na tabela acima. A partir dessas informações e dos dados apresentados na tabela, julgue o item a seguir.

2. (CESPE/PM-CE/2014) Ao final da 12ª rodada de distribuição, B e C receberam as mesmas quantidades de fichas de todas as cores.

Comentários:
Veja que foram distribuídas fichas brancas (BR), amarelas (AM) e vermelhas (VE). Por um momento, vamos esquecer as rodadas e **listar essas cores como se estivessem em uma sequência**.

$$\underbrace{\overbrace{BR}^{A} - \overbrace{AM}^{B} - \overbrace{VE}^{C} - \overbrace{BR}^{D}}_{1^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{AM}^{A} - \overbrace{VE}^{B} - \overbrace{BR}^{C} - \overbrace{AM}^{D}}_{2^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{VE}^{A} - \overbrace{BR}^{B} - \overbrace{AM}^{C} - \overbrace{VE}^{D}}_{3^{a}\ rodada}$$

É possível perceber que o padrão de repetição é **Branco - Amarelo - Vermelho**, isso continua ocorrendo **independentemente da rodada**. Do esquema acima, você pode perceber que, ao final da **TERCEIRA RODADA**, **cada jogador recebeu 3 fichas, uma de cada cor**. Portanto, **em qualquer rodada que seja múltipla de 3**, todos os jogadores terão a mesma quantidade de fichas de cada cor. Como **12 é um múltiplo de 3**, então na 12º rodada, **não só B e C terão as mesmas quantidades de fichas de todas as cores, mas também A e B**.

Gabarito: CERTO

3. (CESPE/PM-CE/2014) Na 25ª rodada de distribuição, C recebeu uma ficha vermelha.

Comentários:
Veja que foram distribuídas fichas brancas (BR), amarelas (AM) e vermelhas (VE). Por um momento, vamos esquecer as rodadas e **listar essas cores como se estivessem em uma sequência**.

$$\underbrace{\overbrace{BR}^{A} - \overbrace{AM}^{B} - \overbrace{VE}^{C} - \overbrace{BR}^{D}}_{1^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{AM}^{A} - \overbrace{VE}^{B} - \overbrace{BR}^{C} - \overbrace{AM}^{D}}_{2^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{VE}^{A} - \overbrace{BR}^{B} - \overbrace{AM}^{C} - \overbrace{VE}^{D}}_{3^{a}\ rodada}$$

É possível perceber que o padrão de repetição é **Branco - Amarelo - Vermelho**, isso continua ocorrendo **independentemente da rodada**. Do esquema acima, você pode perceber que, ao final da **TERCEIRA**

RODADA, **cada jogador recebeu 3 fichas, uma de cada cor**. Portanto, **em qualquer rodada que seja múltipla de 3**, todos os jogadores terão a mesma quantidade de fichas de cada cor.

O múltiplo de 3 mais próximo de 25 é 24. Quando fazemos isso, descobrimos que na **ao final da 24ª rodada, terminamos um ciclo**, assim como representado no esquema abaixo:

$$\underbrace{\overbrace{VE}^{A} - \overbrace{BR}^{B} - \overbrace{AM}^{C} - \overbrace{VE}^{D}}_{24^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{BR}^{A} - \overbrace{AM}^{B} - \overbrace{VE}^{C} - \overbrace{BR}^{D}}_{25^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{AM}^{A} - \overbrace{VE}^{B} - \overbrace{BR}^{C} - \overbrace{AM}^{D}}_{26^{a}\ rodada}$$

Note que representamos **a 24ª rodada exatamente igual a nossa 3ª rodada**, isso se deve ao fato do 24 ser múltiplo de 3. Logo, ao continuar a sequência, é certo que **o jogador C receberá a cor vermelha**.

Gabarito: CERTO.

4. (CESPE/PM-CE/2014) Ao final da 20ª rodada de distribuição, A e D receberam as mesmas quantidades de fichas de todas as cores.

Comentários:
Veja que foram distribuídas fichas brancas (BR), amarelas (AM) e vermelhas (VE). Por um momento, vamos esquecer as rodadas e **listar essas cores como se estivessem em uma sequência**.

$$\underbrace{\overbrace{BR}^{A} - \overbrace{AM}^{B} - \overbrace{VE}^{C} - \overbrace{BR}^{D}}_{1^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{AM}^{A} - \overbrace{VE}^{B} - \overbrace{BR}^{C} - \overbrace{AM}^{D}}_{2^{a}\ rodada} - \underbrace{\overbrace{VE}^{A} - \overbrace{BR}^{B} - \overbrace{AM}^{C} - \overbrace{VE}^{D}}_{3^{a}\ rodada}$$

É possível perceber que o padrão de repetição é **Branco - Amarelo - Vermelho**, isso continua ocorrendo **independentemente da rodada**. Do esquema acima, você pode perceber que, ao final da **TERCEIRA RODADA**, **cada jogador recebeu 3 fichas, uma de cada cor**. Portanto, **em qualquer rodada que seja múltipla de 3**, todos os jogadores terão a mesma quantidade de fichas de cada cor.

Em rodadas que não sejam múltiplas de 3, os jogadores até poderão ter quantidades iguais de fichas de **duas cores ou uma cor**, mas não das 3. Como o item afirma que A e D receberam **as mesmas quantidades** de fichas de **todas as cores**, isso não é verdade, pois **só acontece em rodadas múltiplas de 3** (20 não é múltiplo de 3).

Gabarito: ERRADO.

5. (CESPE/CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o próximo item, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo.

Se houver um número de aulas suficientes e se a regra que define o número de faltosos for mantida, então haverá um dia letivo em que todos os alunos faltarão

Comentários:
O número de faltosos aumenta conforme uma progressão aritmética de razão 2, observe:
$\boldsymbol{a_1 = 0}$
$\boldsymbol{a_2 = 2}$
$\boldsymbol{a_3 = 4}$
$\boldsymbol{a_4 = 6}$

Perceba que o número de alunos é 215 (**um número ímpar**), já **o número de faltosos sempre será um número par**. Dessa forma, **não existirá um dia em que o número de faltosos será igual ao de alunos**. Portanto, o item encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO

6. (CESPE/CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o próximo item, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo.

No vigésimo quinto dia de aula, faltaram 50 alunos

Comentários:
O número de faltosos aumenta conforme **uma progressão aritmética de razão 2**, observe:
$\boldsymbol{a_1 = 0}$
$\boldsymbol{a_2 = 2}$
$\boldsymbol{a_3 = 4}$
$\boldsymbol{a_4 = 6}$

Sabemos que **a fórmula do termo geral de uma PA** é dada por:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Queremos calcular quantos alunos faltaram no 25º dia ($n = 25$). Como a razão é 2 ($r = 2$), então:

$$a_{25} = 0 + (25 - 1) \cdot 2$$

$$a_{25} = 48$$

Logo, no 25º dia, **faltaram 48 alunos**.

Gabarito: ERRADO

7. (CESPE/MME/2013) A tabela apresentada abaixo possui uma regra de formação, e células em branco que devem ser preenchidas de acordo com essa regra. Considerando que as linhas dessa tabela sejam numeradas, de cima para baixo, de 1 a 7, e que suas colunas, da esquerda para a direita, sejam numeradas também de 1 a 7, então conforme a referida regra, as células em branco a serem preenchidas com a letra E incluirão a célula correspondente à interseção da linha

E	N	E	R	G	I	A
N	E				A	E
E					E	N
R	G				N	
G						
I						
A						

A) 2 com a coluna 5.
B) 3 com a coluna 4.
C) 4 com a coluna 5.
D) 5 com a coluna 3.
E) 6 com a coluna 4.

Comentários:

Essa é uma questão que exige que sejamos capazes de deduzir como a tabela acima está sendo formada. **Não é necessário nenhum conhecimento prévio, nem teoria formal**. Para resolver questões como essa, é necessário apenas desenvolver um raciocínio lógico-matemático que advém do **estudo constante** e da **resolução de exercícios**. Note que a regra de formação é que a palavra **ENERGIA desloca uma letra para trás a cada linha**. A letra que extrapola reaparece na última coluna, que ficou vaga após o deslocamento.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
L1	E	N	E	R	G	I	A
L2	N	E	R	G	I	A	E
L3	E	R	G	I	A	E	N
L4	R	G	I	A	E	N	E
L5	G	I	A	E	N	E	R
L6	I	A	E	N	E	R	G
L7	A	E	N	E	R	G	I

Respondida a tabela, vamos analisar as alternativas.
A) 2 com a coluna 5.
Alternativa incorreta. Na linha 2 com a coluna 5 aparece a letra I.

B) 3 com a coluna 4.
Alternativa incorreta. Na linha 3 com a coluna 4 aparece outra letra I.

C) 4 com a coluna 5.
Alternativa correta. Na linha 4 com a coluna 5 **aparece a letra E** e, portanto, **é o nosso gabarito**.

D) 5 com a coluna 3.
Alternativa incorreta. Na linha 5 com a coluna 3 aparece a letra A.

E) 6 com a coluna 4.
Alternativa incorreta. Na linha 6 com a coluna 4 aparece a letra N.

Gabarito: LETRA C.

8. (CESPE/SEDUC-CE/2013) Por apresentar problemas técnicos, uma impressora imprimiu, seguidamente, sem espaços entre os caracteres, a palavra CANETA em uma página de papel em branco, de forma que o início da impressão era CANETACANETACANETACANETACANETA. Nessa situação, se a impressão foi interrompida no instante que a impressora imprimiu o caractere de número 1.043, então, esse último caractere impresso foi a letra

A) A
B) N
C) E
D) T
E) C

Comentários:
A palavra "caneta" foi impressa diversas vezes em uma folha de papel. **A palavra possui 6 letras e foram impressos 1043 caracteres até a pausa da impressora**. Vamos tentar encontrar o múltiplo de 6 mais próximo de 1043 para poder descobrir quantas palavras saíram completas.

$$\underbrace{CANETA}_{6\ letras}CANETACANETACANETACANETA\ \ldots$$

Para isso, podemos dividir 1043 por 6 e olhar a parte inteira: $1043/6 = 173{,}8333\ldots$

$$\underbrace{CANETA}_{1^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{2^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{3^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{4^{a}\ vez}CANETA\ldots\underbrace{CANETA}_{171^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{172^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{173^{a}\ vez}\ldots$$

Logo, **saíram 173 "canetas" inteiras**. Essas 173 totalizam $173 \times 6 = 1038$ caracteres.

Sobram $1043 - 1038 = 5\ letras$. A 5º letra de "caneta" é a letra T.

$1038\ caracteres$

$$\underbrace{CANETA}_{1^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{2^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{3^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{4^{a}\ vez}CANETA\ldots\underbrace{CANETA}_{171^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{172^{a}\ vez}\underbrace{CANETA}_{173^{a}\ vez}CANET$$

$1043\ caracteres$

Gabarito: LETRA D

FGV

9. (FGV/SSP-AM/2022) Considere a sequência das letras do alfabeto formada por 1 letra A, 2 letras B, 3 letras C, e assim por diante até o final com 26 letras Z.

A B B C C C D D D D E E E E E ...

A 100ª letra dessa sequência é
A) M.
B) N.
C) O.
D) P.
E) Q.

Comentários:
Um jeito mais direto de resolver esse exercício é **contando na mão mesmo**!

Note que o "A" aparece 1 vez. O "B" aparece 2 vezes. O "C" aparece 3 vezes...

Letra	Quantas letras aparecem?	Quantas letras ao total ? (acumulado)
A	1	1
B	2	3
C	3	6
D	4	10
E	5	15
F	6	21
G	7	28
H	8	36
I	9	45
J	10	55
K	11	66
L	12	78
M	13	91
N	14	**105**

Note que **é na letra "N" que a soma ultrapassa 105**. Portanto, é a letra que estamos procurando.

Vamos fazer um último esquema visualizarmos o que foi feito!

$$\underbrace{A\ B\ B\ C\ C\ C\ D\ D\ D\ D\ \ldots\ L\ L\ M\ M\ M\ \ldots M\ M}_{\text{91 letras aqui}}\ N\ N\ N\ \ldots N\ \underset{\text{100ª letra}}{N}\ N\ N\ N\ N\ \underset{\text{105ª letra}}{N}\ N\ O\ O$$

Gabarito: LETRA B.

10. (FGV/TJ-RO/2021) Na sala de arquivos de um escritório há 7 armários, cada um com 7 gavetas, sendo que cada gaveta comporta 15 pastas.

- Os armários são identificados por A, B, C, ..., G.
- As gavetas são numeradas com 1, 2, 3, ..., 7.
- As pastas são numeradas com 01, 02, 03, ..., 15.

A localização de uma pasta é dada por um código que indica o armário, a gaveta e a posição onde ela está. Por exemplo, uma pasta com o código B403 significa que ela é a 3ª pasta da gaveta 4 do armário B. Todas as pastas foram arquivadas em ordem, nenhum lugar ficou vazio e a última pasta colocada no arquivo foi a de código D512.O número total de pastas desse arquivo é:

A) 338;
B) 342;
C) 366;
D) 387;
E) 398.

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular **quantas pastas cabem em cada armário**.

Se **um armário tem 7 gavetas** e **em cada gaveta cabem 15 pastas**, então um armário lotado tem:

$$7 \cdot 15 = 105 \text{ pastas}$$

Agora, note que a última pasta foi a **D512**, então ela é a **12ª pasta** da **5ª gaveta** do armário D.

Se o armário D está sendo utilizado, então **os armários "A", "B" e "C" já estão todos lotados**. Como em **cada armário cabem 105 pastas**, teremos **315 pastas** somente nesses 3 armários.

Por sua vez, quando analisamos apenas o armário "D", vemos que **a última pasta foi colocada na 5ª gaveta**. Com isso, podemos concluir que já temos **4 gavetas desse armário completamente cheias**. Se em cada gaveta cabem 15, então temos $4 \cdot 15 =$ **60 pastas nessas 4 gavetas completas**.

Ademais, quando analisamos a 5ª gaveta, vemos que nela temos **12 pastas**.

Por fim, para encontrarmos a quantidade de pasta desse arquivo, vamos **somar** essas quantidades:

$$\text{Total de Pastas} = 315 + 60 + 12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Total de Pastas} = 387}$$

Gabarito: LETRA D.

11. (FGV/CM ARACAJU/2021) Um artista criou uma faixa decorativa com o nome do estado escrito diversas vezes em sequência:

SERGIPESERGIPESERGIPESERG...

A milésima letra dessa faixa é:
A) S;
B) R;
C) G;
D) I;
E) P.

Comentários:
Esse tipo de questão é muito comum, moçada! Por isso, atenção redobrada aqui!

O primeiro passo é identificar a palavra que está se repetindo. No caso dessa questão, a palavra que se repete é **SERGIPE.** Observe que **SERGIPE tem <u>7 letras</u>**.

O segundo passo é identificar a letra que está sendo pedida. No caso dessa questão, **queremos a <u>1000ª letra</u>**.

Para determinar que letra é essa, devemos dividir 1000 por 7.

- 1000 é por causa da ordem da letra que estamos procurando.
- 7 é a quantidade de letras da palavra SERGIPE.

Ao fazer isso, **<u>o quociente</u>** nos informará quantas vezes a palavra de SERGIPE apareceu completamente. Por sua vez, **<u>o resto</u>** dessa divisão indicará em qual letra a sequência "parou".

$$
\begin{array}{r|l}
1000 & 7 \\ \cline{2-2}
-\underline{7} & 142 \\
30 & \\
-\underline{28} & \\
20 & \\
-\underline{14} & \\
6 &
\end{array}
$$

O quociente foi 142, ou seja, a palavra SERGIPE apareceu **<u>inteiramente</u>** **142 vezes** antes da milésima letra. Por fim, **o resto "6" indica que a 1000ª letra é a 6ª letra da palavra SERGIPE**, ou seja, **a letra "P".**

$$\underbrace{SERGIPE}_{1^{\text{a}}\ vez}\ \underbrace{SERGIPE}_{2^{\text{a}}\ vez}\ \underbrace{SERGIPE}_{3^{\text{a}}\ vez}\ \ldots\underbrace{SERGIPE}_{141^{\text{a}}\ vez}\ \underbrace{SERGIPE}_{142^{\text{a}}\ vez}\ SERGI\ \ \underbrace{P}_{1000^{\text{a}}}$$

Gabarito: LETRA E.

12. (FGV/IMBEL/2021) Um funcionário da fábrica da IMBEL de Juiz de Fora pensou em pintar uma faixa decorativa no muro externo da fábrica com o motivo abaixo:

I M B E L J F I M B E L J F I M B E L J F ...

Mantendo esse padrão, a 500ª letra dessa faixa será
A) B.
B) E.
C) L.
D) J.
E) F.

Comentários:
Mais uma questão naquele estilo! O procedimento é o mesmo, vamos aplicá-lo aqui!

1º passo - Identificar a palavra que se repete

$$IMBELJF$$

2º passo - *Quantas letras tem essa palavra?*

$IMBELJF$ tem 7 letras.

3º passo - *Qual a letra que o enunciado quer?*

A questão pede a 500ª letra.

4º passo - **Dividir 500 por 7.**

$$\begin{array}{r|l} 500 & 7 \\ \cline{2-2} -\underline{49}\downarrow & 71 \\ 10 & \\ -\underline{7} & \\ 3 & \end{array}$$

O que essa divisão nos fornece?

Como **o quociente é 71**, temos que IMBELJF aparece completamente 71 vezes antes de chegarmos na 500ª letra. Por sua vez, **o resto igual a 3 indica que a letra procurada é a 3ª letra da palavra IMBELJF, ou seja, a letra "B"**.

Gabarito: LETRA A.

13. (FGV/PREF. PAULÍNIA/2021) Uma faixa decorativa foi desenhada usando a palavra PAULINIA e sua grafia ao contrário, AINILUAP seguidas, sem repetir a letra comum das extremidades:

PAULINIAINILUAPAULINIAINILUAPAUL...

A milésima letra dessa faixa é

A) A.
B) U.
C) L.
D) N.
E) I.

Comentários:

Vamos aplicar aquele procedimento!

1º passo - Identificar a palavra que se repete

$$PAULINIAINILUA$$

Cuidado aqui, pessoal! Não é a palavra PAULINIA que se repete! **É a palavra PAULINIAINILUA!** Cuidado também para não usar PAULINIAINILUAP! Precisamos deixar o último "P" para a próxima PAULINIAINILUA que aparece na sequência.

2º passo - *Quantas letras tem essa palavra?*

$PAULINIAINILUA$ tem 14 letras.

3º passo - *Qual a letra que o enunciado quer?*

A questão pede a 1000ª letra.

4º passo - **Dividir 1000 por 14.**

$$\begin{array}{r|l} 1000 & 14 \\ \cline{2-2} -\underline{98} & 71 \\ 20 & \\ -\underline{14} & \\ 6 & \end{array}$$

O que essa divisão nos fornece?

Como **o quociente é 71**, temos que PAULINIAINILUA aparece completamente 71 vezes antes de chegarmos na 1000ª letra. Por sua vez, **o resto igual a 6 indica que a letra procurada é a 6ª letra da palavra** PAULI**N**IAINILUA, ou seja, **a letra "N".**

Gabarito: LETRA D.

14. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Considere a sequência infinita de letras ONDINAONDINAONDINAOND... A 2019ª letra dessa sequência é

A) O.

B) N.

C) D.

D) I.

E) N.

Comentários:

Galera, nesse tipo de questão temos um procedimento para seguir. O primeiro passo é identificar **quantas letras tem a palavra que se repete**. Observe que o que está sendo repetido é a palavra **ONDINA**, que tem 6 letras. Como queremos saber qual será a 2019ª letra, **pegamos 2019 e dividimos por 6**.

$$
\begin{array}{r|l}
2019 & \underline{\;6\;} \\
-\underline{18} & 336 \\
21 & \\
-\underline{18} & \\
39 & \\
-\underline{36} & \\
3 &
\end{array}
$$

O que essa divisão nos revela? Ela nos diz que até o 2019ª letra, **a palavra ONDINA vai aparecer por inteiro 336 vezes**. O resto da divisão vai indicar exatamente a letra que vai parar antes de termos ONDINA pela 227ª vez. Como **o resto é 3**, temos que a 2019ª letra **será a 3ª letra** da palavra ON**D**INA, ou seja, o "D".

Gabarito: LETRA C.

15. (FGV/MPE-RJ/2019) Observe a sequência infinita a seguir.

BCDFGHGFDCBCDFGHGFDCBCDFGHGFDCBCD...

A 2019ª letra dessa sequência é:

A) B.

B) C.

C) D.

D) F.

E) G.

Comentários:

Você deve ter começado a notar que a FGV parece gostar bastante desse tipo de questão. Coloquei algumas aqui na nossa lista para treinarmos bem. Vamos ver mais essa. O primeiro passo é identificar **quantas letras tem a palavra** (ou sequência de letras, como é o caso) que se repete.

Note que **"BCDFGHGFDC" é o que está se repetindo**. Essa sequência de letras tem **10 letras**. Como estamos interessado em saber qual será a 2019ª letra, **vamos pegar 2019 e dividir por 10**.

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 10 \\ \underline{-20} & 201 \\ 01 & \\ \underline{-00} & \\ 19 & \\ \underline{-10} & \\ 9 & \end{array}$$

O que essa divisão nos diz? Ela nos diz que a sequência de letras **"BCDFGHGFDC" apareceu 201 vezes** por completo. **O resto igual a 9 nos diz que a 2019ª letra será a 9ª letra** do padrão de repetição "BCDFGHGF**D**C". Logo, teremos a 2019ª letra será a letra "D". Para uma melhor visualização, acompanhe o esquema abaixo.

$$\underbrace{BCDFGHGFDC}_{1^{a}}\ \underbrace{BCDFGHGFDC}_{2^{a}}\ldots\underbrace{BCDFGHGFDC}_{200^{a}}\ \underbrace{BCDFGHGFDC}_{201^{a}}\ BCDFGHGF\ \underbrace{D}_{2019^{a}}$$

Gabarito: LETRA C.

16. (FGV/PREF. ANGRA/2019) A sequência a seguir é formada pelas letras de "Angra dos Reis", nessa ordem, com as letras todas juntas.

ANGRADOSREISANGRADOSREISANGRADO...

A 100ª letra dessa sequência é

A) R.
B) G.
C) A.
D) D.
E) S.

Comentários:

Mais uma dessas! Aqui quem se repete é a **sequência "ANGRADOSREIS"**. Note que ela tem 12 letras. Como estamos interessados na 100ª letra dessa sequência, **vamos pegar 100 e dividir por 12**.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 12 \\ \underline{-96} & 8 \\ 4 & \end{array}$$

Essa divisão nos diz que, até chegarmos na 100ª letra, **"ANGRADOSREIS" aparece 8 vezes por completo**. O **resto igual a 4 diz que a 100ª letra é a 4ª letra do padrão da sequência**, ou seja, a letra R.

$$\underbrace{ANGRADOSREIS}_{1^{a}}\underbrace{ANGRADOSREIS}_{2^{a}}\ldots\underbrace{ANGRADOSREIS}_{8^{a}}\ ANG\ \underbrace{R}_{100^{a}}$$

Gabarito: LETRA A.

17. (FGV/BANESTES/2018) Um artista estava pintando uma faixa decorativa repetindo continuamente o nome do banco:

BANESTESBANESTESBANESTESBAN...

Ele pintou 150 letras dessa sequência e parou para almoçar. A última letra pintada pelo artista foi:
A) A.
B) N.
C) E.
D) S.
E) T.

Comentários:
É a última desse estilo, moçada! Para fechar nosso treino. Nessa questão, a palavra que está se repetindo é "BANESTES". Note que **ela tem 8 letras**. Como estamos interessados na 150ª letra, **vamos pegar 150 e dividir por 8**.

$$\begin{array}{r|l} 150 & 8 \\ \cline{2-2} -8\downarrow & 18 \\ \cline{1-1} 70 & \\ -64 & \\ \cline{1-1} 6 & \end{array}$$

Essa divisão nos diz que, até a 150ª letra, **a palavra "BANESTES" aparece 18 vezes por <u>completo</u>**. Além disso, **o resto igual a 6 indica que a 150ª letra é a 6ª letra** da palavra "BANESTES". Sendo assim, a última letra pintada foi a letra "T". Para melhor visualização, veja o esquema abaixo.

$$\underbrace{BANESTES}_{1^{a}}\underbrace{BANESTES}_{2^{a}}\ldots\underbrace{BANESTES}_{18^{a}}\ BANES\ \underbrace{T}_{150^{a}}$$

Gabarito: LETRA E.

18. (FGV/MPE-RJ/2016) Observe a seguinte sequência formada por quatro letras do alfabeto:

M P R J

Afirma-se que uma nova sequência tem a mesma estrutura da sequência dada quando as distâncias relativas entre as letras é a mesma da sequência original.

Considere as sequências:
1) D G I A
2) Q T V O
3) H K N F

Dessas sequências, possuem a mesma estrutura da sequência original:
A) somente (1);
B) somente (2);
C) somente (3);
D) somente (1) e (2);
E) somente (2) e (3).

Comentários:
A informação mais importante que temos que ter na mente é´:

"Afirma-se que uma nova sequência tem a mesma estrutura da sequência dada quando as distâncias relativas entre as letras é a mesma da sequência original."

Vamos observar as distâncias entre as letras de MPRJ.

M	N	O	**P**	Q	**R**	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	**J**

São **duas letras entre M e P**, **uma letra entre P e R** e **dezessete letras entre R e J**. Agora, vamos ver as sequências fornecidas e procurar por algo com a mesma estrutura.

1) D G I A

D	E	F	**G**	H	**I**	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	**A**

Opa, mesma coisa aqui! Então essa é uma sequência com a mesma estrutura de MPRJ.

2) Q T V O

Q	R	S	**T**	U	**V**	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	**J**

Opa, aqui a última letra não ficou correta! Para manter a estrutura da sequência original, deveríamos ter um "J" ao invés do "O".

3) H K N F

H	I	J	**K**	L	**M**	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	**E**

Opa, aqui duas letras não estão ok! Com isso, **apenas a sequência (1) possui a mesma estrutura**.

Gabarito: LETRA A.

FCC

19. (FCC/SABESP/2019) A palavra ABACAXI foi escrita repetida e seguidamente em um cartaz, sem espaços, de maneira a ter sempre 44 letras em cada linha e sempre continuando a palavra na linha seguinte a partir de onde foi interrompida na linha anterior. As três primeiras linhas do cartaz estão indicadas a seguir:

ABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIAB
ACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABAC
AXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXI

Se o cartaz tem um total de 434 letras A, com todas as linhas completas, então a última letra do cartaz, ou seja, a última letra da última linha, é a

A) letra A.
B) letra B.
C) letra C.
D) letra X.
E) letra I.

Comentários:

Vamos primeiro contar as letras A para descobrir **quantas vezes a palavra ABACAXI aparece**. Para isso, não se preocupe com as linhas do cartaz, concentre-se apenas em contar **quantas palavras ABACAXI** deve ter no cartaz **para que a soma das letras A seja 434**.

$$\overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{1^{\underline{a}}}\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{2^{\underline{a}}}\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{3^{\underline{a}}}\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{4^{\underline{a}}}\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{5^{\underline{a}}}\ \cdots\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{N-2}\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{N-1}\ \overbrace{\mathbf{ABACAXI}}^{N}$$

Note que **ABACAXI contém exatamente 3 letras A**. Logo, para contar quantas vezes o número de letras A aparece no cartaz basta multiplicamos o número de vezes que a palavra abacaxi aparece **por 3**!

$$\text{QUANTIDADE DE LETRAS A} = \mathbf{3} \cdot \mathbf{N}$$

N representa quantas vezes ABACAXI aparece. Perceba que **já temos a quantidade de letras A** no cartaz. Podemos determinar N.

$$\mathbf{3} \cdot \mathbf{N} = 434\ \Rightarrow \mathbf{N} = \frac{434}{3}\ \Rightarrow \boxed{N \cong 144{,}67}$$

Veja que o número de vezes que ABACAXI aparece **não deu um número inteiro**. E o que significa esse número quebrado que achamos? Significa que a palavra apareceu **144 vezes por completo mais uma pequena fração (0,67)**.

Observe que se ela apareceu 144 vezes por completo, então foram $\mathbf{144 \times 3 = 432}$ **letras A**. Para atingir as 434, **restam 2 A's**! Esses 2 representam nossa parcela fracionária. Portanto, o cartaz termina com **ABA** ou **ABAC**, pois só podem aparecer 2 letras A do próximo ABACAXI **para completar as 434**. Veja um esquema para ilustrar as nossas duas possibilidades:

$$\textbf{(1)}\quad \overbrace{\text{ABACAXI}}^{1^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{2^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{3^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{4^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{5^a}\ \cdots\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{143^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{144^a}\ \overbrace{\text{ABA}}$$

ou

$$\textbf{(2)}\quad \overbrace{\text{ABACAXI}}^{1^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{2^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{3^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{4^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{5^a}\ \cdots\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{143^a}\ \overbrace{\text{ABACAXI}}^{144^a}\ \overbrace{\text{ABAC}}$$

Nas duas possibilidades acima, **temos 434 letras A**. Como definir qual das duas o enunciado está procurando? Ora, vamos utilizar o fato que **todas as linhas do cartaz estão completas** e que **cada linha contém exatamente 44 letras**.

A **possibilidade (1)** fornece um total de $\mathbf{144 \times 7 + 3 = 1011}$ **letras** para o cartaz. Já a **possibilidade (2)** fornece um total de $\mathbf{1012}$ **letras**. Como as linhas estão completas, então nós teremos que ter um número de letras que é múltiplo de 44. Entre 1011 e 1012, **apenas 1012 é múltiplo de 44** (note que $44 \times 23 = 1012$).

Se temos que ter 1012 letras para que as linhas estejam completas, então a possibilidade que estamos procurando é a (2) e **o cartaz termina com a letra C**.

Gabarito: LETRA C.

20. (FCC/SABESP/2018) Um código é constituído de duas letras dentre as 26 do alfabeto (inclui as letras K e W), podendo-se repetir letras livremente. O 1º código desse sistema é AA, e o 676º e último código do sistema é ZZ. A posição dos códigos nessa sequência segue a ordem alfabética das letras, como em um dicionário. Nesse sistema, SP será o

A) 457º código.
B) 491º código.
C) 510º código.
D) 466º código.
E) 484º código.

Comentários:

O código é constituído de **duas letras entre as 26 do alfabeto**. Como o primeiro código é AA, o próximo será AB, depois AC, de modo que nossa sequência é a seguinte: **AA, AB, AC, AD, ..., AZ, BA, ...** .Teremos, portanto, **26 códigos que começam com a letra A**, depois **26 códigos que começam com a letra B** e **assim sucessivamente** até chegarmos aos códigos que **começam com a letra S**. A pergunta que devemos fazer é: **quantas letras existem antes do S?**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª

Há, portanto, **18 letras antes do S em nosso alfabeto**. Com essa informação podemos concluir que **antes de começar a letra S**, já se passaram $26 \times 18 = 468$ códigos.

$$\underbrace{\text{AA, AB, AC, ..., AZ, BA, BB, BC, ..., CA, ..., OA, OB, ... OZ, ..., RA, ... RZ,}}_{\text{Aqui estão 468 códigos.}}\ \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Esse é o 469º código.}}}{\text{SA}}\text{, ..., SP, ...}$$

Como sabemos que há 468 códigos antes de começar os códigos com a letra S, **o código SP** estará na posição tal que **será a soma dos 468 com a quantidades de letras de A à P**. Concorda? Você pode também contar manualmente, pois **os números são pequenos** e pode te dar maior certeza durante a resolução.

470º 472º 474º 476º 478º 480º 482º 484º

..., SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, ...

469º 471º 473º 475º 477º 479º 481º 483º

O **P é a 16º letra do alfabeto**, logo, **podemos fazer também**:

$$\mathbf{468 + 16 = 484}$$

Gabarito: Letra **E.**

21. (FCC/CLDF/2018) Um software de construção e gerenciamento de planilhas de dados organiza-se em linhas numeradas e colunas indicadas por letras do alfabeto de 26 letras: A, B, ..., Z. A partir da 27º coluna, são usadas combinações das letras do alfabeto: AA, AB, AC..., AZ, BA, BB, BC..., BZ, ..., ZA, ZB, ZC, ..., ZZ, AAA, AAB, AAC, ..., AAZ, ABA, ABB, ABC..., ABZ... e assim por diante. Um secretário utiliza uma planilha desse software para registrar as correspondências que chegam diariamente ao escritório, durante todos os dias úteis do ano. Ele registra a data na primeira linha de uma coluna e, logo abaixo, em cada linha, as correspondências do dia; no dia seguinte, passa para a próxima coluna e faz o mesmo. Ainda que não haja correspondência em um determinado dia, ele anota a data e deixa o restante da coluna em branco. Em um ano com 252 dias úteis, se os registros das correspondências forem feitos a partir da coluna A, então a coluna da planilha com o registro da última correspondência será indicada por

A) IR.

B) ABB.

C) PQ.

D) HA.

E) AAC.

Comentários:

Pessoal, a questão basicamente descreve nosso famoso Excel. Temos colunas indicadas por letras e linhas numeradas. Além disso, o enunciado fala que **a primeira linha é preenchida com as datas dos dias úteis** e as colunas são preenchidas com as correspondências que chegaram naquela data. Acompanhe na imagem abaixo como seria esse preenchimento.

	A	B	C	D	E
1	**09/11/2020**	**10/11/2020**	**11/11/2020**	**12/11/2020**	**13/11/2020**
2	Correspondência 1	Correspndência 6		Correspondência 9	Correspondência 13
3	Correspondência 2	Correspndência 7		Correspondência 10	
4	Correspondência 3	Correspndência 8		Correspondência 11	
5	Correspondência 4			Correspondência 12	
6	Correspondência 5				

As colunas são indicadas pelas letras do alfabeto A, B, C, ... e Z. No entanto, temos 26 letras no alfabeto e só podemos usá-las para descrever 26 colunas. **A partir do Z, as colunas são representadas usando combinações de duas letras**, começando na AA e terminando na ZZ.

A pergunta que devemos fazer nesse momento é: *quantas colunas conseguimos representar usando combinações de duas letras*? Temos 26 colunas que começam com A (AA, AB, AC, ..., AZ), 26 colunas que começam com B (BA, BB, BC, ..., BC) e assim por diante. **Temos 26 possibilidades para a primeira letra e 26 possibilidades para a segunda letra**. Logo, basta multiplicarmos:

$$\mathbf{26 \times 26 = 676\ colunas}$$

Em outras palavras, a questão pergunta **qual vai ser o código da 252ª coluna**. Veja que **será uma coluna com duas letras**, pois 252 está dentro das 676 que podemos representar. Sabendo disso, podemos eliminar duas alternativas: **as letras B e E**.

Como saber exatamente qual coluna? Observe que como foram preenchidas 252, devemos subtrair as primeiras 26 colunas, pois essas são as representadas apenas com uma letra (A, B, C, ..., Z).

$$252 - 26 = 226$$

Logo, **sobram 226 colunas que estão sendo representadas com 2 duas letras**. Responda: qual o múltiplo de 26 que é mais próximo de 226, sem ultrapassá-lo? **A resposta para essa pergunta é $\mathbf{26 \times 8 = 208}$**. Mas qual informação esse resultado vai fornecer? Veja que usando as 8 primeiras letras do alfabeto, conseguimos representar 208 códigos para as colunas, isto é, (AA, AB, AC,..., AZ), (BA, BB, BC, ..., BZ), ..., (HA, HB, HC, ..., HZ). **H é a oitava letra do alfabeto**.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª

Quantas colunas sobram para ser representadas? **$\mathbf{226 - 208 = 18}$ colunas**. Como depois do H vem a letra I e a 18º letra do alfabeto é R, então **a coluna que estará o 252º dia útil será a IR**.

Gabarito: LETRA A.

22. (FCC/CLDF/2018) Em um curso universitário, são admitidos anualmente 225 novos alunos. No primeiro ano do curso, os alunos ingressantes são divididos em três turmas (A, B e C) considerando seu desempenho no exame vestibular. Na tabela, que mostra como ocorre essa divisão, os números ordinais correspondem à classificação do aluno ingressante no exame vestibular.

Turma A	Turma B	Turma C
1º	2º	3º
6º	5º	4º
7º	8º	9º
12º	11º	10º
⋮	⋮	⋮

Assim, o primeiro colocado é alocado na turma A, o segundo na B, o terceiro e o quarto na C, e assim sucessivamente, como indicado na tabela. Viviane e Mateus foram aprovados nesse exame vestibular na 122ª e na 201ª colocações, respectivamente. Dessa forma,

A) Mateus será alocado na turma A, e Viviane, na turma C.

B) Viviane será alocada na turma B, e Mateus, na turma C.

C) os dois serão alocados na turma B.
D) Mateus será alocado na turma B, e Viviane, na turma C.
E) os dois serão alocados na turma C.

Comentários:
Uma dica importante nesse tipo de questão é **tentar representar as informações da tabela em uma única linha**, na forma de uma grande sequência.

A	B	C	C	B	A	A	B	C	C	B	A	A	B	C	C	B	A
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	15º	16º	17º	18º

Note como fica mais fácil enxergar o padrão de repetição. Temos ciclos se repetindo a cada 6 colocados: ABCCBA, ABCCBA, ABCCBA... Se queremos descobrir em qual turma ficou Viviane, basta procurarmos **qual múltiplo de 6 é o mais próximo de 122**, sem ultrapassá-lo. Veja que: $6 \times 20 = 120$. Logo, sabemos que **houveram 20 ciclos completos até chegar no 120º**. Isso implica que a posição 121ª estará na turma A ao iniciar o novo ciclo e a posição 122ª estará na turma B.

A	B	C	C	B	A	A	...	A	B	C	C	B	A	A	B
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	...	115º	116º	117º	118º	119º	120º	121º	122º

E Mateus estará em que turma? Como ele ficou na posição 201ª, devemos nos perguntar novamente: **qual múltiplo de 6 é o mais próximo de 201**, sem ultrapassá-lo? $6 \times 33 = 198$. Até chegar em Marcos, **aconteceram 33 ciclos completos**.

A	B	C	C	B	A	A	...	A	B	C	C	B	A	A	B	C
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	...	193º	194º	195º	196º	197º	198º	199º	200º	201º

Logo, Viviane fica na turma B e Mateus na turma C.

Gabarito: LETRA B.

LISTA DE QUESTÕES

Sequências Numéricas

CEBRASPE

1. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Supondo-se que cada um dos 30 processos analisados nesse dia tenha uma quantidade diferente de páginas, que o processo com menor quantidade de páginas tenha 20 páginas e que metade dos processos tenha, cada um, mais de 50 páginas, conclui-se que mais de 1.100 páginas foram analisadas naquele dia.

Texto para as próximas questões
Uma unidade da PRF interceptou, durante vários meses, lotes de mercadorias vendidas por uma empresa com a emissão de notas fiscais falsas. A sequência dos números das notas fiscais apreendidas, ordenados pela data de interceptação, é a seguinte: 25, 75, 50, 150, 100, 300, 200, 600, 400, 1.200, 800, ...

Tendo como referência essa situação hipotética, julgue o item seguinte, considerando que a sequência dos números das notas fiscais apreendidas segue o padrão apresentado.

2. (CESPE/PRF/2019) A partir do padrão da sequência, infere-se que o 12º termo é o número 1.600.

3. (CESPE/PRF/2019) Se a_n for o n-ésimo termo da sequência, em que $n = 1, 2, 3, \ldots$, então, para $n \geq 3$, tem-se que $a_n = 2 \times a_{n-2}$.

4. (CESPE/PRE. SÃO CRISTOVÃO/2019) Julgue o item a seguir: Na sequência de Fibonacci - (F_m), em que $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \ldots$, os elementos podem ser obtidos a partir da fórmula:

$$F_m = \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^m - \left(1-\sqrt{3}\right)^m}{2^m\sqrt{3}}$$

5. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Para construir a sequência a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, de números positivos, foram dados a_1 e a_2, e, a partir de a_3, cada termo foi construído como sendo o produto de todos os termos anteriores. Se $a_5 < 1$, então, nessa sequência,

A) todos os termos são, necessariamente, menores que 1.
B) apenas dois termos são menores que 1.
C) apenas três termos são menores que 1.
D) apenas um termo pode ser maior que 1.
E) dois termos podem ser maiores que 1.

Texto para as próximas questões

A sequência infinita $a_0, a_1, a_2, a_3, ...$ é definida por $a_0 = 1, a_1 = 3$, e, para número cada inteiro $n \geq 1$, $a_{2n} = a_{2n-1} + a_{2n-2}$ e $a_{2n+1} = a_{2n} - a_{2n-1}$. Com relação a essa sequência, julgue os itens:

6. (CESPE/ABIN/2018) Existem infinitos valores inteiros de p e q tais que $a_p = a_q$.

7. (CESPE/ABIN/2018) A soma $a_{10} + a_9$ é superior a 20.

Texto para as próximas questões

A sequência infinita $A_1,\ A_2,\ A_3,\ A_4, \ldots$ é definida da seguinte maneira: para cada $j = 1, 2, 3, 4, \ldots$

$A_j = 1$, se j for múltiplo de 3;
$A_j = 3$, se $j - 1$ for múltiplo de 3;
$A_j = 5$, se $j - 2$ for múltiplo de 3.

Dessa forma, por exemplo, $A_1 = 3$ e $A_2 = 5$. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

8. (CESPE/BNB/2018) O produto $A_{14} \times A_{30}$ é igual a 8.

9. (CESPE/BNB/2018) A soma dos primeiros 60 termos dessa sequência é igual a 160.

10. (CESPE/BNB/2018) O produto dos primeiros 53 termos dessa sequência é igual a 15^{18}.

FGV

11. (FGV/SEFAZ-AM/2022) Uma sequência de números inteiros é tal que cada termo, a partir do terceiro, é a soma do seu termo antecessor com o dobro do antecessor do antecessor. Sabe-se que o sexto termo dessa sequência é 85 e, o oitavo, é 341. O quarto termo da referida sequência é

A) 15.
B) 17.
C) 19.
D) 21.
E) 23.

12. (FGV/CM ARACAJU/2021) Sejam:

$$X = 2 + 4 + 6 + \ldots + 96 + 98 \quad \text{e} \quad Y = 1 + 3 + 5 + \ldots + 95 + 97.$$

O valor de $X - Y$ é:

A) 2;
B) 49;
C) 50;
D) 51;

E) 102.

13. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Considere a sequência infinita de algarismos:

246802468024680246...

A soma dos 2019 primeiros algarismos dessa sequência é
A) 8020.
B) 8040.
C) 8060.
D) 8080.
E) 8100.

14. (FGV/ALERO/2018) Uma sequência de números naturais é tal que dado um termo x qualquer dessa sequência, se ele é par, então o próximo termo será x/2; se ele é ímpar, então o próximo termo será x+5. Se o primeiro termo dessa sequência é 6, então o décimo termo será
A) 2.
B) 3.
C) 4.
D) 6.
E) 8.

15. (FGV/ALERO/2018) Em uma sequência de números, para quaisquer três termos consecutivos x, y, z vale a relação z = 3y – x. Se o 18º termo dessa sequência é 2 e o 20º termo é 10, então o 14º termo é
A) 2.
B) 4.
C) 10.
D) 16.
E) 26.

16. (FGV/COMPESA/2018) Considere uma sequência de números na qual cada número, a partir do terceiro, é a soma dos dois anteriores. Se o quinto número dessa sequência é 88 e o sétimo é 229, então o segundo número é
A) 17.
B) 18.
C) 19.
D) 20.
E) 21.

17. (FGV/TJ-RO/2015) Em uma sequência numérica, cada termo a partir do terceiro é a soma dos dois termos anteriores. O 7º e o 9º termos são, respectivamente, 29 e 76. O 2º termo dessa sequência é:
A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.
E) 5.

18. (FGV/PREF. NITEROI/2015) A sequência 2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 2, ... mantém o padrão apresentado indefinidamente. A soma dos 2015 primeiros termos dessa sequência é:

A) 7560.

B) 7555.

C) 7550

D) 7545.

E) 7540.

19. (FGV/MPE-MS/2013) Na sequência x, y, z, 0, 1, 2, 3, 6, 11,... cada termo, a partir do 4º termo, é a soma dos três termos imediatamente anteriores a ele. O valor de x é:

A) -3.

B) -2.

C) -1.

D) 0.

E) 1.

20. (FGV/PM-SP/2021) Um sargento organizou um grupo de soldados em 16 filas, com 2 soldados na primeira fila e 3 soldados a mais em cada fila subsequente: 2, 5, 8, 11, ... Se o sargento organizasse o mesmo grupo de soldados em filas de 14 soldados cada uma, o número total de filas seria

A) 14.

B) 16.

C) 24.

D) 28.

E) 32.

FCC

21. (FCC/SABESP/2019) Em 1655, o matemático John Wallis desenvolveu uma série infinita para o cálculo de $\frac{\pi}{2}$, conforme mostra a fórmula abaixo:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{10}{9} \cdot \dots$$

Com os termos desse produto infinito ordenados exatamente como na fórmula, a fração na 50ª posição é:

A) $\frac{51}{53}$

B) $\frac{50}{49}$

C) $\frac{26}{25}$

D) $\frac{26}{27}$

E) $\frac{50}{51}$

22. (FCC/TJ-MA/2019) Observando o padrão de formação da sequência infinita (2, 1, 3, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 5, 1, 1, 1, 1, 6, ...), nota-se que os termos iguais a 1 aparecem nas posições 2, 4, 5, 7, 8, 9, 11, e assim por diante. A 300ª vez em que o termo igual a 1 aparece nessa sequência está na posição:

A) 342.

B) 330.

C) 336.

D) 324.

E) 348.

23. (FCC/METRO-SP/2019) Dada a sequência (101, 2002, 30003, 400004, 5000005, ...), seu 10º termo é 10000000000010. O maior termo dessa sequência, que é menor do que 10^{100}, é o

A) 95º

B) 99º

C) 97º

D) 98º

E) 96º

24. (FCC/CM DE FORTALEZA/2019) Considere a sequência numérica em que o primeiro termo é 1, o segundo termo é um inteiro positivo k, e os demais termos são definidos como a soma de todos os termos anteriores, isto é, $a_n = a_{n-1} + \ldots + a_1$. Se o 13º termo é 6144, o valor de k é:

A) 8

B) 6

C) 3

D) 4

E) 5

25. (FCC/TRF-3/2019) Serão confeccionados números em cobre para numerar as portas dos apartamentos de um condomínio de 5 torres com 8 andares cada uma e com quatro apartamentos por andar. A numeração seguirá a seguinte regra: os apartamentos do andar k terão números k1, k2, k3 e k4, isto é, no primeiro andar de cada torre estarão os apartamentos 11, 12, 13 e 14. A quantidade de algarismos 3 que será confeccionada é igual a

A) 30.

B) 12.

C) 100.

D) 80.

E) 60.

26. (FCC/TRT-6/2018) Na sequência de números $\left(x, x-\frac{1}{3}, x-\frac{2}{3}, x-\frac{3}{3}, \ldots\right)$, a diferença entre o quinto e o nono termos, nesta ordem, é igual a:

A) $\frac{5}{3}$

B) $\frac{2}{3}$

C) 1

D) $\frac{7}{3}$

E) $\frac{4}{3}$

27. (FCC/SABESP/2018) Na sequência infinita de números naturais: 19, 21, 23, 25, 24, 26, 28, 27, 29, 31, 33, 32, ..., o número 19 é o oitavo termo. Assim a soma do 1º, 11º e 21º termos é igual a
A) 65.
B) 63.
C) 72.
D) 79.
E) 88.

28. (FCC/ALESE/2018) Um servidor público, no seu primeiro dia de trabalho, atendeu uma única pessoa, o que se repetiu no segundo dia. A partir do terceiro, o número de pessoas atendidas por ele sempre foi igual à soma dos números de pessoas atendidas nos dois dias anteriores. Seu supervisor prometeu que, se houvesse um dia em que ele atendesse 50 ou mais pessoas, ele ganharia uma folga extra. Considerando que o padrão de atendimentos descrito se manteve, o servidor ganhou sua primeira folga extra ao final do
A) oitavo dia de trabalho.
B) décimo dia de trabalho.
C) décimo segundo dia de trabalho.
D) vigésimo dia de trabalho.
E) vigésimo segundo dia de trabalho.

VUNESP

29. (VUNESP/CMSJC/2022) Considere a sequência de números 7123459, 8224360, 5223441, 6224332, 4223442, ..., em que cada termo, do segundo termo em diante, é formado a partir de um padrão que altera os algarismos do termo anterior. Utilizando- se esse mesmo padrão, o 100º termo da sequência que se inicia por 359982721 é:
A) 222222222
B) 342232422
C) 343434343
D) 422222222
E) 432242322

30. (VUNESP/TJ-SP/2019) Considere a sequência $\left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{8}{7}, \frac{9}{10}, \ \ldots\right)$. O produto entre o 7º, o 11º e o 20º termos é igual a
A) $10/11$
B) $3/4$
C) $5/6$
D) $21/13$
E) $15/19$

31. (VUNESP/TJ-SP/2019) Considere a sequência $\left(\frac{1}{5}, \frac{5}{10}; \frac{10}{15}; \frac{15}{20}; \frac{20}{25}, \ldots\right)$ O produto entre o 30º e o 31º termos é igual a

A) $27/29$

B) $25/27$

C) $31/33$

D) $23/25$

E) $29/31$

32. (VUNESP/PM-SP/2020) Na sequência de números: 4, 8, 6, 12, 10, 20, 18, 36, 34, ..., o primeiro termo que é maior do que 100 é o número

a) 122.

b) 126.

c) 132.

d) 136.

33. (VUNESP/FITO/2020) Considere a sequência de números naturais:

$$(30, 35, 45, 60, 80, 105, 135, \ldots)$$

A diferença entre o 14º e o 11º termos dessa sequência é

a) 165.

b) 170.

c) 175.

d) 180.

e) 185.

34. (VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Na sequência: 32, 64, 48, 96, 72, 144, 108, ..., o primeiro termo que é um número ímpar é o

a) 9º termo.

b) 10º termo.

c) 11º termo.

d) 12º termo.

e) 13º termo.

35. (VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Os sete primeiros algarismos de uma senha bancária são 6412521. Os oito algarismos dessa senha podem ser separados, na ordem em que aparecem, em números de 2 ou 3 algarismos, formando um padrão único e justificado nos oito algarismos. Dessa forma, o último algarismo dessa senha é

a) 3.

b) 4.

c) 5.

d) 6.

e) 7.

36. (VUNESP/TJ-SP/2018) Na sequência numérica 1, 2, 3, 6, 7, 8, 21, 22, 23, 66, 67, 68, ..., os termos se sucedem segundo um padrão. Mantido o padrão, o décimo quarto termo é o número

A) 229
B) 308.
C) 282.
D) 255.
E) 202.

37. (VUNESP/TJ-SP/2017) Na sequência numérica 2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, ..., mantida a ordem preestabelecida, o próximo elemento é

A) 265
B) 249
C) 273
D) 257
E) 281

38. (VUNESP/TJ-SP/2015) Observe a sequência de espaços identificados por letras

6								5	
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Cada espaço vazio deverá ser preenchido por um número inteiro e positivo, de modo que a soma dos números de três espaços consecutivos seja sempre igual a 15. Nessas condições, no espaço identificado pela letra g deverá ser escrito o número

A) 5.
B) 6.
C) 4.
D) 7.
E) 3.

Gabarito

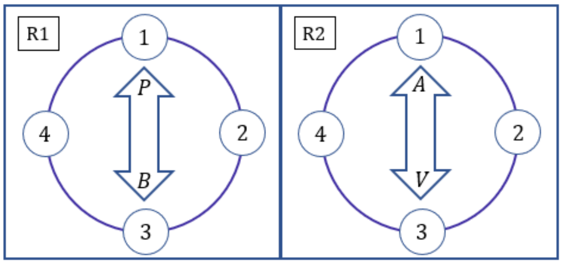
1. CERTO
2. ERRADO
3. CERTO
4. ERRADO
5. LETRA D
6. CERTO
7. CERTO
8. ERRADO
9. ERRADO
10. CERTO
11. LETRA D
12. LETRA B
13. LETRA D
14. LETRA C
15. LETRA E
16. LETRA B
17. LETRA C
18. LETRA B
19. LETRA C
20. LETRA D
21. LETRA E
22. LETRA D
23. LETRA E
24. LETRA E
25. LETRA E
26. LETRA E
27. LETRA C
28. LETRA B
29. LETRA E
30. LETRA A
31. LETRA E
32. LETRA C
33. LETRA D
34. LETRA C
35. LETRA D
36. LETRA E
37. LETRA D
38. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES

Sequências de Figuras

CEBRASPE

1. (CESPE/PREF. BARRA DOS COQUEIROS-SE/2020) Uma máquina possui dois medidores, R1 e R2, representados na seguinte figura.



A partir do acionamento da máquina, os ponteiros dos medidores R1 e R2 giram no sentido horário, com velocidades diferentes, da seguinte maneira:

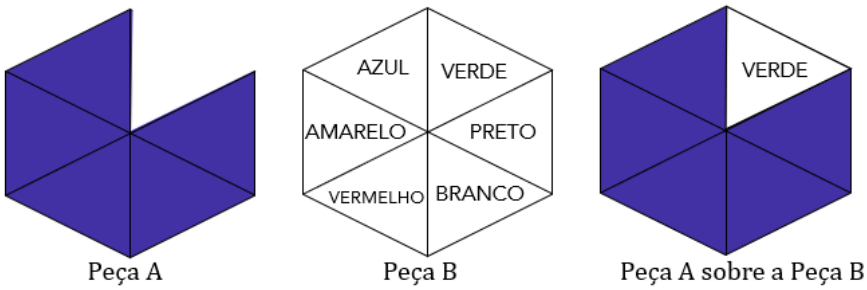
O ponteiro do medidor R1 fica parado até o décimo quinto segundo desde o acionamento e, nesse momento, gira um quarto de uma volta; esse movimento se repete a cada 15 segundos, desde que a máquina permaneça ligada; o ponteiro do medidor R2 fica parado até o vigésimo quinto segundo desde o acionamento e, nesse momento, gira um quarto de uma volta; esse movimento se repete a cada 25 segundos, desde que a máquina permaneça ligada. Nessa situação, a partir da posição mostrada na figura, passados 4 minutos desde o acionamento dessa máquina, o lado

A) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 2, e o lado V do ponteiro do medidor R2 estará na posição 1.
B) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 1, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 2.
C) P do ponteiro do medidor R1 estará na posição 3, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 3.
D) P do ponteiro do medidor R1 estará na posição 2, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 4.
E) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 3, e o lado V do ponteiro do medidor R2 estará na posição 4.

2. (CESPE/TRE-MS/2013) Em um colar, com pérolas de dois tamanhos diferentes, as pérolas foram arranjadas de maneira que, quando o colar estiver fechado, será repetido o seguinte padrão: uma pérola grande, seguida de duas pequenas. Além disso, para aumentar o valor do colar, foi adicionado um pequeno separador de ouro entre uma pérola grande e uma pequena. Os preços de cada separador de ouro, de cada pérola pequena e de cada pérola grande são R$ 50,00, R$ 100,00 e R$ 150,00, respectivamente. Considerando que, no colar, foram utilizados 30 separadores de ouro, então o seu custo total, em reais, com os separadores e as pérolas, é

A) superior a 5.800 e inferior a 6.800.
B) superior a 6.800 e inferior a 7.800.
C) superior a 7.800 e inferior a 8.800.
D) superior a 8.800.
E) inferior a 5.800,00.

3. (CESPE/TCE-ES/2013)



As figuras acima ilustram um brinquedo que consiste em colocar a peça A sobre a peça B, de modo que a peça A permaneça fixa e a peça B gire em torno de seu eixo central, mostrando, a cada segundo(s), um triângulo diferente com o nome de uma cor. Se a rotação da peça B se der no sentido horário e, no instante t = 0 s, o brinquedo mostrar a cor verde, então, nos instantes t = 577 s e t = 578 s, serão mostradas, respectivamente, as cores

A) amarelo e vermelho.
B) branco e preto.
C) preto e verde.
D) verde e azul.
E) azul e amarelo.

FGV

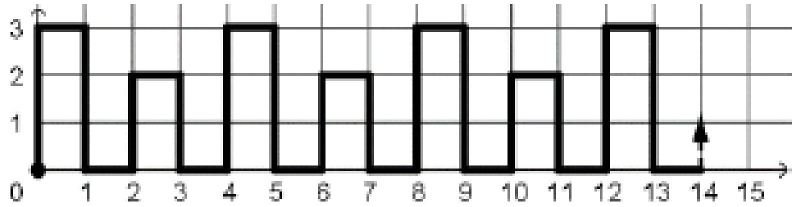
4. (FGV/SEFAZ-BA/2022) Os números naturais foram escritos em uma tabela de 4 linhas como na figura a seguir.

4	5	12	13	...	...		
3	6	11	14	...	...		
2	7	10	15	18	...		
1	8	9	16	17	...		

As linhas são numeradas de baixo para cima e as colunas são numeradas da esquerda para a direita. O número da linha e o número da coluna onde está o número 2022 são, respectivamente,

A) 2 e 253.
B) 3 e 253.
C) 2 e 506.
D) 3 e 506.
E) 4 e 524.

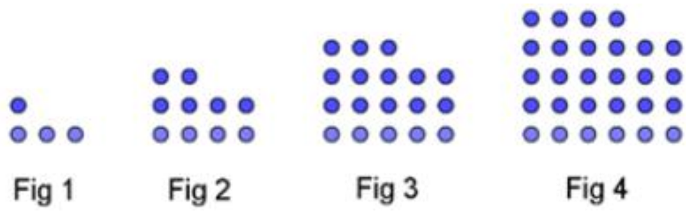
5. (FGV/CBM-AM/2022) No plano cartesiano, a partir da origem, foi construído o caminho representado abaixo, mantendo o padrão do desenho.



O comprimento da parte do caminho desde o início até o ponto (49, 1) é

A) 166.
B) 168.
C) 170.
D) 172.
E) 174.

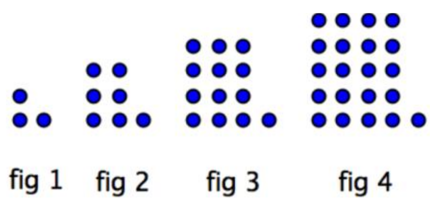
6. (FGV/TJ-RO/2021) Observe a sequência de figuras a seguir.



Mantendo o padrão apresentado nas figuras acima, o número de bolinhas da figura 15 é:

A) 238;
B) 244;
C) 258;
D) 270;
E) 304.

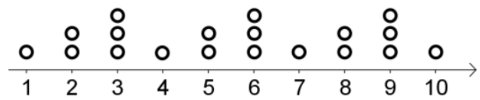
7. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) A figura a seguir mostra grupos de bolinhas cujos números crescem mantendo determinado padrão.



Assinale a opção que indica o número de bolinhas da figura 16.

A) 241.
B) 255.
C) 273.
D) 289.
E) 297.

8. (FGV/SME CUIABÁ/2015) A figura abaixo mostra uma reta numerada e uma sequência de bolinhas mantendo sempre o mesmo padrão:



A quantidade de bolinhas desde o número 1 até o número 50, inclusive, é

A) 96.

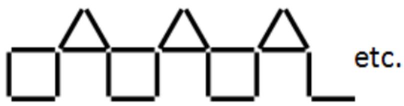
B) 97.

C) 98.

D) 99.

E) 100.

9. (FGV/TJ-RJ/2014) Brincando com palitos, Bernardo criou uma sequência de quadrados e triângulos como na figura a seguir:



Bernardo terminou a brincadeira após construir o 50º quadrado. O número total de palitos que Bernardo utilizou foi:

A) 330.

B) 340.

C) 343.

D) 347.

E) 350.

10. (FGV/BADESC/2010) Observe a sequência de figuras formadas por pontos.

De acordo com a lógica sequencial estabelecida, assinale a alternativa que apresente corretamente a figura 8.

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

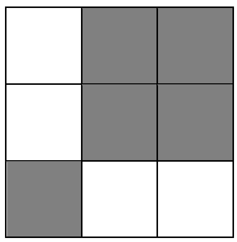
11. (FGV/MPE-RJ/2019) Em uma rua retilínea há 20 postes espaçados igualmente entre si. A distância entre dois postes quaisquer consecutivos é de 15 metros. A distância entre o terceiro poste e o décimo sétimo poste é:

A) 225 metros
B) 210 metros
C) 195 metros
D) 180 metros
E) 165 metros

FCC

12. (FCC/CLDF/2018) Em um tabuleiro 3 × 3, todas as nove peças quadradas têm uma face branca e outra face preta. Essas peças são placas móveis que giram em torno de um eixo, exibindo ora a face branca, ora a face preta. O objetivo de um jogo que usa esse tabuleiro é, a partir de uma dada configuração inicial, fazer com que todas as peças quadradas exibam sua face branca. Para isso, as únicas operações possíveis, a cada jogada, são:

– girar todas as peças de uma mesma linha, trocando a cor de cada uma ou
– girar todas as peças de uma mesma coluna, trocando a cor de cada uma.

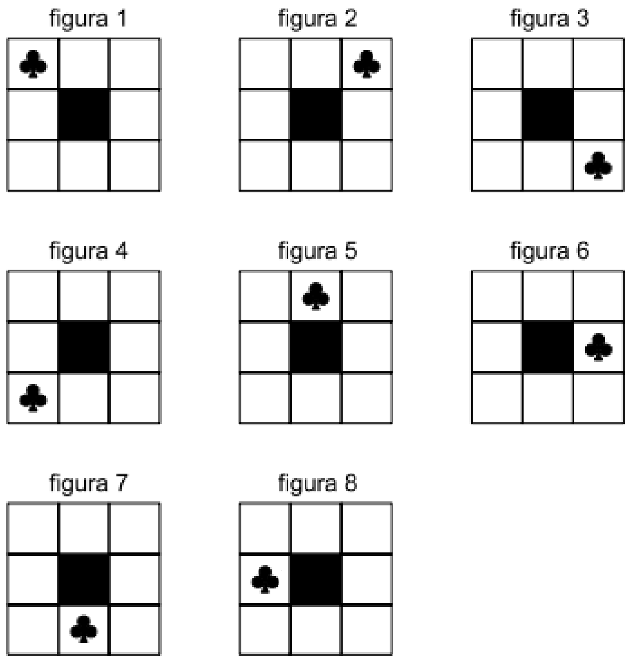


Para a configuração inicial do tabuleiro dada acima, respeitando as regras, a quantidade mínima de jogadas que permite atingir o objetivo do jogo é igual a

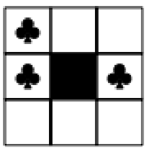
A) 2.
B) 4.
C) 3.
D) 6.
E) 5.

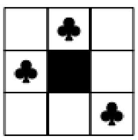
VUNESP

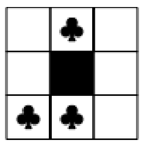
13. (VUNESP/TJ-SP/2018) Considere os primeiros 8 elementos da sequência de figuras:

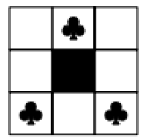


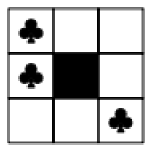
Nesta sequência, as figuras 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 correspondem, respectivamente, às figuras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, assim como as figuras 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 e 24, e assim segue, mantendo-se esta correspondência. Sobrepondo-se as figuras 109, 131 e 152, obtém-se a figura

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

14. (VUNESP/TJ-SP/2017) Observe as 4 primeiras figuras de uma sequência, em que cada figura contém 5 símbolos:

♣♦♥♠●	♦♣♥♠●	♣♦♠♥●	●♦♥♠♣
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4

Nessa sequência, as figuras 5, 6, 7 e 8 correspondem, respectivamente, às figuras 1, 2, 3 e 4, assim como as figuras 9, 10, 11 e 12, e assim por diante, mantendo-se essa correspondência. Com relação à ordem dos símbolos, o 1º dessa sequência é ♣, o 8º é ♥, o 15º é ●, e assim por diante. Nestas condições, o 189º símbolo é

A) ●

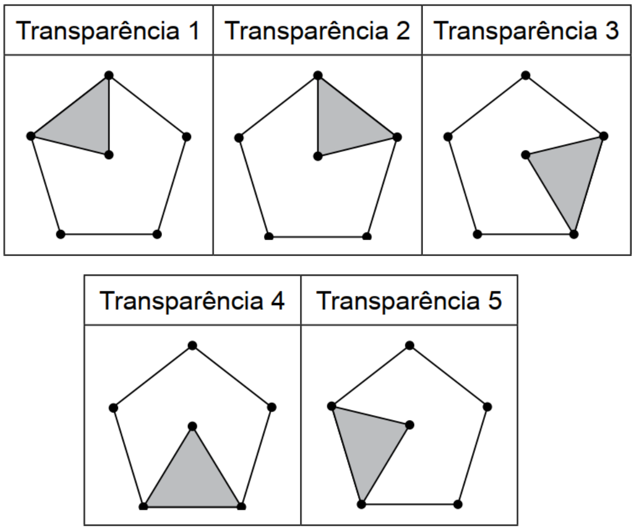
B) ♠

C) ♦

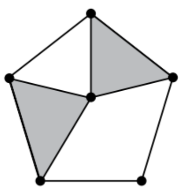
D) ♣

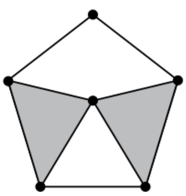
E) ♥

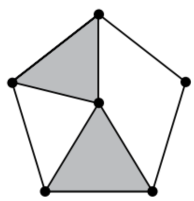
15. (VUNESP/TJ-SP/2015) Considere as seguintes figuras de uma sequência de transparências, todas enumeradas:

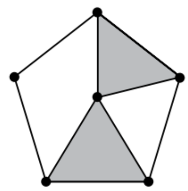


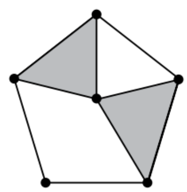
Na referida sequência, a transparência 6 tem a mesma figura da transparência 1, a transparência 7 tem a mesma figura da transparência 2, a transparência 8 tem a mesma figura da transparência 3, e assim por diante, obedecendo sempre essa regularidade. Dessa forma, sobrepondo-se as transparências 113 e 206, tem-se a figura

A) 

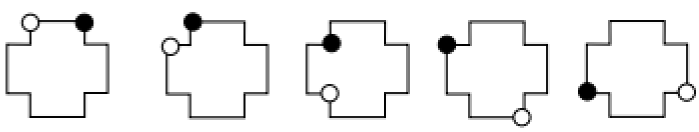
B) 

C) 

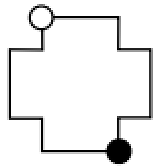
D) 

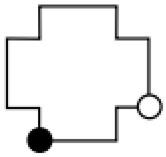
E) 

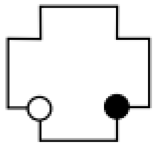
16. (VUNESP/TJ-SP/2014) Observe os cinco primeiros elementos da sequência figural ilimitada a seguir:

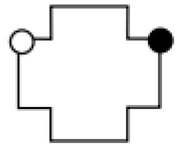


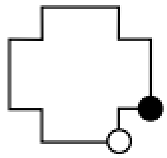
Observando a regularidade apresentada pelos pontos em destaque em cada figura, conclui-se que a 10a figura é

A) 

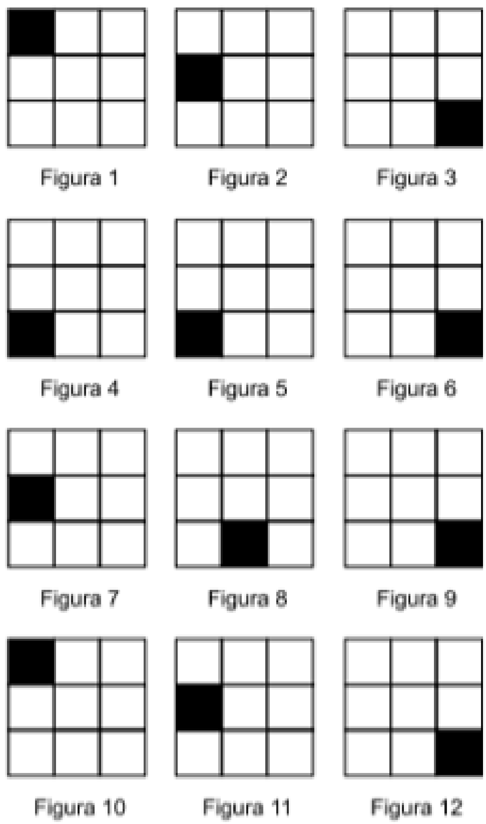
B) 

C) 

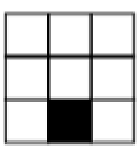
D) 

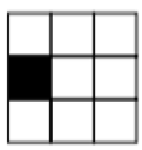
E) 

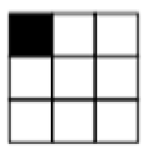
17. (VUNESP/PC-SP/2018) Considere as primeiras figuras de uma sequência:

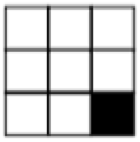


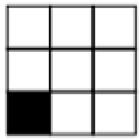
Nessa sequência de figuras, a figura 10 é igual à figura 1, a figura 11 é igual à figura 2, a figura 12, é igual à figura 3, e assim por diante. Dessa forma, a figura 232 será

A) 

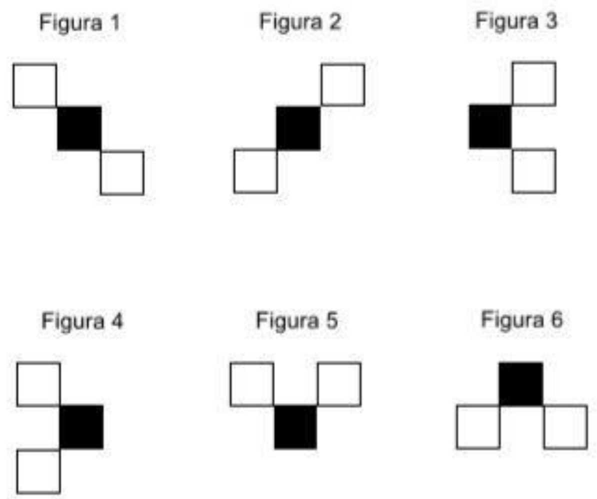
B) 

C) 

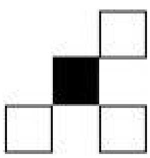
D) 

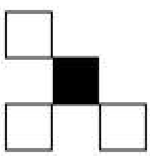
E) 

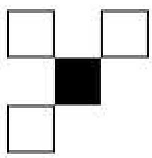
18. (VUNESP/CM-INDAIATUBA/2017) Considere a sequência de figuras:

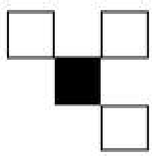


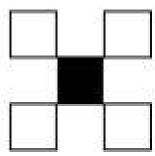
Sabe-se que, a partir da figura 7, a sequência se repete, ou seja, a figura 7 é igual à figura 1, a figura 8 é igual à figura 2, a figura 9 é igual à figura 3, e assim por diante. Dessa forma, sobrepondo-se as figuras 108 e 251, de modo a coincidirem os quadradinhos preenchidos na cor preta, tem-se a figura

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

GABARITO

1. LETRA E
2. LETRA A
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA E
6. LETRA D
7. LETRA C
8. LETRA D
9. LETRA D
10. LETRA B
11. LETRA B
12. LETRA C
13. LETRA B
14. LETRA B
15. LETRA E
16. LETRA E
17. LETRA B
18. LETRA E

Lista de Questões

Sequências de Letras e Palavras

CEBRASPE

1. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) João pretende completar as casas de um tabuleiro 3×3, utilizando as letras A, B ou C. Cada casa é formada por um quadrado, conforme apresentado na figura a seguir.

A	B	
C		

Para completar o tabuleiro, preenchendo cada casa com apenas uma dessas letras, de modo que casas com lados adjacentes não sejam preenchidas com a mesma letra, João deverá escrever na casa destacada na figura

A) somente a letra A.
B) somente a letra B.
C) somente a letra C.
D) somente a letra B ou a letra C.
E) qualquer uma das letras A, B ou C.

Texto para as próximas questões

Rodada	A	B	C	D
1ª	Branca	Amarela	Vermelha	Branca
2ª	Amarela	Vermelha	Branca	Amarela
3ª	Vermelha	Branca	Amarela	Vermelha
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Para apostar em um jogo de cartas, os amigos A, B, C e D receberam fichas de 3 cores diferentes, na sequência mostrada na tabela acima. A partir dessas informações e dos dados apresentados na tabela, julgue o item a seguir.

2. (CESPE/PM-CE/2014) Ao final da 12ª rodada de distribuição, B e C receberam as mesmas quantidades de fichas de todas as cores.

3. (CESPE/PM-CE/2014) Na 25ª rodada de distribuição, C recebeu uma ficha vermelha.

4. (CESPE/PM-CE/2014) Ao final da 20ª rodada de distribuição, A e D receberam as mesmas quantidades de fichas de todas as cores.

5. (CESPE/CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o próximo item, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo.

Se houver um número de aulas suficientes e se a regra que define o número de faltosos for mantida, então haverá um dia letivo em que todos os alunos faltarão

6. (CESPE/CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o próximo item, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo.

No vigésimo quinto dia de aula, faltaram 50 alunos

7. (CESPE/MME/2013) A tabela apresentada abaixo possui uma regra de formação, e células em branco que devem ser preenchidas de acordo com essa regra. Considerando que as linhas dessa tabela sejam numeradas, de cima para baixo, de 1 a 7, e que suas colunas, da esquerda para a direita, sejam numeradas também de 1 a 7, então conforme a referida regra, as células em branco a serem preenchidas com a letra E incluirão a célula correspondente à interseção da linha

E	N	E	R	G	I	A
N	E				A	E
E					E	N
R	G				N	
G						
I						
A						

A) 2 com a coluna 5.
B) 3 com a coluna 4.
C) 4 com a coluna 5.
D) 5 com a coluna 3.
E) 6 com a coluna 4.

8. (CESPE/SEDUC-CE/2013) Por apresentar problemas técnicos, uma impressora imprimiu, seguidamente, sem espaços entre os caracteres, a palavra CANETA em uma página de papel em branco, de forma que o início da impressão era CANETACANETACANETACANETACANETA. Nessa situação, se a impressão foi interrompida no instante que a impressora imprimiu o caractere de número 1.043, então, esse último caractere impresso foi a letra
A) A
B) N
C) E
D) T
E) C

FGV

9. (FGV/SSP-AM/2022) Considere a sequência das letras do alfabeto formada por 1 letra A, 2 letras B, 3 letras C, e assim por diante até o final com 26 letras Z.

A B B C C C D D D D E E E E E ...

A 100ª letra dessa sequência é

A) M.
B) N.
C) O.
D) P.
E) Q.

10. (FGV/TJ-RO/2021) Na sala de arquivos de um escritório há 7 armários, cada um com 7 gavetas, sendo que cada gaveta comporta 15 pastas.

- Os armários são identificados por A, B, C, ..., G.
- As gavetas são numeradas com 1, 2, 3, ..., 7.
- As pastas são numeradas com 01, 02, 03, ..., 15.

A localização de uma pasta é dada por um código que indica o armário, a gaveta e a posição onde ela está. Por exemplo, uma pasta com o código B403 significa que ela é a 3ª pasta da gaveta 4 do armário B. Todas as pastas foram arquivadas em ordem, nenhum lugar ficou vazio e a última pasta colocada no arquivo foi a de código D512.O número total de pastas desse arquivo é:

A) 338;
B) 342;
C) 366;
D) 387;
E) 398.

11. (FGV/CM ARACAJU/2021) Um artista criou uma faixa decorativa com o nome do estado escrito diversas vezes em sequência:

SERGIPESERGIPESERGIPESERG...

A milésima letra dessa faixa é:

A) S;
B) R;
C) G;
D) I;
E) P.

12. (FGV/IMBEL/2021) Um funcionário da fábrica da IMBEL de Juiz de Fora pensou em pintar uma faixa decorativa no muro externo da fábrica com o motivo abaixo:

I M B E L J F I M B E L J F I M B E L J F ...

Mantendo esse padrão, a 500ª letra dessa faixa será

A) B.
B) E.
C) L.
D) J.
E) F.

13. (FGV/PREF. PAULÍNIA/2021) Uma faixa decorativa foi desenhada usando a palavra PAULINIA e sua grafia ao contrário, AINILUAP seguidas, sem repetir a letra comum das extremidades:

PAULINIAINILUAPAULINIAINILUAPAUL...

A milésima letra dessa faixa é

A) A.
B) U.
C) L.
D) N.
E) I.

14. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Considere a sequência infinita de letras ONDINAONDINAONDINAOND... A 2019ª letra dessa sequência é

A) O.
B) N.
C) D.
D) I.
E) N.

15. (FGV/MPE-RJ/2019) Observe a sequência infinita a seguir.

BCDFGHGFDCBCDFGHGFDCBCDFGHGFDCBCD...

A 2019ª letra dessa sequência é:

A) B.
B) C.
C) D.
D) F.
E) G.

16. (FGV/PREF. ANGRA/2019) A sequência a seguir é formada pelas letras de “Angra dos Reis”, nessa ordem, com as letras todas juntas.

ANGRADOSREISANGRADOSREISANGRADO...

A 100ª letra dessa sequência é

A) R.
B) G.

C) A.
D) D.
E) S.

17. (FGV/BANESTES/2018) Um artista estava pintando uma faixa decorativa repetindo continuamente o nome do banco:

BANESTESBANESTESBANESTESBAN...

Ele pintou 150 letras dessa sequência e parou para almoçar. A última letra pintada pelo artista foi:
A) A.
B) N.
C) E.
D) S.
E) T.

18. (FGV/MPE-RJ/2016) Observe a seguinte sequência formada por quatro letras do alfabeto:

M P R J

Afirma-se que uma nova sequência tem a mesma estrutura da sequência dada quando as distâncias relativas entre as letras é a mesma da sequência original.

Considere as sequências:
1) D G I A
2) Q T V O
3) H K N F

Dessas sequências, possuem a mesma estrutura da sequência original:
A) somente (1);
B) somente (2);
C) somente (3);
D) somente (1) e (2);
E) somente (2) e (3).

FCC

19. (FCC/SABESP/2019) A palavra ABACAXI foi escrita repetida e seguidamente em um cartaz, sem espaços, de maneira a ter sempre 44 letras em cada linha e sempre continuando a palavra na linha seguinte a partir de onde foi interrompida na linha anterior. As três primeiras linhas do cartaz estão indicadas a seguir:

ABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIAB
ACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABAC
AXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXIABACAXI

Se o cartaz tem um total de 434 letras A, com todas as linhas completas, então a última letra do cartaz, ou seja, a última letra da última linha, é a

A) letra A.

B) letra B.

C) letra C.

D) letra X.

E) letra I.

20. (FCC/SABESP/2018) Um código é constituído de duas letras dentre as 26 do alfabeto (inclui as letras K e W), podendo-se repetir letras livremente. O 1º código desse sistema é AA, e o 676º e último código do sistema é ZZ. A posição dos códigos nessa sequência segue a ordem alfabética das letras, como em um dicionário. Nesse sistema, SP será o

A) 457º código.

B) 491º código.

C) 510º código.

D) 466º código.

E) 484º código.

21. (FCC/CLDF/2018) Um software de construção e gerenciamento de planilhas de dados organiza-se em linhas numeradas e colunas indicadas por letras do alfabeto de 26 letras: A, B, ..., Z. A partir da 27º coluna, são usadas combinações das letras do alfabeto: AA, AB, AC..., AZ, BA, BB, BC..., BZ, ..., ZA, ZB, ZC, ..., ZZ, AAA, AAB, AAC, ..., AAZ, ABA, ABB, ABC..., ABZ... e assim por diante. Um secretário utiliza uma planilha desse software para registrar as correspondências que chegam diariamente ao escritório, durante todos os dias úteis do ano. Ele registra a data na primeira linha de uma coluna e, logo abaixo, em cada linha, as correspondências do dia; no dia seguinte, passa para a próxima coluna e faz o mesmo. Ainda que não haja correspondência em um determinado dia, ele anota a data e deixa o restante da coluna em branco. Em um ano com 252 dias úteis, se os registros das correspondências forem feitos a partir da coluna A, então a coluna da planilha com o registro da última correspondência será indicada por

A) IR.

B) ABB.

C) PQ.

D) HA.

E) AAC.

22. (FCC/CLDF/2018) Em um curso universitário, são admitidos anualmente 225 novos alunos. No primeiro ano do curso, os alunos ingressantes são divididos em três turmas (A, B e C) considerando seu desempenho no exame vestibular. Na tabela, que mostra como ocorre essa divisão, os números ordinais correspondem à classificação do aluno ingressante no exame vestibular.

Turma A	Turma B	Turma C
1º	2º	3º
6º	5º	4º
7º	8º	9º
12º	11º	10º
⋮	⋮	⋮

Assim, o primeiro colocado é alocado na turma A, o segundo na B, o terceiro e o quarto na C, e assim sucessivamente, como indicado na tabela. Viviane e Mateus foram aprovados nesse exame vestibular na 122ª e na 201ª colocações, respectivamente. Dessa forma,

A) Mateus será alocado na turma A, e Viviane, na turma C.
B) Viviane será alocada na turma B, e Mateus, na turma C.
C) os dois serão alocados na turma B.
D) Mateus será alocado na turma B, e Viviane, na turma C.
E) os dois serão alocados na turma C.

Gabarito

1. LETRA E
2. CERTO
3. CERTO
4. ERRADO
5. ERRADO
6. ERRADO
7. LETRA C
8. LETRA D
9. LETRA B
10. LETRA D
11. LETRA E
12. LETRA A
13. LETRA D
14. LETRA C
15. LETRA C
16. LETRA A
17. LETRA E
18. LETRA A
19. LETRA C
20. LETRA E
21. LETRA A
22. LETRA B

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.