Aula 08

BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

28 de Abril de 2023

Índice

Operações Fundamentais

Operações Básicas

Introdução

Galera, vou ser sincero aqui. Se você tem facilidade com as operações básicas, sugiro pular diretamente para os exercícios ou ir para a parte da teoria que julgar que tem mais dificuldade. A proposta dessa parte inicial da teoria é abordar conceitos elementares. No entanto, caso queira revisar, sinta-se à vontade! Vamos lá?!

Acredito que todos nós, em algum momento da vida, já tivemos que utilizar as operações básicas algumas (muitas) vezes. Nos dias atuais, em que precisamos trabalhar com dinheiro constantemente, atos como **somar, subtrair, multiplicar e dividir** estão sempre presentes.

Imagine que você tem R$ 100,00 na sua conta bancária e ganhou seu primeiro salário como **servidor**, no valor de **R$ 3.000,00**. É capaz de, sem nem perceber, você realizar uma soma e concluir que ficou com o saldo de R$ 3.100,00.

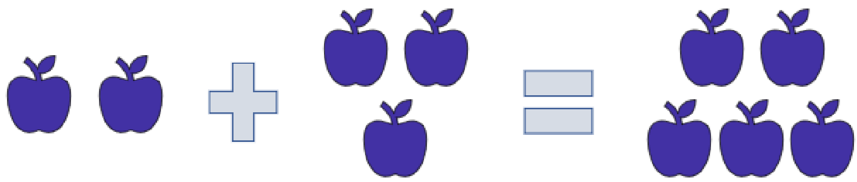
Com o seu primeiro salário, você vai no centro da cidade e decide comprar um novo celular. Entra em algumas lojas, acha aquele que tanto queria e consegue comprá-lo por R$ 1.500,00. Observe que se você tinha R$ 3.100,00 e gastou R$ 1.500,00, agora ficou com **R$ 1.600,00 de saldo**.

Quando chega em casa, seu pai lembra que você prometeu metade da quantia que sobrasse após a compra do celular, para ajudar nas despesas domésticas. Você pega e **divide R$ 1.600,00 por 2** e entrega R$ 800,00 para ele.

Observe que corriqueiramente estamos trabalhando com as operações básicas e nem nos damos conta. Acontece que nem sempre as "continhas" vão fluir assim. Por vezes, **elas podem se tornar complexas** e acabam exigindo o conhecimento de algumas regras. Vamos conhecer esse assunto um pouco melhor?

Soma

Em uma soma, nós pegamos dois ou mais números e os combinamos para formar um único número. **Essa combinação é feita adicionando (daí também o nome "adição") um número ao outro**. Particularmente, eu acho muito difícil entender a soma pensando apenas em números. Lembre-se que tudo se originou com **a necessidade de contar coisas**. Por exemplo, se você compra **duas maçãs** e ganha **mais três de brinde**. Com quantas maçãs você ficará?



Veja que você tinha duas maçãs (representamos a quantidade com o número "2") ganhou mais três ("3"), resultando em cinco ("5") maçãs. Portanto, $2 + 3 = 5$. O sinal que usamos para denotar a operação da soma é o **"mais" (+)**. Sempre que a intenção for somar dois números, usaremos ele. Tudo bem?

Uma vez entendida essa noção elementar de soma, vamos fazer alguns exemplos para explicar o método que usamos para somar quaisquer dois números ou mais.

Exemplo 1) $45 + 7$

O primeiro passo é **colocar um número abaixo do outro**, lembrando que o algarismo da unidade fica abaixo do algarismo da unidade, o da dezena abaixo do da dezena e assim sucessivamente.

$$\begin{array}{rcc} & {}^{1}4 & 5 \\ + & & 7 \\ \hline & 5 & 2 \end{array}$$

I - Começamos somando os algarismos das unidades. Note que $5 + 7 = 12$.

II - Abaixo da linha escrevemos o algarismo da unidade da soma de cima.

III - Esse número "**1**" veio do "**1**2" que obtivemos na primeira soma. Vamos somá-lo com o 4, para obter o algarismo "5".

IV - O resultado ficará aqui. No caso, temos que $45 + 7 = 52$.

Caso não lembre bem quais são os algarismos das unidades, das dezenas, das centenas, etc. segue abaixo **uma tabela que resume bem os principais grupos** (vocês estudarão com mais detalhes esses grupos na próxima aula com o prof. Eduardo!).

Número	Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
145257	-	1	4	5	2	5	7
3520	-	-	-	3	5	2	0
256	-	-	-	-	2	5	6

Exemplo 2) $2450 + 731$

Mesma coisa aqui, pessoal! Colocaremos um abaixo do outro e somaremos algarismo por algarismo!

$$\begin{array}{rcccc} & {}^{1}2 & 4 & 5 & 0 \\ + & & 7 & 3 & 1 \\ \hline & 3 & 1 & 8 & 1 \end{array}$$

Exemplo 3) $120 + 13{,}25$

E agora que temos vírgula? Prosseguiremos quase igual! Veja como ficaria:

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 2 & 0 & , & 0 & 0 \\ + & & 1 & 3 & , & 2 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & , & 2 & 5 \end{array}$$

Para efeitos dessa soma em particular, escrevemos $120 = 120{,}00$. Dessa forma, conseguimos fazer o famoso "vírgula abaixo da vírgula"! Tudo bem? Vamos fazer uma questão!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. LOUVEIRA/2020) Assinale a alternativa que apresenta corretamente o resultado para a seguinte operação com números decimais:

$$11{,}5 + 10{,}9 + 4{,}8$$

A) 25,6.
B) 26,2.
C) 26,8.
D) 27,0.
E) 27,2.

Comentários:

Opa! Aqui temos uma **soma de três números**. Vamos prosseguir conforme anteriormente. Lembre-se que, na hora de somar, vamos sempre escrever **vírgula abaixo da vírgula**.

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & {}^{2}1 & , & 5 \\ + & 1 & 0 & , & 9 \\ & & 4 & , & 8 \\ \hline & 2 & 7 & , & 2 \end{array}$$

Gabarito: LETRA E

Pessoal, a soma possui algumas propriedades. Elas não costumam cair muito em prova e muitas vezes usamos elas sem mesmo perceber. Vamos ver quais são!

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

1) Propriedade do Elemento Neutro

O elemento neutro da adição é o número tal que, somado a qualquer outro número, **não produzirá efeito prático algum** (terá uma ação neutra). Imagine que x representa um número qualquer.

$$x + 0 = x$$
$$0 + x = x$$

Veja que tínhamos um número x e somamos ele com o número zero. *Qual o resultado?* **O próprio x**. Isso ocorre pois **o zero é o elemento neutro da adição**. Tudo bem, galera?!

Usamos o "x" para indicar que pode ser qualquer número. Vamos exemplificar!

$$10 + \mathbf{0} = 10$$
$$\mathbf{0} + 10 = 10$$

Observe que quando somamos o "0", nada acontece com o "10"!

2) Propriedade da Comutatividade
Essa propriedade serve para nos dizer que, **NA SOMA**, **não importa a ordem dos fatores**, o resultado será o mesmo. Observe:

$$7 + 3 = 10$$
$$3 + 7 = 10$$

Não importa a ordem! Tanto faz: "sete mais três" ou "três mais sete", o resultado será sempre 10. Genericamente, representamos essa propriedade assim:

$$a + b = b + a$$

3) Propriedade da Associatividade
Por sua vez, a propriedade associativa fornece para nós uma **certa flexibilidade na hora de somarmos mais de dois termos**. Por exemplo, imagine que você quer fazer a seguinte soma:

$$7 + 3 + 10$$

Primeiro, você soma $7 + 3$ ou deve fazer $3 + 10$? A propriedade vai nos dizer que **tanto faz**. Em uma soma de mais de dois termos, **você pode escolher a ordem que for melhor para trabalhar**.

$$(7 + 3) + 10 = 10 + 10 = 20$$

$$7 + (3 + 10) = 7 + 13 = 20$$

De um modo geral, representamos essa propriedade assim:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

4) Propriedade do Fechamento

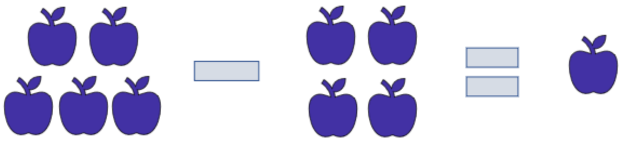
Já vimos essa propriedade na aula anterior. Lembra quando falamos **que a soma de dois números naturais é um número natural?** É exatamente a propriedade do fechamento. Ela é válida para o conjunto dos naturais, dos inteiros, dos racionais e dos reais. **O único conjunto numérico que fica de fora é o dos irracionais.**

RESUMINDO

Propriedade do Elemento Neutro	$a + 0 = a \ \mid \ 0 + a = a$
Propriedade da Comutatividade	$a + b = b + a$
Propriedade da Associatividade	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Propriedade do Fechamento	$a, b \in \mathbb{N} \rightarrow a + b \in \mathbb{N}$ $a, b \in \mathbb{Z} \rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$ $a, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a + b \in \mathbb{Q}$ $a, b \in \mathbb{R} \rightarrow a + b \in \mathbb{R}$

Subtração

A subtração vai ser o oposto da soma. Se ao somar, nós adicionamos determinada quantidade em outra; **na subtração, nós vamos retirar essa quantidade**. Mais uma vez, imagine que você tinha aquelas 5 maçãs. Aconteceu que, seu cachorro conseguiu comer 4 delas sem você ver. Ele foi lá e, sorrateiramente, devorou quase todas as suas maçãs. *Com quantas maçãs você ficou?*



Veja, portanto, que $5 - 4 = 1$. Representamos a subtração com o sinal de $(-)$ **"menos"**. *Tem algum método para subtrair quaisquer dois números?* Tem e ele é muito parecido com o que já desenvolvemos na soma. Vamos continuar **escrevendo um algarismo abaixo do outro** (respeitando: unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena...) e sempre **começando a subtrair pelo algarismo mais à direita**.

Exemplo 4) $39 - 17$

II - Vamos fazendo a subtração "coluna por coluna" e o resultado colocamos abaixo da linha.

$$\begin{array}{rcc} & \mathbf{3} & \mathbf{9} \\ - & \mathbf{1} & \mathbf{7} \\ \hline & \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{array}$$

I - Começamos subtraindo os algarismos mais a direta. No caso, $9 - 7 = 2$

Um detalhe da subtração é que os termos ganham nomes! **O primeiro termo é chamado de "minuendo"** (ou "diminuendo") e **o segundo termo de "subtraendo"**. Olhando para o nosso exemplo, o minuendo seria o 39, enquanto o subtraendo é o 17.

Exemplo 5) $152 - 35$

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 5 & 2 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & & & \end{array}$$

Aqui iremos com mais calma. Quando olhamos para a coluna de algarismo mais à direita, temos que fazer a subtração $2 - 5$. Note que **2 <u>é menor</u> do que 5**, e, portanto, o resultado seria um número negativo. Nessa situação, devemos "pegar emprestado" do vizinho, **para que o número não fique negativo**.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & & & 7 \end{array}$$

Veja que quando pegamos esse número "emprestado", o número que antes era 2, vira 12 e agora é possível efetuar a subtração: $12 - 5 = 7$. **Como pegamos um número do vizinho, o "5" acaba virando o 4 para efeitos da subtração.** Daí, fazemos $4 - 3 = 1$.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 1 & 7 \end{array}$$

Portanto, $152 - 35 = 117$. Esse negócio de "pegar do vizinho" **pode confundir** muita gente, por isso tenha bastante atenção. Para ver como cai em prova, vamos fazer uma questão.

(CEMNIL/2020) Calcule a operação decimal abaixo e assinale a alternativa correspondente

$$1935 - 1098 \;= ?$$

A) 575
B) 044
C) 837
D) 924

Comentários:

Vamos organizar naquele esquema. Sempre **cada algarismo abaixo do seu correspondente** (unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena e assim vai!)

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 9 & 2\cancel{3} & 15 \\ - & 1 & 0 & 9 & 8 \\ \hline & & & & 7 \end{array}$$

Observe que quando avançamos para a "segunda coluna", o número "2" também é menor que o "9". **Devemos olhar para o número vizinho novamente**.

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 8\cancel{9} & 12\cancel{3} & 15 \\ - & 1 & 0 & 9 & 8 \\ \hline & & & 3 & 7 \end{array}$$

Agora, temos que "12" é maior do que "9" e conseguimos subtrair: $12 - 9 = 3$. **Como os outros algarismos do diminuendo são maiores do que os do subtraendo**, conseguimos fazer a subtração sem mais pegar número de outros.

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 8\cancel{9} & 12\cancel{3} & 15 \\ - & 1 & 0 & 9 & 8 \\ \hline & 0 & 8 & 3 & 7 \end{array}$$

Agora, vamos fazer alguns comentários sobre as propriedades**. Na subtração, não vamos ter propriedade associativa, comutativa ou do elemento neutro.** Para começar, observe que:

$$(7-2)-3=5-3=2$$

$$7-(2-3)=7-(-1)=7+1=8$$

Portanto, temos que $(7-2)-3 \neq 7-(2-3)$. Podemos concluir que **a propriedade associativa não se aplica aqui**. Além disso, veja que $7-3 \neq 3-7$, mostrando que **a comutatividade também não vale**. Você deve estar se perguntando sobre o elemento neutro, né?

De fato, quando temos $x-0=x$, o zero não vai ter efeito algum. No entanto, quando fazemos $0-x=-x$, o zero tem um pequeno efeito. É como se ele agisse **invertendo o sinal do subtraendo**. Tudo bem? Por isso, dizemos que **na subtração, não temos elemento neutro**.

Multiplicação

Na prática, **multiplicar é fazer a adição de um mesmo número repetidas vezes**. Por exemplo,

$$2 \times 5 = \underbrace{2+2+2+2+2}_{2\ aparece\ 5\ vezes} = 10$$

$$5 \times 7 = \underbrace{5+5+5+5+5+5+5}_{5\ aparece\ 7\ vezes} = 35$$

É bem mais "compacto" expressar várias somas de um mesmo número na forma de uma multiplicação. Ao invés de escrever $5+5+5+5+5+5+5=35$, simplesmente dizemos que $5 \times 7 = 35$.

Para conseguirmos ir bem nessa parte da matéria, é muito importante que você tenha facilidade com a tabuada. Vamos relembrá-la?

1	2	3	4	5
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$
$1 \times 10 = 10$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$	$5 \times 10 = 50$

6	7	8	9	10
$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$
$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$	$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$

Assim como na soma e na subtração, também temos um método para calcular o produto de dois números. Quanto seria, por exemplo, 731×12? Note que **não é uma conta que normalmente temos na cabeça**. Como calculá-la, então?

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Fazemos o esquema acima, pois **multiplicaremos algarismo por algarismo**. Com isso, transformamos nosso problema de multiplicar números "estranhos" em multiplicações da tabuada. Observe.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & & & \mathbf{2} \end{array}$$

Multiplicamos $2 \times 1 = 2$. Colocamos o resultado abaixo da linha. Depois, fazemos o seguinte:

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & \mathbf{3} & 1 \\ \times & & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & & \mathbf{6} & 2 \end{array}$$

Diferentemente da soma e da subtração, aqui não vamos coluna por coluna. O "2" multiplicará o algarismo das dezenas do número de cima. Assim, $3 \times 2 = 6$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{4} & 6 & 2 \end{array}$$

Faremos a multiplicação do "2" pelo "7". O resultado é $2 \times 7 = 14$. Note que multiplicamos todos os algarismos de 731 por 2. Agora, vamos fazer a mesma coisa, mas multiplicando todos os algarismos de 731 por "1".

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & & \mathbf{1} & \\ \hline \end{array}$$

Nesse momento, temos mais novidades. Como vamos fazer novas multiplicações, **iniciamos uma nova linha** e colocamos o resultado da primeira multiplicação **deslocado de uma coluna para esquerda**. Essas duas linhas de resultado **serão <u>somadas</u> ao final**.

$$\begin{array}{rcccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & 3 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Dessa vez, fizemos $1 \times 3 = 3$.

$$\begin{array}{rcccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & 7 & 3 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Agora, vamos **somar as duas linhas de resultado**, coluna por coluna.

$$\begin{array}{rcccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & 7 & 3 & 1 & \\ \hline & \mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{7} & \mathbf{2} \end{array}$$

Portanto, $731 \times 12 = 8772$.

HORA DE PRATICAR!

(AVAREPREV/2020) Júlia vai guardar R$ 25,00 por mês, para comprar um brinquedo. O total que ela juntará em 7 meses é:
A) R$ 32,00.
B) R$ 65,00.
C) R$ 120,00.
D) R$ 175,00.

Comentários:
Podemos fazer essa questão de dois jeitos: por soma ou por multiplicação. Temos 25 reais que são guardados por 7 meses. Assim,

$$V = (25 + 25) + (25 + 25) + (25 + 25) + 25$$

$$V = (50 + 50) + (50 + 25)$$

$$V = 100 + 75$$

$$V = 175$$

Ou, podemos fazer:

$$\begin{array}{cccc} & & 3 & \\ & & 2 & \mathbf{5} \\ \times & & & \mathbf{7} \\ \hline & & & 5 \end{array}$$

Veja que $7 \times 5 = 35$. O "5" ficou abaixo da linha, enquanto o "3" levamos para cima do "2". **Esse "3" será somado com resultado da próxima multiplicação**.

$$\begin{array}{cccc} & & 3 & \\ & & \mathbf{2} & 5 \\ & \times & & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{1} & & \mathbf{7} & 5 \end{array}$$

Temos que $\mathbf{7 \times 2 = 14}$. No entanto, devemos somar o resultado dessa multiplicação com o "3" que levamos para cima, resultado do produto anterior. Assim, $\mathbf{14 + 3 = 17}$. Esse é o resultado que levamos para abaixo da linha. Pronto, temos que $\mathbf{25 \times 7 = 175}$.

Gabarito: LETRA D

(PREF. LOUVEIRA/2020) Assinale a alternativa que apresenta corretamente o resultado para a seguinte operação com números decimais:

$$78{,}3 \times 10{,}2$$

A) 798,24.
B) 798,56.
C) 798,66.
D) 799,16.
E) 799,66.

Comentários:
Na multiplicação de número decimais, vamos fingir que não tem vírgula (rsrs)! Observe como ficaria:

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 3 \\ \times & 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Mas, professoorr?!! Como assim?! Podemos fazer isso? Podemos sim, **mas ao final, devemos colocar a vírgula de volta! Não pode esquecer!** Quando terminarmos de multiplicar tudo, te ensinarei como colocá-la no lugar certo. Vamos lá?!

1) $3 \times 2 = 6$

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 8 & \mathbf{3} \\ \times & & 1 & 0 & \mathbf{2} \\ \hline & & & & \mathbf{6} \end{array}$$

2) $2 \times 8 = 16$

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & & 7 & \mathbf{8} & 3 \\ \times & & 1 & 0 & \mathbf{2} \\ \hline & & & \mathbf{6} & 6 \end{array}$$

3) $2 \times 7 + 1 = 15$

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & & \mathbf{7} & 8 & 3 \\ \times & & 1 & 0 & \mathbf{2} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{5} & 6 & 6 \end{array}$$

4) Quando multiplicamos 0 por qualquer um dos algarismos de cima, vamos ter sempre 0.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & \mathbf{8} & \mathbf{3} \\ \times & & 1 & \mathbf{0} & 2 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \end{array}$$

5) $1 \times 3 = 3$

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 8 & \mathbf{3} \\ \times & & \mathbf{1} & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & 0 & 0 & 0 & \\ & & \mathbf{3} & & \\ \hline \end{array}$$

6) $1 \times 8 = 8$

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & \mathbf{8} & 3 \\ \times & & \mathbf{1} & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & 0 & 0 & 0 & \\ & \mathbf{8} & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

7) $1 \times 7 = 7$

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 8 & 3 \\ \times & & \mathbf{1} & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & 0 & 0 & 0 & \\ \mathbf{7} & 8 & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

8) Agora somamos as linhas que obtivemos, coluna por coluna.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 7 & 8 & 3 \\
\times & & & 1 & 0 & 2 \\
\hline
 & & 1 & 5 & 6 & 6 \\
+ & & 0 & 0 & 0 & \\
 & 7 & 8 & 3 & & \\
\hline
 & \mathbf{7} & \mathbf{9} & \mathbf{8} & \mathbf{6} & \mathbf{6}
\end{array}$$

9) Pronto, terminamos a multiplicação! *Agora, onde colocamos a vírgula?* Olhando para as alternativas, já existe um bom indicativo onde ela está, no entanto, nem sempre teremos as alternativas para nos balizar.

Vamos olhar para os números $78{,}3$ e $10{,}2$. **Cada um tem uma casa decimal.** **O produto dos dois terá 2 casas decimais**. É como se ele tivesse pegado uma casa de cada um (rsrs). *Ahhh!! Quer dizer então que se fosse* $78{,}32$ e $10{,}21$*, o resultado teria quatro casas decimais*? Sim!!

Assim, sabendo que **o resultado deve ter duas casas decimais**, podemos devolver a vírgula que havíamos tirado!

$$78{,}3 \times 10{,}2 = 798{,}66$$

Gabarito: LETRA C.

Beleza, agora vamos ver algumas propriedades dessa operação tão importante! Na multiplicação, teremos aquelas quatro propriedades que vimos na adição e ainda duas a mais!

1) Propriedade do Elemento Neutro

Adianto para vocês que **o elemento neutro da multiplicação não é o zero**. Afinal, quando multiplicamos qualquer número por 0, o resultado será zero. O zero acaba tendo uma ação bem característica. Por sua vez, veja o que acontece quando multiplicamos um número x por 1.

$$x \cdot 1 = x$$
$$1 \cdot x = x$$

Veja que a multiplicação de um número x por 1, não acarreta mudanças. Terminamos com o número x. Logo, o **"1" é o nosso elemento neutro** da multiplicação.

2) Propriedade do Elemento Inverso

O elemento inverso é aquele que, ao multiplicarmos um número por ele, **resultará no 1**.

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{1}{x} \cdot x = 1$$

Observe que **o inverso multiplicativo de qualquer número x será sempre a fração de "$1/x$".**

3) Propriedade Associativa
A propriedade da associatividade garante que **podemos fazer uma sequência de multiplicações na ordem mais conveniente para nós**. Por exemplo, em uma multiplicação $2 \times 3 \times 5$, nós multiplicamos primeiro o 2 com o 3? ou o 3 com o 5? A resposta é: você escolhe. Veja:

$$2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$$
$$(2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

De uma forma **genérica**, representamos essa propriedade assim:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

4) Propriedade Comutativa
A comutatividade nos garante que **a ordem dos fatores não altera o produto**! Particularmente, lembro de ter ouvido bastante isso na escola (rsrs). De um modo geral, representamos esse fato assim:

$$a \times b = b \times a$$

5) Propriedade do Fechamento
Também falamos dessa propriedade na aula! Mas não demos esse nome explicitamente. Lembre-se que **a multiplicação de dois números racionais será sempre um racional** (o mesmo vale para os naturais e os inteiros). O único conjunto em que **a multiplicação não será "fechada" é o conjuntos dos irracionais**.

6) Propriedade Distributiva
É aqui que justificamos a famosa multiplicação "chuveirinho". Representamos assim:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

Ela será muito útil quando estivermos estudando **expressões algébricas**, último tópico dessa aula! O inverso dela é o que chamamos de colocar em "evidência". Observe.

$$\boldsymbol{a} \times b + \boldsymbol{a} \times c = \boldsymbol{a} \times (b + c)$$

Podemos colocar um número "em evidência", quando tivermos uma soma e/ou subtração de produtos e houver um ou mais termos em comum. Explico melhor, observe a expressão abaixo.

$$2 + 2x$$

Perceba que o número "2" é comum as duas parcelas da soma.

$$\mathbf{2} \cdot 1 + \mathbf{2} \cdot x$$

Por mais que o número "2" não esteja expressamente em um produto, podemos considerá-lo como "$2 \cdot 1$".

É possível colocá-lo em evidência e escrevendo-o apenas uma vez.

$$\mathbf{2} \cdot (1 + x)$$

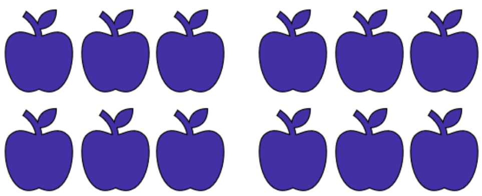
Observe que é justamente o inverso da multiplicação chuveirinho.

$$2 + 2x = 2 \cdot (1 + x)$$

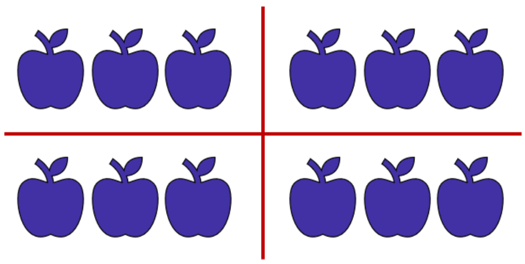
Não se preocupe! Voltaremos para aplicarmos essa propriedade em breve! No momento, vamos avançar um pouco mais no conteúdo!

Divisão

A grande maioria dos alunos tem algum problema com a divisão. Existem muitas regrinhas que podem dificultar a vida do concurseiro. Não se preocupe! Depois de hoje, garanto que não terá mais medo de enfrentar uma divisão. O primeiro passo nesse objetivo é ter uma **noção intuitiva do que significa dividir**. Imagine que você colheu 12 maçãs em sua fazenda.



Você resolve repartir, em quantidades iguais, as **12 maçãs para 4 amigos** que foram te visitar. *Quantas maçãs cada amigo levará pra casa?*



Observe que, para fornecer **a mesma quantidade para** os amigos, **cada um deverá ficar com 3 maçãs**. Assim, escrevemos $12 \div 4 = 3$. O **símbolo " $\div$ "** é o que usamos para representar a divisão. As frações são usadas com esse objetivo também, mas teremos uma aula especial só para elas. Portanto, não se preocupe agora.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Para resolver divisões, normalmente utilizamos um algoritmo específico. Podemos esquematizá-lo assim:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} R & Q \end{array}$$

- D: dividendo (é o número que será dividido);
- d: divisor (é o número que dividirá o dividendo);
- Q: quociente (é o resultado da divisão);
- R: resto (às vezes, não conseguimos dividir o número em partes inteiras iguais, forma-se, então, o "resto").

Existe uma expressão que relaciona essas quatro quantidades. É a **"Relação Fundamental da Divisão".**

$$D = Q \times d + R$$

ou

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

HORA DE PRATICAR!

(CM ORIZÂNIA - MG/2020) A imagem a seguir ilustra a representação correta de uma divisão.

$$\begin{array}{l|l} \text{ABC} & 13 \\ \cline{2-2} 5 & 8 \end{array}$$

De acordo com a representação, A, B e C são os algarismos do dividendo. Assim, o resultado da soma de A + B + C é:
A) 5.
B) 10.
C) 15.
D) 20.
E) 25.

Comentários:

Questão para aplicarmos o que acabamos de ver. Vamos identificar cada um dos números.

$$\begin{array}{rcl|lcl} \text{Dividendo} & \leftarrow & ABC & 13 & \rightarrow & \text{Divisor} \\ \cline{4-4} \text{Resto} & \leftarrow & 5 & 8 & \rightarrow & \text{Quociente} \end{array}$$

Usando a Relação Fundamental da Divisão:

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

$$ABC = 13 \times 8 + 5$$

$$ABC = 104 + 5$$

$$ABC = 109$$

Assim, somando os algarismos: $A + B + C = 1 + 0 + 9 = 10$.

Gabarito: LETRA B.

Agora, vamos resolver algumas divisões para pegar o jeito.

Exemplo 6) $635 \div 5$

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Ao contrário do que vínhamos fazendo anteriormente, na divisão, **começaremos do algarismo mais à esquerda, ou seja, pelo "6"**. Vamos nos fazer a pergunta: *que número devemos multiplicar o 5 de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 6 (sem ultrapassá-lo)?* **É o número 1**, pois $5 \times 1 = 5$.

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Colocamos o "1" no quociente e o "5" abaixo do 6. Após esse passo, **devemos efetuar a subtração dos elementos que estão na coluna**. No caso $6 - 5 = 1$. Agora, descemos o próximo algarismo.

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 13 & \end{array}$$

Como descemos um número, devemos nos perguntar novamente: *qual número devemos multiplicar o 5, de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 13 (sem ultrapassá-lo)?* **Ora, é o 2!** Veja que $5 \times 2 = 10$. Assim, ficamos com:

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 12 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Não podemos esquecer de fazer a subtração do resultado: $13 - 10 = 3$. Agora, vamos descer o "5".

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 12 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 35 & \end{array}$$

Qual número que devemos multiplicar o 5, que vai resultar no número mais próximo de 35 (sem ultrapassá-lo? **Ora, é o 7**, pois $5 \times 7 = 35$. O número pode ser igual, só não pode ser maior!!

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 127 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 35 & \\ -35 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Pronto, finalizamos nossa divisão. Veja que **o resto deu 0**. Nessas situações, dizemos que **a divisão é exata**. Já quando obtemos um **resto diferente de zero, temos uma divisão não exata**. Para finalizar, vamos fazer um exemplo com alguns detalhes diferentes.

Exemplo 6) $14563 \div 18$

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Observe que, quando olhamos para os dois algarismos mais à esquerda, temos apenas "14", que é menor do que "18". Nesses casos, podemos pegar mais um algarismo, ou seja, considerar "145". Vamos fazer a pergunta: *qual número devemos multiplicar 18, que resulta no número mais próximo possível de 145?* Ora, **é o número 8**, pois, $18 \times 8 = 144$. Assim,

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -144 & 8 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Uma vez que fizemos a subtração, podemos descer o "6".

$$
\begin{array}{r|l}
14563 & 18 \\ \cline{2-2}
-144 & 8 \\ \cline{1-1}
16 &
\end{array}
$$

Note que "16" é menor do que "18". **Temos que baixar o próximo número**. No entanto, para isso, **devemos que acrescentar um zero no quociente**.

$$
\begin{array}{r|l}
14563 & 18 \\ \cline{2-2}
-144 & 80 \\ \cline{1-1}
163 &
\end{array}
$$

Pronto. A pergunta da vez é: *que número multiplicamos o 18 que dará um resultado mais próximo de 163 (lembrando sempre que não pode ultrapassá-lo)?* **É o 9!** Veja que $18 \times 9 = 162$. Assim,

$$
\begin{array}{r|l}
14563 & 18 \\ \cline{2-2}
-144 & 809 \\ \cline{1-1}
163 & \\
-162 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}
$$

Terminamos a divisão! Note que **o resto foi diferente de zero**. É o caso de uma divisão não exata. **O quociente foi de 809**. Observe que:

$$14563 = 18 \times 809 + 1$$

> Pessoal, terminamos, por hoje, essa parte relativa à divisão. Dificilmente, uma questão vai pedir um cálculo "cru". Teremos que fazer divisões no meio de um problema. Temos uma lista bem grande ao final desse livro para você treinar. Agora, recomendo que você estique as pernas, tome uma água, coma algo. Faça um intervalo, pois vamos avançar no conteúdo.

Potenciação e Radiciação

Você já deve ter ouvido falar da **potenciação e da radiciação**. Na potenciação, temos números que estão elevados a um outro número, como $2^3, 2^{10}, 10^5$ e 3^7. Mas você sabe o que significa isso? Esse tipo de operação nada mais é do que **uma multiplicação escrita de uma forma simplificada**. Imagine que, por algum motivo, você se depare com a multiplicação $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Note que é uma notação extensa e tem o número 2 repetido 7 vezes.

Para evitar isso, **você pode condensar toda essa expressão em um único número: 2^7**. É um jeito melhor de representar, não concorda? Observe mais alguns exemplos.

- $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
- $2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$
- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Muitas vezes vocês irão encontrar o termo **exponenciação**, que pode ser utilizado no lugar de potenciação. Eles significam exatamente a mesma coisa! De modo geral, nós podemos representar uma potência da seguinte forma:

$$\underset{\text{Potência}}{b} = \underset{\text{Base}}{a}^{\overset{\text{Expoente}}{n}}$$

E a radiciação? Vocês lembram da famosa raiz quadrada? **Ela é um exemplo clássico dessa operação**. Mas o que significa tirar a raiz de um número? Nós sabemos, por exemplo, que $9^2 = 9 \times 9 = 81$. Quando queremos calcular $\sqrt{81}$, **estamos fazendo uma operação inversa da potenciação**. Você deve se perguntar: **qual número que multiplicado por ele mesmo dá 81? Ora, é o 9!** Logo, $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

Isso é válido se for uma raiz quadrada. No entanto, podemos ter raízes cúbicas, raízes quartas, etc. Acompanhe mais alguns exemplos.

- Para calcular $\sqrt[3]{8}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo três vezes dá 8? Ora, é o 2! Veja: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. Com isso, $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$;

- Para calcular $\sqrt[4]{10000}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo quatro vezes vai fornecer 10000? Veja: $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$. Logo, $\sqrt[4]{10000} = \sqrt[4]{10^4} = 10$.

Note que, nos nossos exemplos, os resultados foram números inteiros. Acontece que, nem sempre isso ocorrerá. Por exemplo, a raiz quadrada de 2: $\sqrt{2}$. **Qual número que multiplicado por ele mesmo fornece 2?** A resposta para essa pergunta é um número irracional: 1,41421356237309504880168872420969 ... Isso significa que:

$$1{,}142135623730950488016887242\ldots \times 1{,}142135623730950488016887242\ldots = 2$$

O processo de determinar raízes não é trivial! O quadro a seguir traz as principais potências e raízes que **você deve ter na ponta da língua**. Galera, anotem esses valores em um papel e durmam com ele. Ter esses valores decorados vai fazer com que economizem muito tempo durante a prova. Além disso, tenha a certeza que eles aparecerão!

Resultados Importantes	
Potências	**Raízes**
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$

Potências de 2
$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$
$2^{13} = 8192$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa corretamente o resultado da raiz quadrada $\sqrt{81}$.

A) 4

B) 7

C) 8

D) 9

Comentários:

Pessoal, **alguns quadrados nós devemos guardar na memória!** Lembre-se que $\mathbf{9^2 = 81}$, logo:

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$$

Gabarito: Letra D.

(PREF. STO AGOSTINHO/2019) Brincando com uma calculadora, Carlos digitou um número N qualquer e realizou, nesta ordem, as seguintes operações: elevou o número ao quadrado; multiplicou o resultado por 2; tirou a raiz quadrada do novo resultado; multiplicou o novo resultado por três; e, por fim, elevou este último valor ao cubo. Acerca do resultado final obtido por Carlos, assinale a alternativa correta.

A) $27\sqrt{2}\,N^2$

B) $54\sqrt{3}\,N^2$

C) $54\sqrt{2}\,N^3$

D) $81\sqrt{3}\,N^3$

Comentários:

Temos **o número N** e vamos realizar as operações na ordem em que foram ditas no enunciado.

Elevou o número ao quadrado: $\mathbf{N^2}$

Multiplicou o resultado por 2: $\mathbf{2N^2}$

Tirou a raiz quadrada do novo resultado: $\mathbf{\sqrt{2}\,N}$

Multiplicou o novo resultado por 3: $\mathbf{3\sqrt{2}\,N}$

Elevou esse último resultado ao cubo: $\mathbf{\left(3\sqrt{2}\,N\right)^3 = 27 \cdot 2\sqrt{2} \cdot N^3 = 54\sqrt{2}\,N^3}$

Gabarito: Letra C.

Propriedades da Potenciação

Agora que começamos a ter uma noção intuitiva do que é potenciação, é importante fazer algumas definições e mostrar algumas propriedades.

1) $\boldsymbol{a^0 = 1}$

2) $\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{n\ vezes}}$

Pessoal, lembre-se que qualquer número elevado a 0 é igual a 1! Isso é uma definição, não há demonstrações. *Quanto é* 2^0? É $\mathbf{1}$! *Quanto é* 1000^0? É $\mathbf{1}$! *Quanto é* 10000000000000^0? É $\mathbf{1}$! **Não importa quão grande o número seja, se ele está elevado a zero, então essa potência vale 1!** E as propriedades, quais são?

P1) Quando multiplicamos duas potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes**.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

$$3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$$

$$5^1 \cdot 5^{10} = 5^{1+10} = 5^{11}$$

P2) Quando dividimos duas potências de mesma base, **mantemos a base e subtraímos os expoentes**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\frac{2^2}{2^3} = 2^{2-3} = 2^{-1}$$

$$\frac{3^{10}}{3^5} = 3^{10-5} = 3^5$$

$$\frac{5^1}{5^{10}} = 5^{1-10} = 5^{-11}$$

P3) Quando calculamos uma potência de potência, **mantemos a base e multiplicamos os expoentes**.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$$

$$(3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}$$

$$(5^1)^{10} = 5^{1 \cdot 10} = 5^{10}$$

P4) Quando queremos elevar a determinado expoente uma multiplicação, **o expoente entra em cada um dos fatores**.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$(5 \cdot 7)^5 = 5^5 \cdot 7^5$$

$$(4 \cdot 8)^{10} = 4^{10} \cdot 8^{10}$$

P5) Quando queremos elevar a determinado expoente uma divisão, **o expoente entra no denominador e no numerador normalmente**.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{2^2}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^5 = \frac{7^5}{5^5}$$

Existem **duas pequenas consequências** do que vimos até aqui que vocês devem ter em mente:

- Ao elevar o número 0 a qualquer expoente, **o resultado será sempre zero**!

$$0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \ldots \cdot 0 \cdot 0}_{n\,vezes} = 0$$

- Ao elevar o número 1 a qualquer expoente, **o resultado será sempre um**!

$$1^n = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 \cdot 1}_{n\,vezes} = 1$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. GASPAR/2019) Assinale a propriedade INCORRETA sobre potenciação?

A) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

B) $a^0 = 0$

C) $(a \cdot b)^n = (a^n \cdot b^n)$

D) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Comentários:

Pessoal, lembrem-se que **qualquer número elevado a 0 é igual a 1!** Quando olhamos para a letra B percebemos de imediato o erro! **Não existe expoente que ao elevarmos uma base resulte no valor 0**. **Guarde isso**! Nas demais alternativas, temos algumas das propriedades que acabamos de ver.

Gabarito: Letra B.

(PREF. TREMEMBÉ/2019) Usando propriedades de potenciação, qual a solução da equação $\frac{(3^2)^3 \cdot 3^6}{3^7}$?

A) 243.

B) 2187.

C) 81.

D) Nenhuma das alternativas

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos lembrar das seguintes propriedades de potenciação:

P1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

P2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

P3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$\boldsymbol{E = \frac{(3^2)^3 \cdot 3^6}{3^7}} \quad \overset{P3}{\Longrightarrow} \quad \boldsymbol{E = \frac{3^6 \cdot 3^6}{3^7}} \quad \overset{P1}{\Longrightarrow}$$

$$\boldsymbol{E = \frac{3^{12}}{3^7}} \quad \overset{P2}{\Longrightarrow} \quad \boldsymbol{E = 3^5}$$

$$\boldsymbol{E = 243}$$

Gabarito: Letra A.

Para finalizarmos essa primeira parte, é importante fazermos mais algumas considerações. Até agora vimos **apenas potências com expoentes naturais**. O que acontece **se o expoente for <u>um número inteiro negativo</u>**? Lembre-se que a propriedade $P2$ diz o seguinte:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Vamos fazer $m = 0$?

$$\frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} \quad \Longrightarrow \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Perceba, então, que **quando tivermos expoentes negativos, basta invertemos a potência!** Acompanhe.

- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
- $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$
- $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$
- $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} = \left(\frac{10}{1}\right)^5 = 10^5 = 100.000$

Todas as propriedades que vimos continuam válidas, independentemente se o expoente é um número positivo ou negativo.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. QUARAÍ/2019) Todas as operações fundamentais possuem propriedades que facilitam o seu desenvolvimento e tornam o resultado mais confiável. Dentre todas as operações, a potenciação tem diversas propriedades que ajudam na resolução de suas operações. Sobre a resolução da operação $(2^3.2^2)^2$, assinale a alternativa correta.

A) Basta conservar a base e somar os expoentes.

B) Basta conservar os expoentes e somar as bases.

C) Deve-se conservar a base, multiplicar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, somar com o de fora.

D) Deve-se conservar a base, somar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, multiplicar o resultado pelo expoente de fora dos parênteses.

E) O resultado final, independentemente da forma de resolução, será 512.

Comentários:

Veja que temos que resolver a expressão $(2^3.2^2)^2$. Para isso, utilizaremos as seguintes propriedades:

$$\text{P1)} \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$\text{P3)} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Iniciamos com **a multiplicação dentro dos parênteses**. Sabemos que, na multiplicação de potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes** (P1). Logo,

$$(2^3.2^2)^2 = (2^{3+2})^2 = (2^5)^2$$

Agora temos **uma potência de potência**. Nesse caso, devemos multiplicar os expoentes (P3).

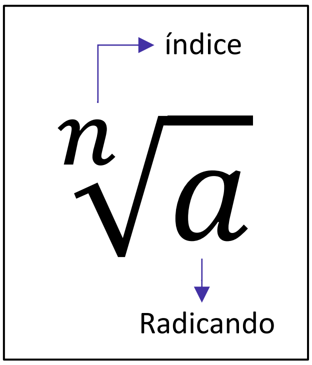
$$(2^5)^2 = 2^{10}$$

Esse raciocínio que seguimos é o que está descrito exatamente na alternativa D.

Gabarito: Letra D.

Propriedades da Radiciação

Antes de entrarmos nas propriedades da radiciação, é fundamental definirmos alguns elementos das raízes.



Note que **cada raiz possui dois elementos principais**: **o índice**, que vai dizer se estamos lidando com uma raiz quadrada, uma raiz cúbica, etc. e **o radicando** que é o número que está envolvido na operação em si. A raiz acima é lida da seguinte forma: **raiz enésima de a**.

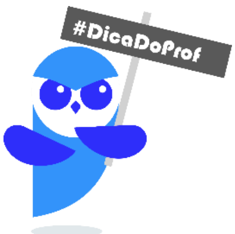
$P5)$ **Toda raiz pode ser escrita na forma de uma potência**, em que **o expoente é uma fração**.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Pessoal, essa é **a propriedade mais importante** em se tratando de raízes. Uma vez que a transformamos em uma potência, **todas as propriedades que vimos anteriormente também valem para ela**. Isso facilita muito a compreensão das próximas propriedades que veremos. Confira alguns exemplos.

- $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$
- $\sqrt[5]{7^3} = 7^{\frac{3}{5}}$
- $\sqrt[10]{13^3} = 13^{\frac{3}{10}}$

Existe uma frase que ajuda a **lembrar quem vira numerador e quem vira denominador** na conversão de uma raiz para a forma de uma potência.



Quem está por dentro, está por cima. Quem está por fora, está por baixo.

Quem está por dentro, está por cima.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Quem está por fora, está por baixo.

(PREF. QUARAÍ/2019) A linguagem matemática permite que se represente de várias maneiras o mesmo número. Assinale a alternativa que representa outra forma de escrever $\sqrt{3}$.

A) $\frac{1}{3}$

B) 3^{-1}

C) $3^{\frac{1}{2}}$

D) 3×1

E) 3

Comentários:

As raízes podem ser representadas na forma de **potências de expoentes fracionários**. Sua forma geral é:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Assim, podemos escrever que $\sqrt{3} = \sqrt[2]{3^1} = 3^{\frac{1}{2}}$.

Gabarito: Letra C.

$P6$) Na multiplicação de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e multiplicamos os radicandos**.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt[2]{100} \cdot \sqrt[2]{10} = \sqrt[2]{100 \cdot 10} = \sqrt[2]{1000}$

$P7)$ Na divisão de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e dividimos os radicandos**.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- $\frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \sqrt[3]{4}$
- $\frac{\sqrt[4]{100}}{\sqrt[4]{50}} = \sqrt[4]{\frac{100}{50}} = \sqrt[4]{2}$
- $\frac{\sqrt[26]{4096}}{\sqrt[26]{512}} = \sqrt[26]{\frac{4096}{512}} = \sqrt[26]{8}$

$P8)$ Na potência de raízes, **o expoente pode ser levado para o radicando**

.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

- $\left(\sqrt{3}\right)^5 = \sqrt{3^5} = \sqrt{243}$
- $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} = 5$
- $\left(\sqrt[5]{10}\right)^6 = \sqrt[5]{10^6} = \sqrt[5]{1000000}$

$P9)$ Quando precisamos tirar uma raiz de uma raiz, **mantemos o radical e multiplicamos os índices**.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$$

- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{2}} = \sqrt[3\cdot 2]{2} = \sqrt[6]{2}$
- $\sqrt[2]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[2\cdot 5]{5} = \sqrt[10]{5}$
- $\sqrt[7]{\sqrt[6]{9}} = \sqrt[7\cdot 6]{9} = \sqrt[42]{9}$

(Colégio Pedro II/2017) Uma pessoa, com uma calculadora, extraiu a raiz quarta de x e encontrou y. Em seguida, calculou a raiz quadrada de y e encontrou 10. O valor de x é

A) um milhão

B) dez milhões

C) cem milhões

D) um bilhão

Comentários:

Vamos realizar o passo a passo do enunciado.

1) Uma pessoa, com uma calculadora, **extraiu a raiz quarta de x e encontrou y**.

$$y = \sqrt[4]{x}$$

2) Calculou **a raiz quadrada de y e encontrou 10**.

$$\sqrt{y} = \sqrt{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[2\cdot 4]{x} = \sqrt[8]{x} = 10$$

Com isso, queremos o número que, **quando tiramos a raiz oitava dele, obtemos 10**. Ora, só pode ser 10^8.

$$\sqrt[8]{10^8} = 10$$

Se $x = 10^8$, então $x = 100.000.000$. Esse valor equivale a **cem milhões.**

Gabarito: Letra C.

Detalhes Importantes

Vamos fazer algumas observações sobre aspectos da matéria que os alunos confundem bastante. Observe.

- $(2+3)^2 = 5^2 = 25$
- $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

Note que $(2+3)^2 \neq 2^2 + 3^2$. O expoente não entra **em cada membro da soma individualmente**. Primeiro **resolva o que está dentro do parênteses e, em seguida, resolva a potenciação**. O mesmo raciocínio vale para a subtração. Já quando estamos lidando com raízes, um **erro comum** entre os alunos é esse:

- $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

Galera, **isso está muito errado**. Observe que:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots \qquad \sqrt{3} = 1{,}7320\ldots \qquad \sqrt{5} = 2{,}2360\ldots$$

Com isso, veja que $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1{,}4142\ldots + 1{,}7320\ldots = 3{,}1462\ldots \neq 2{,}2360\ldots$

Não podemos cometer esse tipo de erro. **Quando somamos duas raízes que possuem índices iguais mais radicandos diferentes, não temos o que fazer**. Devemos deixar do jeito que está. Então, da próxima vez, por exemplo, que você chegar ao resultado $\boldsymbol{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$**,** esse será o resultado. Não há mais o que fazer, **você representará sua resposta como uma soma de duas raízes e estará correto!**

Agora, você poderá somar duas raízes que são iguais.

- $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} = 4\sqrt[7]{10}$

Apesar de **entrarmos mais a fundo em frações somente na próxima aula**, vamos adiantar um conteúdo aqui para vocês: **a racionalização de denominadores**. Esse assunto pode gerar um pouco de ansiedade nos alunos, apesar de ser simples. Galera, *o que seria racionalizar um denominador?* É apenas **tirar a raiz da parte de baixo de uma fração**. Mas não é tirar de qualquer jeito! Devemos obter uma fração equivalente.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Observe que multiplicamos a fração $\frac{1}{\sqrt{2}}$ por $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, mas note que $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$. Então, no fim, você multiplicou sua fração por 1! **Quando multiplicamos por 1, não alteramos o resultado**. Logo,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Essa é a chamada **racionalização de denominadores** no seu caso mais simples. Acompanhe mais alguns racionalizações.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7} \qquad \frac{81}{\sqrt{27}} = \frac{81}{\sqrt{27}} \cdot \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{27}} = \frac{81\sqrt{27}}{27} = 3\sqrt{27}$$

A racionalização que fizemos acima é para quando o denominador for uma raiz quadrada. E quando não for?

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\cdot\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3\cdot 3^2}}=\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{\sqrt[3]{9}}{3}$$

Continue notando que $\mathbf{\sqrt[3]{3^2}/\sqrt[3]{3^2}=1}$. Ou seja, **continuamos multiplicando a nossa fração pelo número 1**. Veja que o radicando das raízes do numerador e denominador da fração equivalente a 1 possui o expoente 2. Isso acontece, pois, **precisamos obter o expoente 3 para cortar com o índice do radical e eliminar assim a raiz**! Acompanhe mais alguns exemplos para melhor entendimento.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}}=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\cdot\frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}}=\frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}}=\frac{\sqrt[4]{8}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt[10]{2}}=\frac{7}{\sqrt[10]{2}}\cdot\frac{\sqrt[10]{2^9}}{\sqrt[10]{2^9}}=\frac{7\sqrt[10]{2^9}}{\sqrt[10]{2^{10}}}=\frac{7\sqrt[10]{512}}{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt[5]{5}}=\frac{3}{\sqrt[5]{5}}\cdot\frac{\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^4}}=\frac{3\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^5}}=\frac{3\sqrt[5]{625}}{5}$$

$$\frac{10}{\sqrt[40]{7}}=\frac{10}{\sqrt[40]{7}}\cdot\frac{\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{39}}}=\frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{40}}}=\frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{7}$$

(PREF. PADRE BERNADO/2015) Aplicando-se as propriedades de racionalização para frações, temos o seguinte resultado para a fração abaixo:

$$\frac{7}{a^{\frac{2}{5}}}$$

A) $\dfrac{7a^{\frac{2}{5}}}{a}$

B) $\dfrac{7a^{\frac{3}{5}}}{a}$

C) $\dfrac{7a}{a^{\frac{2}{5}}}$

D) $\dfrac{7a}{a^{\frac{3}{5}}}$

Comentários:

Temos que lembrar duas coisas sobre as raízes: i) **potências na forma de frações podem ser escrito como raízes e vice-versa**; ii) **podemos racionalizar denominadores**. Veja que $\mathbf{a^{\frac{2}{5}}}$ **equivale a** $\mathbf{\sqrt[5]{a^2}}$**.** *Quem está por cima, está por dentro. Quem está por fora, está por baixo!* Sendo assim:

$$\frac{7}{a^{\frac{2}{5}}}=\frac{7}{\sqrt[5]{a^2}}$$

Podemos **racionalizar essa raiz no denominador**.

$$\frac{7}{\sqrt[5]{a^2}}=\frac{7}{\sqrt[5]{a^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^3}}=\frac{7\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^5}}=\frac{7\sqrt[5]{a^3}}{a}=\frac{7a^{\frac{3}{5}}}{a}$$

Gabarito: Letra B.

Situações-Problemas

Essa parte do nosso livro cobrirá **os principais tipos de problemas que envolvem os conteúdos vistos nessa aula**. Quero ressaltar que **a cobrança "mais crua" do conteúdo**, assim como está na teoria, não acontece com muita frequência. Normalmente, toda **essa matéria é requisitada de uma forma mais contextualizada**. No entanto, é de fundamental importância dominar essa parte mais técnica, pois só assim saberemos **interpretar corretamente os problemas** e **não erraremos as manipulações algébricas**.

HORA DE PRATICAR!

(SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é

A) 70.
B) 80.
C) 90.
D) 100.
E) 110.

Comentários:

Vamos por partes. O encontro foi organizado por 5 casais. Logo, temos aí **10 pessoas**.

Cada um desses 5 casais, teve 4 filhos. Com isso, temos **20 filhos ao todo**.

Cada um desses filhos, é casado. Assim, podemos contar mais **20 cônjuges**.

Por fim, cada um desses 20, tem 3 filhos. Portanto, são **60 filhos** (netos dos primeiros casais).

Agora, basta somarmos essas quantidades.

$$10 + 20 + 20 + 60 = \mathbf{110\ pessoas}$$

Gabarito: LETRA E.

(PC-AM/2022) Em um grupo de 64 policiais civis e militares, 24 são civis. Metade dos policiais militares é casada e há um total de 36 policiais solteiros. Nesse grupo, o número de policiais civis casados é igual a

A) 8.
B) 10.
C) 12.
D) 13.
E) 16.

Comentários:

Galera, temos 64 policiais. Se 24 deles são civis, então temos **40 militares**.

$$64 - 24 = 40$$

Se metade dos policiais militares é casado, então temos **20 militares casados** no grupo.

Como o total de solteiros desse grupo é 36, podemos concluir que, no total, temos **28 casados**.

$$64 - 36 = 28$$

Ora, já descobrimos que 20 militares são casados. Sendo assim**, a diferença de 8** é justamente a quantidade de **policiais civis** que são casados.

$$28 - 20 = 8$$

Gabarito: LETRA A.

Expressões Numéricas

De modo bem simplificado, **as expressões numéricas são contas prontas para serem resolvidas**. Observe um exemplo de questão com esse assunto.

EXEMPLIFICANDO

(SABESP) O resultado da expressão numérica $(2 - 3) \cdot (3 - 4) \cdot (4 - 5) \cdot (5 - 6)^2$ é igual a
A) 4
B) -3
C) -1
D) 3
E) 1

Antes de resolvermos a questão acima, é importante ter algumas ideias em mente. Existem **determinadas sequências** que devemos seguir quando estamos lidando com expressões numéricas. A primeira sequência surge a partir da pergunta: *o que resolver primeiro?*

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos o que está dentro **de parênteses** $(\quad)$;
- **Depois**, resolvemos o que está dentro **de colchetes** $[\quad]$;
- **Por fim**, resolvemos para o que está dentro **de chaves** $\{\quad\}$.

Então, a ordem é a seguinte: $(\ \ ) \ -> \ [\ \ ] \ -> \ \{\ \ \}$.

Pode ser que dentro do parênteses, do colchetes ou de chaves, **você se depare com mais de uma operação para resolver**. Logo, é preciso uma sequência para a resolução das operações também.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos as **potências ou raízes**;
- **Depois**, resolvemos as **multiplicações ou divisões**;
- **Por fim**, resolvemos as **adições ou subtrações**.

Vamos resolver a questão que mostramos a pouco.

Comentários:
O primeiro passo é sempre olhar para o que está **dentro do parênteses** e efetuar as operações do que está dentro dele. No nosso caso, temos **apenas subtrações, então é ela que faremos**. Além disso, vamos chamar toda nossa **expressão de E**.

$$E = (2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$$

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

Agora que resolvemos as operações dentro do parênteses e não há colchetes nem chaves, **vamos considerar toda a expressão**. Agora, primeiro resolvemos **as potências ou raízes**. Note que $(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.$ Nesse ponto da matéria **é importante aprendermos o "jogo de sinais".** Quando temos uma multiplicação ou divisão de dois números, devemos nos atentar aos sinais dos mesmos.

1) **Se os dois números forem positivos**, o resultado da multiplicação/divisão **também será positivo**.
2) **Se os dois números forem negativos**, o resultado da multiplicação/divisão **será positivo**.
3) **Se os números possuírem sinais trocados**, o resultado da multiplicação/divisão **será negativo**.

Podemos reunir essas informações em uma **tabela ilustrativa**.

	+	-
+	+	-
-	-	+

É por isso que $(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.$ É aquela famosa frase em ação: ***"menos com menos dá mais!"***. Então guarde: **A multiplicação/divisão de dois números negativos é um número positivo!!.**

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

$$E = (-1)\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{1}\cdot 1$$

$$E = (-1)\cdot 1$$

$$E = -1$$

Gabarito: Letra C

Pessoal, é muito importante que vocês executem as operações na ordem correta! Essas contas estão aparecendo com uma certa frequência nas últimas provas! Por isso, recomendo que resolva muitas questões sobre esse tema para que os cálculos fiquem cada vez mais naturais.

(SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $17 - 3 \times 4 + 1$ é

A) 2.
B) 6.
C) 17.
D) 57.
E) 70.

Comentários:

Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem <u>devida</u>**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 17 - 12 + 1$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 5 + 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E = 6}}$$

Gabarito: LETRA B.

(IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}$$

A) 1.
B) 1/7.
C) 11520.
D) 12800.
E) 25616.

Comentários:

O jeito mais direto de resolver o exercício é fazendo as contas mesmo! No entanto, podemos simplificar a expressão! Para isso, vamos primeiro **resolver a soma do denominador**.

$$E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14} \quad \rightarrow \quad E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{56}$$

Vamos escrever o "56" como "$14 \cdot 4$".

$$E = \frac{2 \times \cancel{4} \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times \cancel{14}}{\cancel{14} \cdot \cancel{4}}$$

Veja que simplificamos um pouco nossa vida.

$$E = 2 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E = 11520}$$

Gabarito: LETRA C.

(ELETROBRÁS/2016) A expressão numérica $(0{,}2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$ supera a expressão numérica $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0{,}2)^2$ em um número igual a

A) 30
B) 3/4
C) 16/9
D) 12

Comentários:

Temos o seguinte:

$$E_1 = (0{,}2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$$

$$E_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0{,}2)^2$$

Queremos saber **quanto E_1 é maior que E_2**. Para isso, devemos **calcular a diferença entre as duas**.

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$\Delta E = (0{,}2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3 - \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0{,}2)^2\right)$$

$$\Delta E = \cancel{(0{,}2)^2} + 3 \cdot (7-4) + \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - \cancel{101^3} - \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - 3 \cdot (4-11) + \cancel{101^3} - \cancel{(0{,}2)^2}$$

$$\Delta E = 3 \cdot (7-4) - 3 \cdot (4-11)$$

$$\Delta E = 3 \cdot 3 - 3 \cdot (-7)$$

$$\Delta E = 9 - (-21)$$

$$\Delta E = 9 + 21$$

$$\Delta E = 30$$

Gabarito: Letra A

Expressões Algébricas

Pessoal, enquanto nas expressões numéricas tínhamos apenas números, nas expressões algébricas teremos **números e letras**! Para visualizar melhor, confira alguns exemplos de expressões algébricas:

$$E_1 = 10mn^2p \qquad\qquad E_2 = ac^2 + b \qquad\qquad E_3 = bc + \frac{a}{2} + 3ad^2$$

Cada parcela de uma expressão algébrica é chamada de "**termo algébrico**". Em todo termo algébrico, temos uma **parte literal** e uma **parte numérica (coeficiente)**. Por exemplo:

$$10\underbrace{mn^2p}_{\text{Parte Literal}}$$

Coeficiente

Ademais, quando uma expressão algébrica possui um único termo algébrico, ela é chamada de monômio. Já quando possui dois termos, ela é chamada de binômio; se tem três termos, é um trinômio e, por fim, quando possui mais de três termos, vira um polinômio. Vamos resumir!

RESUMINDO

	Exemplos
Monômios	x^2, ab, $10mn^2p$, xy^2wz
Binômios	$x^2 + y^2$, $ab + c$, $dx + 10$
Trinômios	$x + y + z$, $x^2 - x + 1$, $y + zx + d^2$
Polinômios	$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 1$, $a + b - c + d - 1$

Professor, tô entendendo. Mas como esse assunto cai em prova?

Vamos lá! Quero trabalhar com vocês de forma bem objetiva, abordando os tipos de problema sobre o tema que mais caem em prova. Inicialmente, saiba que uma **cobrança bem comum** é o enunciado fornecer uma expressão algébrica e pedir para substituirmos as letras por números! *Vamos dar uma conferida?*

EXEMPLIFICANDO

(PREF. ARAPONGAS/2020) Dada a expressão algébrica:

$$2^x + 9x + \sqrt{169} + 2^{2x} + \sqrt[3]{27}$$

Qual será o valor dessa expressão algébrica para $x = 4$?
A) 1000
B) 500
C) 324
D) 100.
E) 75

Comentários:
Pessoal, nessas situações, basta realmente **fazer a substituição** e **resolver os cálculos**.

$$E = 2^4 + 9 \cdot 4 + \sqrt{169} + 2^{2 \cdot 4} + \sqrt[3]{27}$$

$$E = 16 + 36 + 13 + 256 + 3$$

$$\boldsymbol{E = 324}$$

Veja que começamos com uma expressão algébrica e caímos em uma expressão numérica!

Gabarito: LETRA C.

Beleza, professor, entendi! E o que mais?

Nesse contexto de cálculo algébrico, é importante que você saiba que quando temos binômios, trinômios ou polinômios, isto é, **expressões algébricas com mais de dois termos**, vamos conseguir somar ou subtrair apenas aqueles termos que são semelhantes.

TOME NOTA!

Termos algébricos semelhantes são aqueles termos que possuem a mesma parte literal.

São exemplos de termos semelhantes:

- "$5x$" e "$3x$"
- "abc" e "$-10abc$"
- "x^2y" e "$4x^2y$"
- "x^3y^2" e "$-50x^3y^2$"

Não são termos semelhantes:

- "ab" e "cb"
- "x^2y" e "xy"
- "x^3" e "y^3"
- "x^3" e "x^2"

Por exemplo, considere a seguinte expressão algébrica:

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

Nós conseguimos simplificá-la, ao **identificar os termos semelhantes**. Por exemplo, veja que temos dois termos "ab" que são semelhantes, logo, conseguimos somá-los.

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

$$E = \mathbf{2ab} + 3xy + 4xy + 5abc$$

Além disso, temos que "3xy" é semelhante com "4xy". Também podemos somá-los.

$$E = 2ab + 3xy + 4xy + 5abc$$

$$E = 2ab + \mathbf{7xy} + 5abc$$

Pronto pessoal, conseguimos dar uma simplificada na nossa expressão! Para isso, usamos **apenas operações com termos semelhantes!** No entanto, conseguimos dar ainda mais uma "arrumada" na expressão, colocando o termo "ab" em evidência. Observe!

$$E = 2ab + 7xy + 5abc$$

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Note que "2ab" e "5abc" não são termos semelhantes, pois **não possuem a mesma parte literal**! Assim, não podemos somá-los. No entanto, são termos bem parecidos, pois "ab" está presente nos dois.

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Colocar em evidência significa fazer o caminho inverso da propriedade distributiva.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy$$

Observe que quando fazemos o "**chuveirinho**", vamos obter exatamente a expressão que tínhamos antes de colocar o "ab" em evidência.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy \qquad \rightarrow \qquad E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Explicado isso, gostaria que vocês fizessem a questão abaixo!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ESTÂNCIA VELHA/2020 - adaptada) Assinale a alternativa que apresenta a forma agrupada e reduzida da seguinte expressão algébrica:

$$3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

A) $ab(-9x - 10x + 4x)$
B) $x(-9a - 10b + 4)$
C) $b(-9a - 10x + 4x)$
D) $ax(-9 - 10b + 4)$

Comentários:
O primeiro passo é identificar os termos semelhantes!

- "3ax" é semelhante com "-12ax"

$$E = 3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

$$E = \mathbf{-9ax} + 5bx - 15bx + 4x$$

- Agora, note que "5bx" e "-15bx" são semelhantes também.

$$E = -9ax + 5bx - 15bx + 4x$$

$$E = -9ax \mathbf{- 10bx} + 4x$$

- Por fim, note que "x" **está presente** em todos os termos algébricos. Logo, podemos colocá-lo **em evidência**.

$$E = x \cdot (-9a - 10b + 4)$$

Gabarito: LETRA B.

Produtos Notáveis

Agora, quero mostrar para vocês mais um recurso que usamos para simplificar expressões algébricas! São os famosos "Produtos Notáveis"! Pessoal, esse tópico é muito importante. Conhecer bem os produtos notáveis vai te ajudar em muitos outros tópicos que estudamos aqui na matemática! Por isso, não dá para estudar esse tópico de qualquer jeito! Se estiver cansado, dê uma descansada! Estique as pernas, beba uma água e/ou um café e vamos nessa!

Para começar, já vou apresentar os principais produtos notáveis e depois detalharemos um por um!

Produtos Notáveis	
Quadrado da Soma	$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
Quadrado da Diferença	$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
Produto da Soma pela Diferença	$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
Cubo da Soma	$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
Cubo da Diferença	$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Para chegarmos nesses resultados, devemos usar a propriedade distributiva da multiplicação. É claro que sempre podemos fazer na hora da prova, mas, esses resultados aparecem tanto, que saber de antemão vai nos poupar muito tempo!

- Quadrado da Soma

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

- Quadrado da Diferença

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

- Produto da Soma pela Diferença

$$(x-y)(x+y) = x^2 + xy - yx - y^2 = x^2 - y^2$$

- Cubo da Soma

$$(x+y)^3 \quad = \quad (x+y)(x+y)^2 \quad = \quad (x+y)(x^2+2xy+y^2)$$

$$= \quad x^3+2x^2y+xy^2+yx^2+2xy^2+y^3 \quad = \quad x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$

- Cubo da Diferença

$$(x-y)^3 \quad = \quad (x-y)(x-y)^2 \quad = \quad (x-y)(x^2-2xy+y^2)$$

$$= \quad x^3-2x^2y+xy^2-yx^2+2xy^2-y^3 \quad = \quad x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$$

Vamos resolver uma questão para entender como isso pode cair na nossa prova!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ITAJÁI/2021) Desenvolvendo o produto notável $(x^3+x)^2$ temos:
A) x^6+x^2
B) $x^6+2x^4+x^2$
C) x^6+2x^2+1
D) x^6+x^2+1

Comentários:
Opa! Aqui temos o quadrado da soma! Na nossa teoria, vimos que:

$$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$$

Para nos adaptarmos a questão, é só substituirmos, pessoal!

Onde tiver "x" na equação acima, vamos colocar "x^3" e, onde tiver "y", colocamos o "x".

$$(x^3+x)^2 = (x^3)^2+2(x^3)(x)+x^2$$

$$(x^3+x)^2 = x^6+2x^4+x^2$$

Gabarito: LETRA B.

No contexto do Cálculo Algébrico, muitas vezes vamos ter que fazer também a "volta".

Como assim professor?

Explico melhor! Quando a questão traz $(a+b)^2$, você identifica o **produto notável** e lembra que o resultado é $a^2+2ab+b^2$. Agora, saber/fazer a "volta" é perceber que $a^2+2ab+b^2$ é igual a $(a+b)^2$ **e usar esse resultado para simplificar as expressões**! Nada melhor que uma questão para exemplificarmos.

EXEMPLIFICANDO

(IPREV-SANTOS/2022) Simplificando a expressão

$$\frac{3ax+6ay+bx+2by}{b^2+6ab+9a^2}$$

com $b^2+6ab+9a^2 \neq 0$, obtém-se

A) $\frac{x+2y}{b+3a}$

B) $\frac{2x+y}{3b+a}$

C) $\frac{3x+y}{2b+a}$

D) $\frac{x+3y}{b+2a}$

Comentários:

Observe que, em um primeiro momento, **não é trivial** identificarmos o produto notável. Mas, se olharmos atentamente para o denominador, vamos encontrá-lo!

$$b^2+6ab+9a^2 \quad = \quad b^2+2\cdot b\cdot(3a)+(3a)^2 \quad = \quad (b+3a)^2$$

Observe que conseguimos escrever o denominador como um **quadrado da soma**!

Agora, vamos dar uma olhada no numerador.

$$3ac+6ay+bc+2by$$

Note que temos "3a" presente em dois termos e "b" presente em mais dois termos. Vamos colocá-los em evidência.

$$3a(c+2y)+b(c+2y)$$

Opa! (c+2y) é comum aos dois termos. Podemos colocá-lo em evidência também.

$$(c+2y)(b+3a)$$

Isso que acabamos de fazer é chamado de **fatoração**!

Nós transformamos a expressão $3ac + 6ay + bc + 2by$ em um **produto de fatores**: $(c + 2y)(b + 3a)$.

A fatoração é uma outra forma que temos para **simplificar expressões algébricas**.

Vamos usar os resultados que obtivemos para reescrever a expressão do enunciado.

$$E = \frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

$$E = \frac{(c + 2y)(b + 3a)}{(b + 3a)^2}$$

Temos $(b + 3a)$ no numerador e no denominador, podemos **cortá-los**!

$$E = \frac{c + 2y}{b + 3a}$$

Como no denominador **o expoente era "2"**, quando fizemos o corte, ainda sobra "1"! *Tudo certo?*

Gabarito: LETRA A.

Pessoal, para finalizar essa parte, vamos dar uma olhada em mais alguns produtos notáveis.

Produtos Notáveis II	
Quadrado da Soma de Três Termos	$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot (xy + yz + xz)$
Produto de Warring I	$(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$
Produto de Warring II	$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$

Professor, e isso cai??

Cai sim! A seguir, faremos exemplos com cada um dos produtos acima e você verá! Minha recomendação é que você faça seu próprio resumo, reunindo todos os produtos notáveis que vimos nessa aula. Volte sempre nele e, claro, faça muitos exercícios!

EXEMPLIFICANDO

(SAD-PE) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:

A) 0.
B)1.
C) abc.
D) $ab + bc + ac$
E) $a^2b + b^2c + c^2a$

Comentários:
Temos a seguinte expressão algébrica:

$$E = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Lembre-se que na teoria vimos que:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (ab + bc + ca)$$

Podemos usar esse resultado diretamente em "E":

$$E = \frac{(a^2+b^2+c^2) + 2 \cdot (ab+bc+ca) - (a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Assim, ficamos com:

$$E = \frac{2 \cdot (ab+bc+ca)}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{E = ab + bc + ca}$$

Gabarito: LETRA D.

(PREF. FORTALEZA/2017) Sabendo que $a \neq b$, uma expressão que simplifica $\frac{a^3-b^3}{a-b}$ é:

A) $a^2 + ab + b^2$
B) $a^2 - ab + b^2$
C) $a^2 + b^2$
D) $a^2 - b^2$

Comentários:
De cara, quando você visualizar o $a^3 - b^3$ você pode associar ao Produto de Warring II. Com isso,

$$E = \frac{a^3 - b^3}{a - b} \quad \rightarrow \quad E = \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)}$$

Note que, ao escrever $a^3 - b^3$ na forma de **um produto de dois fatores**, conseguimos **cortar** o $(a - b)$ que está presente tanto no numerador quanto no denominador. Com isso, ficamos assim:

$$E = \frac{\cancel{(a-b)}(a^2+ab+b^2)}{\cancel{(a-b)}}$$

$$E = a^2 + ab + b^2$$

Gabarito: LETRA A.

▪

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

Potenciação e Radiciação

1. (CESPE/SEDF/2017) A respeito de números reais e números complexos, julgue o item subsecutivo. Se r for um número real positivo, então $\sqrt[3]{r} < \sqrt{r}$.

Comentários:

Quando estamos lidando com potências de números reais, **devemos nos atentar a generalizações** como a presente nesse enunciado. **Potências e raízes se comportam de maneiras diferentes** e **dependem do número que está na base ou no radicando**. Por exemplo, potências de números **maiores do que um** produzem resultados **maiores que a base**.

$$2^2 = 4 \quad (4 > 2)$$

Quando a base é um número menor do que um, o resultado é contrário.

$$0{,}1^2 = 0{,}01 \quad (0{,}01 < 0{,}1)$$

O raciocínio para as raízes é o inverso do que vimos até agora. Por exemplo, quando tirando a raiz quadrada de um número maior do que um, **nosso resultado será menor do que o radicando**.

$$\sqrt{2} = 1{,}41 \ldots (1{,}41 < 2)$$

Quando queremos a raiz cúbica, o resultado é menor ainda.

$$\sqrt[3]{2} = 1{,}25 \ldots (1{,}25 < 2)$$

Nessa situação, temos que $\sqrt[3]{2} < \sqrt{2}$, conforme o enunciado fala. No entanto, **quando o radicando é menor que um, há uma inversão**.

$$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8 \qquad (0{,}8 > 0{,}64)$$

Quando **tiramos a raiz de um número menor do que um**, **o resultado é maior do que o radicando!** Se é uma raiz cúbica, o número é maior ainda.

$$\sqrt[3]{0{,}64} = 0{,}86 \ldots (0{,}86 > 0{,}64)$$

Nessa situação, temos que $\sqrt[3]{r} > \sqrt{r}$. Portanto, o item está incorreto.

Gabarito: ERRADO.

2. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir: Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0,8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

Comentários:

Como ***M* é um número positivo**, podemos dizer que $M = \sqrt{0{,}8}$. Sabemos que **raízes de números menores do que um produzem resultados maiores do que o radicando**. Por exemplo, lembre-se:

$$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8 \qquad (0{,}8 > 0{,}64)$$

$$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \qquad (0{,}5 > 0{,}25)$$

Nesse raciocínio, M, que é a **raiz quadrada positiva de 0,8**, **é maior do que 0,8** e não menor.

Gabarito: ERRADO.

Texto para as próximas questões

Determinado jogo consiste em explorar o fato de que todo número natural não nulo pode ser escrito como a soma de potências de base 2, distintas, com expoentes inteiros (por exemplo: $14 = 2 + 4 + 8 = 2 + 2^2 + 2^3$; $17 = 1 + 17 = 2^0 + 2^4$). No jogo entre os jogadores A e B, B indica expoentes e A aponta qual é o número natural correspondente. A respeito desse jogo e do fato mencionado, julgue o item seguinte.

3. (CESPE/TJ-RR/2012) Se o jogador A apontar corretamente que o número correspondente é um número par, então entre os expoentes indicados por B não estará o número 1.

Comentários:

O item está **incorreto**. Para provar isso, **é suficiente encontrarmos um contraexemplo**.

$$\mathbf{14 = 2 + 4 + 8 = 2^1 + 2^2 + 2^3.}$$

Você concorda comigo que **14 é um número par** e que, mesmo assim, **ainda temos o expoente 1**? Logo, não procede a informação que entre os expoentes indicados por B **não estará o número 1**.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/TJ-RR/2012) Suponha que A tenha acertado ao apontar que o número correspondente é o 37. Então, nesse caso, B indicou os números 0, 2 e 5.

Comentários:

Seja n o número que estamos procurando. Se os expoentes são 0, 2 e 5, então

$$n = 2^0 + 2^2 + 2^5$$

$$n = 1 + 4 + 32$$

$$n = 37$$

Gabarito: CERTO.

5. (CESPE/TJ-RR/2012) Se B indicar os expoentes 1, 2, 5 e 6, então A acertará se apontar um número menor que 100.

Comentários:
Seja n o número que estamos procurando. Se os expoentes são 0, 2 e 5, então

$$n = 2^1 + 2^2 + 2^5 + 2^6$$

$$n = 2 + 4 + 32 + 64$$

$$n = 102$$

Os expoentes indicados por B **resultam no número 102**. Se A falar um número menor que 100, **ele errará**.

Gabarito: ERRADO.

6. (CESPE/PRF/2012)

Criança A				
Idade (anos completados)	0	1	2	3
Peso (em kg)	3,3	10,1	13,0	15,5
Estatura (em cm)	50	70	86	98

Criança B				
Idade (anos completados)	0	1	2	3
Peso (em kg)	3,9	10,6	13,4	*

Considerando as tabelas acima, que apresentam, respectivamente, o peso e a estatura da criança A, desde o nascimento (0 ano) até o 3º ano de vida, bem como o peso da criança B, desde o nascimento até o 2º ano de vida, julgue o item a seguir.

Sabendo-se que o índice de massa corporal de um indivíduo corresponde ao quociente entre o peso, em quilogramas, e o quadrado da altura, em metros, é correto afirmar que, se o índice de massa corporal da criança B ao nascer era de $15,6\ kg/m^2$, então, ela nasceu com mais de 52 cm de altura.

Comentários:
De acordo com o enunciado, **o índice de massa corporal (IMC)** é dado pela relação:

$$IMC = \frac{PESO}{ALTURA^2}$$

Assim quando nasce, **a criança B possui $3,9$ kg**.

Criança B				
Idade (anos completados)	**0**	**1**	**2**	**3**
Peso (em kg)	**3,9**	**10,6**	**13,4**	*****

O IMC dessa criança é de $15,6\ kg/m^2$. Podemos utilizar a fórmula **para obter a sua altura**.

$$15,6 = \frac{3,9}{ALTURA^2} \quad \Longrightarrow \quad ALTURA^2 = \frac{3,9}{15,6} \quad \Longrightarrow \quad ALTURA = \sqrt{\frac{3,9}{15,6}}$$

$$ALTURA = \sqrt{0,25} \quad \Longrightarrow \quad ALTURA = 0,5\ m$$

Logo, **a altura que a criança nasceu foi $0,5$ metros (<u>50 centímetros</u>)**. O item diz que a criança nasceu **com mais de 52 cm de altura**, o que, como percebemos, **<u>está errado</u>**.

Gabarito: ERRADO.

7. (CESPE/FINEP/2009) Uma árvore cuja altura é igual a $8^{\frac{2}{3}}$ m mede
A) menos de 3 m de altura.
B) mais de 3 m e menos de 5 m de altura.
C) mais de 5 m e menos de 7 m de altura.
D) mais de 7 m e menos de 9 m de altura.
E) mais de 9 m de altura.

Comentários:
Lembre-se que $8 = 2^3$!

$$\mathbf{8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}} = 2^2 = 4}$$

Logo, o número $8^{\frac{2}{3}}$ é apenas um jeito mais complicado de falar o número 4! O 4 está entre o 3 e o 5.

Gabarito: Letra B.

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

Problemas

1. (CESPE/PREF. DOS COQUEIROS/2020) Carlos cumpre a seguinte jornada de trabalho semanal:

- **segundas, quartas e sextas — das 8 horas às 12 horas e das 14 horas às 18 horas;**
- **terças e quintas — das 15 horas às 19 horas;**
- **sábados — das 8 horas às 14 horas.**

Com base nessas informações, é correto afirmar que, semanalmente, Carlos trabalha
A) 24 horas.
B) 32 horas.
C) 38 horas.
D) 40 horas.
E) 44 horas.

Comentários:
Existem questões que cobram as **operações básicas de uma forma mais contextualizada**. Perceba que, nesse exercício, devemos apenas contabilizar as horas trabalhadas por dia e **somá-las**. Durante três dias (segunda, quarta e sexta), Carlos trabalha 4 horas pela manhã (de 8:00 às 12:00) e quatro horas pela tarde (14:00 às 18:00). Logo, nesses dias, ele cumpre $4+4=$ **8 horas diárias**.

Nas terças e quintas, ele trabalha apenas **4 horas à tarde** (15:00 às 19:00). Por fim, no sábado, trabalha **6 horas corridas** (08:00 às 14:00). Seja HT a quantidade de horas trabalhadas na semana, então:

$$HT = 3 \times 8 + 2 \times 4 + 6$$

$$HT = 24 + 8 + 6$$

$$HT = 38$$

Gabarito: Letra C.

2. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ n_j indicar a quantidade de municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então n_1 será igual a:
A) 2.
B) 18.
C) 134.
D) 178.

E) 182.

Comentários:
n_j indica **a quantidade de municípios** cearenses que celebraram, **PELO MENOS**, j **convênios**. Quando o examinador pergunta o valor de n_1, então ele quer saber **quantos munícipios celebraram pelo menos 1 convênio**.

Ele disse que **4 celebraram 1 convênio** (vai pra conta), **22 celebraram 2 convênios** (vai pra conta) e **156 munícipios celebraram três ou mais**. Ora, veja que **todos esses munícipios celebraram pelo menos um** convênio, então devemos somar todos eles.

$$S = 4 + 22 + 156$$

$$S = 182$$

Gabarito: Letra E.

3. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Ao organizar uma prova de concurso público com 24 questões, uma instituição estabeleceu o seguinte critério de correção:

- **o candidato receberá 4 pontos por cada resposta correta (ou seja, em concordância com o gabarito oficial);**
- **o candidato perderá 1 ponto por cada resposta errada;**
- **o candidato não ganhará nem perderá pontos por questões deixadas por ele em branco (ou seja, sem resposta) ou por questões anuladas.**

Nessa situação hipotética, a quantidade máxima de respostas corretas que podem ser dadas por um candidato que obtiver 52 pontos na prova é igual a
A) 14
B) 15
C) 16
D) 17
E) 18

Comentários:
Vamos chamar **a quantidade de acertos de c**, **a quantidade de questões erradas de e** e **a quantidade de questões deixadas em branco ou anuladas de b**. Se temos 24 questões, o somatório dessas quantidades deve ser o total de questões da prova. Logo,

$$c + e + a = 24$$

Além disso, foi dito que **o candidato obteve 52 pontos na prova**. Ora, o enunciado falou que **cada acerto vale 4 pontos, se ele acertou c questões, então pontuou $4c$ pontos**. Só que o candidato pode ter errado questões. **Cada questão errada tira um ponto dele!** Se ele errou e questões, então a quantidade de pontos que vai descontada dele vale e. Como **questão anuladas ou em branco não valem pontos**, a pontuação do candidato é assim formada:

$$4c - e = 52$$

Somando as duas equações acima **membro a membro**, obtemos a seguinte expressão:

$$5c + a = 76$$

A questão pergunta **a quantidade máxima de acertos c que o candidato pode ter feito**. Vamos isolar o c na expressão acima.

$$c = \frac{76 - a}{5}$$

Observe que **para c ser máximo, a tem que ser mínimo**. O primeiro valor que podemos imaginar é $a = 0$, ou seja, que não houveram questões anuladas ou deixadas em branco. Mas, se isso for verdade, c vale:

$$c = \frac{76 - 0}{5} = \frac{76}{5} = 15{,}2$$

Note que obtivemos $c = 15{,}2$. Ora, **isso não pode acontecer**, c deve ser um número inteiro pois **é a quantidade de questões acertadas na prova**. Você não pode acertar **$0{,}2$ de uma questão objetiva**. Logo, devemos procurar **o próximo valor mínimo de a**. Nesse caso, devemos tentar com $a = 1$.

$$c = \frac{76 - 1}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

Opa, agora sim temos um valor inteiro para a quantidade de questões acertadas! É um número válido e, portanto, **reflete a quantidade máxima de questões** que o candidato pode acertar.

Gabarito: Letra B.

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Uma repartição com 6 auditores fiscais responsabilizou-se por fiscalizar 18 empresas. Cada empresa foi fiscalizada por exatamente 4 auditores, e cada auditor fiscalizou exatamente a mesma quantidade de empresas. Nessa situação, cada auditor fiscalizou

A) 8 empresas.
B) 10 empresas.
C) 12 empresas.
D) 14 empresas.
E) 16 empresas.

Comentários:

São **18 empresas** e cada empresa é fiscalizada por **4 auditores**. Quantas fiscalizações ocorrerão?

$$18 \times 4 = 72$$

Perceba que serão necessárias **72 fiscalizações para dividir entre os 6 auditores**.

$$\frac{72}{6} = 12$$

Cada auditor realizará **12 fiscalizações**, em que cada fiscalização ocorre em empresas diferentes.

Gabarito: Letra C.

5. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) No ato de pagamento por um produto, um cliente entregou ao caixa uma nota de R$ 50. Informado de que o dinheiro entregue não era suficiente, o cliente entregou mais uma nota de R$ 50 e recebeu do caixa R$ 27 de troco. O cliente reclamou que ainda faltavam R$ 9 de troco e foi imediatamente atendido pelo caixa. Nessa situação hipotética, o valor da compra foi

A) R$ 52.
B) R$ 53.
C) R$ 57.
D) R$ 63.
E) R$ 64.

Comentários:

O cliente entregou $R\$\ 50{,}00\ +\ R\$\ 50{,}00\ =\ \boldsymbol{R\$\ 100{,}00}$ para o caixa. O atendente, apesar de inicialmente ter errado o troco, devolveu $R\$\ 27{,}00\ +\ R\$\ 9{,}00\ =\ \boldsymbol{R\$\ 36{,}00}$. O valor da compra foi:

$$R\$\ 100{,}00 - R\$\ 36{,}00 = R\$\ 64{,}00$$

Gabarito: Letra E.

6. (CESPE/ABIN/2018)

	Evolução da Quantidade de Docentes por Etapa de Ensino Brasil 2013 - 2017			
Ano	**Educação Infantil**	**Anos Iniciais do Ensino Fundamental**	**Anos Finais do Ensino Fundamental**	**Ensino Médio**
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502.445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
Soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue o item a seguir. A menor diferença entre as quantidades de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e do ensino médio ocorreu em 2014.

Comentários:
Para resolver essa questão, devemos fazer algumas subtrações. Podemos facilitar nossa vida **e construir um tabela** apenas com os valores que queremos analisar.

Ano	Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Ensino Médio	Diferença
2013	750.366	507.617	$750.366 - 507.617 = 242.749$
2014	757.950	522.426	$757.950 - 522.426 = 235.524$
2015	758.840	522.826	$758.840 - 522.826 = 236.014$
2016	763.927	519.883	$763.927 - 519.883 = 244.044$
2017	761.737	509.814	$761.737 - 509.814 = 251.293$

Observe que o ano de **2014 possui a menor diferença** entre o número de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e do ensino. Portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

7. (CESPE/PF/2018) Em uma operação de busca e apreensão na residência de um suspeito de tráfico de drogas, foram encontrados R$ 5.555 em notas de R$ 2, de R$ 5 e de R$ 20. A respeito dessa situação, julgue o item seguinte: a menor quantidade de notas em moeda corrente brasileira pelas quais o montante apreendido poderia ser trocado é superior a 60.

Comentários:
Na época da prova ainda **não existia a nota de R$ 200**. Por isso, vamos considerar que a nota de maior valor em circulação **seja a nota de R$ 100**. Como a questão quer trocar o valor de R$ 5.555 **usando a menor quantidade de notas**, devemos **usar o maior número de notas de R$ 100 possível**. Com 55 notas de R$ 100, ficamos com R$ 5.500. Falta 55 reais. Devemos pegar uma de R$ 50 e mais uma de R$ 5. Logo, são 55 notas de R$ 100, 1 nota de R$ 50 e 1 nota de R$ 5.

$$n = 55 + 1 + 1$$

$$n = 57$$

O item diz que a quantidade de notas para fazer essa **troca é superior a 60, o que não é verdade**. Vimos que **são necessárias 57 notas**.

Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/PF/2014) Um batalhão é composto por 20 policiais: 12 do sexo masculino e 8 do sexo feminino. A região atendida pelo batalhão é composta por 10 quadras e, em cada dia da semana, uma dupla de policiais policia cada uma das quadras. Com referência a essa situação, julgue o item subsequente: se, dos 20 policiais do batalhão, 15 tiverem, no mínimo, 10 anos de serviço, e 13 tiverem, no máximo, 20 anos de serviço, então mais de 6 policiais terão menos de 10 anos de serviço.

Comentários:
São 20 policiais. A questão informa que **15 possuem no mínimo 10 anos de serviço**. Logo, sobram $\mathbf{20 - 15 = 5}$ **policiais que terão menos de 10 anos de serviço**. O item afirma que são 6 policiais nessa situação, por isso, encontra-se errada.

Gabarito: ERRADO.

9. (CESPE/SEGER-ES/2013) Com a finalidade de conquistar novos clientes, uma empresa de turismo oferece gratuitamente um pacote de serviços que dá direito a até sete dias de estadia em hotéis de sua rede conveniada, sendo necessário pagar somente uma taxa fixa — mas que pode variar de um hotel para outro — de uso por dia e por pessoa. Caso o cliente deseje, poderá adquirir, por R$ 3.600,00, um título de sócio que lhe dará direito a sessenta diárias por ano em qualquer hotel da rede. Se um cliente, ao usufruir do pacote de serviços, pagou, para ele e para sua esposa, a quantia de R$ 300,00 de taxa de uso, por três dias de estadia em um hotel da rede, então, para passar os quatro dias restantes com a esposa e com dois filhos no mesmo hotel, o cliente pagará
A) R$ 800,00.
B) R$ 900,00.
C) R$ 1.200,00.
D) R$ 400,00.
E) R$ 600,00.

Comentários:
O cliente e sua esposa gastaram $\boldsymbol{R\$\,300,00}$ **para passar três** dias no hotel. Logo, **a diária é de R$ 100,00**. Nos primeiros três dias **só havia o casal, então ele gastou R$ 50,00 por dia e** **<u>por pessoa</u>**. Se ele quer passar mais **quatro dias com quatro pessoas** (o casal + dois filhos), então a diária custará $50 \times 4 = R\$\,200$. Como ele deseja passar mais quatro dias: $\boldsymbol{R\$\,200 \times 4 = R\$\,800,00}$.

Gabarito: Letra A.

10. (CESPE/TRT-10/2013) Em um jogo para dois jogadores constituído por uma pilha de 1.000 palitos, cada jogador retira da pilha, alternadamente e sem reposição, uma quantidade de palitos, a qual pode consistir em 1 palito, 2 palitos, 3 palitos, 4 palitos ou 5 palitos. Nesse jogo, ganha o jogador que retirar o último palito da pilha. Acerca do jogo acima descrito, julgue o item que se segue: do início ao término do jogo, é possível que algum dos jogadores faça menos de 100 retiradas de palitos.

Comentários:
Para algum jogador **fazer a menor quantidade de retiradas possível**, eles devem sempre **retirar a maior quantidade de palitos por vez**, no caso, 5 palitos. Logo, como são 1.000 palitos,

$$\frac{1000}{5} = 200$$

Retirando 5 palitos, precisamos de **200 retiradas para esgotar os 1000 palitos**. Como **são dois jogadores**, então cada um retira $200/2 = \mathbf{100}$ **vezes.** Logo, é preciso, no mínimo, **100 retiradas por jogador**. O item diz que é possível algum jogador fazer menos de 100 retiradas, **o que está errado**, pois concluímos que é preciso **pelo menos** 100 retiradas por jogador.

Gabarito: ERRADO.

11. (CESPE/PC-DF/2013) Considerando que 300 pessoas tenham sido selecionadas para trabalhar em locais de apoio na próxima copa do mundo e que 175 dessas pessoas sejam do sexo masculino, julgue o seguinte item: se, em um dia de jogo, funcionarem 24 postos de apoio e se cada posto necessitar de 6 mulheres e 6 homens, então a quantidade de pessoas selecionadas será suficiente.

Comentários:
Se 175 das 300 pessoas são homens, então temos $300 - 175 = \mathbf{125}$ **mulheres nessa seleção**. Cada um dos 24 postos precisa de 6 mulheres, totalizando $\mathbf{24 \times 6 = 144}$ **mulheres necessárias** para preencher essas posições. Como **temos apenas 125**, a quantidade de pessoas selecionadas **não será o suficiente**.

Gabarito: ERRADO.

12. (CESPE/FUB/2013) Se, em um supermercado que vende arroz somente em pacotes de 2 kg e de 5 kg, um consumidor comprar, 71 kg de arroz, então ele comprará, entre pacotes de 2 kg e de 5 kg, mais de 15 pacotes de arroz.

Comentários:
Temos que **combinar pacotes de 2 kg e 5 kg** para totalizar os 71 kg de arroz. Observe que 13 pacotes de arroz de 5 kg pesam $\mathbf{13 \times 5 = 65}$ **kg**. Para totalizar os 71 kg, precisamos de **mais 3 sacos de 2 kg**.

$$13 + 3 = 16\ sacos$$

Como o item afirma **que precisamos de mais de 15 sacos de arroz**, ele está correto.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões
Na campanha eleitoral de determinado município, seis candidatos a prefeito participarão de um debate televisivo. Na primeira etapa, o mediador fará duas perguntas a cada candidato; na segunda, cada candidato fará uma pergunta a cada um dos outros adversários; e, na terceira etapa, o mediador selecionará aleatoriamente dois candidatos e o primeiro formulará uma pergunta para o segundo responder. Acerca dessa situação, julgue os itens a seguir.

13. (CESPE/TRE-RJ/2012) Na terceira etapa do debate serão feitas mais perguntas que na primeira etapa.

Comentários:

Na primeira etapa, o mediador fará **duas perguntas a cada candidato**. São **seis candidatos**, logo:

$$2 \times 6 = 12\, perguntas$$

Na terceira etapa, **o mediador seleciona aleatoriamente dois candidatos**. O primeiro candidato sorteado fará uma pergunta para o segundo sorteado. Essa terceira etapa **está um pouco mal escrita** pois não fica claro se a terceira etapa será composta por **essa única pergunta** fruto desse sorteio ou se **serão realizados sorteios até todos os candidatos perguntarem** (tirando do sorteio quem já perguntou).

Supondo que o examinador tinha como intenção essa última proposta de interpretação, na terceira etapa cada candidato perguntará uma única vez. **Como são seis candidatos, serão 6 perguntas nessa etapa.** Observe que a quantidade de perguntas da terceira etapa será menor do que na primeira.

Gabarito: ERRADO.

14. (CESPE/TRE-RJ/2012) Menos de 10 perguntas serão feitas na primeira etapa do debate.

Comentários:
Na primeira etapa, o mediador fará **duas perguntas a cada candidato**. São **seis candidatos**, logo:

$$2 \times 6 = 12\, perguntas$$

O item afirma que serão apenas **menos de 10 perguntas**, logo, encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

15. (CESPE/TRE-RJ/2012) Mais de 20 perguntas serão feitas na segunda etapa do debate.

Comentários:
Na segunda etapa, **cada candidato faz uma pergunta aos outros 5 candidatos**. Logo, todo candidato **realizará 5 perguntas**. Como são **seis candidatos**, o total de perguntas será:

$$5 \times 6 = 30\, perguntas$$

O item diz que serão realizadas **mais de 20 perguntas** na segunda etapa, logo, está correto!

Gabarito: CORRETO.

LISTA DE QUESTÕES - Cebraspe

Potenciação e Radiciação

1. (CESPE/SEDF/2017) A respeito de números reais e números complexos, julgue o item subsecutivo. Se r for um número real positivo, então $\sqrt[3]{r} < \sqrt{r}$.

2. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir:

Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0{,}8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

Texto para as próximas questões
Determinado jogo consiste em explorar o fato de que todo número natural não nulo pode ser escrito como a soma de potências de base 2, distintas, com expoentes inteiros (por exemplo: $14 = 2 + 4 + 8 = 2 + 2^2 + 2^3$; $17 = 1 + 17 = 2^0 + 2^4$). No jogo entre os jogadores A e B, B indica expoentes e A aponta qual é o número natural correspondente. A respeito desse jogo e do fato mencionado, julgue o item seguinte.

3. (CESPE/TJ-RR/2012) Se o jogador A apontar corretamente que o número correspondente é um número par, então entre os expoentes indicados por B não estará o número 1.

4. (CESPE/TJ-RR/2012) Suponha que A tenha acertado ao apontar que o número correspondente é o 37. Então, nesse caso, B indicou os números 0, 2 e 5.

5. (CESPE/TJ-RR/2012) Se B indicar os expoentes 1, 2, 5 e 6, então A acertará se apontar um número menor que 100.

6. (CESPE/PRF/2012)

Criança A				
Idade (anos completados)	0	1	2	3
Peso (em kg)	3,3	10,1	13,0	15,5
Estatura (em cm)	50	70	86	98

Criança B				
Idade (anos completados)	0	1	2	3
Peso (em kg)	3,9	10,6	13,4	*

Considerando as tabelas acima, que apresentam, respectivamente, o peso e a estatura da criança A, desde o nascimento (0 ano) até o 3º ano de vida, bem como o peso da criança B, desde o nascimento até o 2º ano de vida, julgue o item a seguir.

Sabendo-se que o índice de massa corporal de um indivíduo corresponde ao quociente entre o peso, em quilogramas, e o quadrado da altura, em metros, é correto afirmar que, se o índice de massa corporal da criança B ao nascer era de $15{,}6\ kg/m^2$, então, ela nasceu com mais de 52 cm de altura.

7. (CESPE/FINEP/2009) Uma árvore cuja altura é igual a $8^{\frac{2}{3}}$ m mede

A) menos de 3 m de altura.
B) mais de 3 m e menos de 5 m de altura.
C) mais de 5 m e menos de 7 m de altura.
D) mais de 7 m e menos de 9 m de altura.
E) mais de 9 m de altura.

Gabarito

1. ERRADO
2. ERRADO
3. ERRADO
4. CERTO
5. ERRADO
6. ERRADO
7. LETRA B

Lista de Questões - Cebraspe

Problemas

1. (CESPE/PREF. DOS COQUEIROS/2020) Carlos cumpre a seguinte jornada de trabalho semanal:

- **segundas, quartas e sextas — das 8 horas às 12 horas e das 14 horas às 18 horas;**
- **terças e quintas — das 15 horas às 19 horas;**
- **sábados — das 8 horas às 14 horas.**

Com base nessas informações, é correto afirmar que, semanalmente, Carlos trabalha

A) 24 horas.
B) 32 horas.
C) 38 horas.
D) 40 horas.
E) 44 horas.

2. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ n_j indicar a quantidade de municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então n_1 será igual a:

A) 2.
B) 18.
C) 134.
D) 178.
E) 182.

3. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Ao organizar uma prova de concurso público com 24 questões, uma instituição estabeleceu o seguinte critério de correção:

- **o candidato receberá 4 pontos por cada resposta correta (ou seja, em concordância com o gabarito oficial);**
- **o candidato perderá 1 ponto por cada resposta errada;**
- **o candidato não ganhará nem perderá pontos por questões deixadas por ele em branco (ou seja, sem resposta) ou por questões anuladas.**

Nessa situação hipotética, a quantidade máxima de respostas corretas que podem ser dadas por um candidato que obtiver 52 pontos na prova é igual a

A) 14
B) 15
C) 16
D) 17
E) 18

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Uma repartição com 6 auditores fiscais responsabilizou-se por fiscalizar 18 empresas. Cada empresa foi fiscalizada por exatamente 4 auditores, e cada auditor fiscalizou exatamente a mesma quantidade de empresas. Nessa situação, cada auditor fiscalizou

A) 8 empresas.
B) 10 empresas.
C) 12 empresas.
D) 14 empresas.
E) 16 empresas.

5. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) No ato de pagamento por um produto, um cliente entregou ao caixa uma nota de R$ 50. Informado de que o dinheiro entregue não era suficiente, o cliente entregou mais uma nota de R$ 50 e recebeu do caixa R$ 27 de troco. O cliente reclamou que ainda faltavam R$ 9 de troco e foi imediatamente atendido pelo caixa. Nessa situação hipotética, o valor da compra foi

A) R$ 52.
B) R$ 53.
C) R$ 57.
D) R$ 63.
E) R$ 64.

6. (CESPE/ABIN/2018)

	Evolução da Quantidade de Docentes por Etapa de Ensino Brasil 2013 - 2017			
Ano	Educação Infantil	Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Anos Finais do Ensino Fundamental	Ensino Médio
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502.445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
Soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue o item a seguir.

A menor diferença entre as quantidades de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e do ensino médio ocorreu em 2014.

7. (CESPE/PF/2018) Em uma operação de busca e apreensão na residência de um suspeito de tráfico de drogas, foram encontrados R$ 5.555 em notas de R$ 2, de R$ 5 e de R$ 20. A respeito dessa situação, julgue o item seguinte:

A menor quantidade de notas em moeda corrente brasileira pelas quais o montante apreendido poderia ser trocado é superior a 60.

8. (CESPE/PF/2014) Um batalhão é composto por 20 policiais: 12 do sexo masculino e 8 do sexo feminino. A região atendida pelo batalhão é composta por 10 quadras e, em cada dia da semana, uma dupla de policiais policia cada uma das quadras. Com referência a essa situação, julgue o item subsequente:

Se, dos 20 policiais do batalhão, 15 tiverem, no mínimo, 10 anos de serviço, e 13 tiverem, no máximo, 20 anos de serviço, então mais de 6 policiais terão menos de 10 anos de serviço.

9. (CESPE/SEGER-ES/2013) Com a finalidade de conquistar novos clientes, uma empresa de turismo oferece gratuitamente um pacote de serviços que dá direito a até sete dias de estadia em hotéis de sua rede conveniada, sendo necessário pagar somente uma taxa fixa — mas que pode variar de um hotel para outro — de uso por dia e por pessoa. Caso o cliente deseje, poderá adquirir, por R$ 3.600,00, um título de sócio que lhe dará direito a sessenta diárias por ano em qualquer hotel da rede. Se um cliente, ao usufruir do pacote de serviços, pagou, para ele e para sua esposa, a quantia de R$ 300,00 de taxa de uso, por três dias de estadia em um hotel da rede, então, para passar os quatro dias restantes com a esposa e com dois filhos no mesmo hotel, o cliente pagará

A) R$ 800,00.
B) R$ 900,00.
C) R$ 1.200,00.
D) R$ 400,00.
E) R$ 600,00.

10. (CESPE/TRT-10/2013) Em um jogo para dois jogadores constituído por uma pilha de 1.000 palitos, cada jogador retira da pilha, alternadamente e sem reposição, uma quantidade de palitos, a qual pode consistir em 1 palito, 2 palitos, 3 palitos, 4 palitos ou 5 palitos. Nesse jogo, ganha o jogador que retirar o último palito da pilha. Acerca do jogo acima descrito, julgue o item que se segue:

Do início ao término do jogo, é possível que algum dos jogadores faça menos de 100 retiradas de palitos.

11. (CESPE/PC-DF/2013) Considerando que 300 pessoas tenham sido selecionadas para trabalhar em locais de apoio na próxima copa do mundo e que 175 dessas pessoas sejam do sexo masculino, julgue o seguinte item:

Se, em um dia de jogo, funcionarem 24 postos de apoio e se cada posto necessitar de 6 mulheres e 6 homens, então a quantidade de pessoas selecionadas será suficiente.

12. (CESPE/FUB/2013) Se, em um supermercado que vende arroz somente em pacotes de 2 kg e de 5 kg, um consumidor comprar, 71 kg de arroz, então ele comprará, entre pacotes de 2 kg e de 5 kg, mais de 15 pacotes de arroz.

Texto para as próximas questões

Na campanha eleitoral de determinado município, seis candidatos a prefeito participarão de um debate televisivo. Na primeira etapa, o mediador fará duas perguntas a cada candidato; na segunda, cada candidato fará uma pergunta a cada um dos outros adversários; e, na terceira etapa, o mediador

selecionará aleatoriamente dois candidatos e o primeiro formulará uma pergunta para o segundo responder. Acerca dessa situação, julgue os itens a seguir.

13. (CESPE/TRE-RJ/2012) Na terceira etapa do debate serão feitas mais perguntas que na primeira etapa.

14. (CESPE/TRE-RJ/2012) Menos de 10 perguntas serão feitas na primeira etapa do debate.

15. (CESPE/TRE-RJ/2012) Mais de 20 perguntas serão feitas na segunda etapa do debate.

GABARITO

1. LETRA C
2. LETRA E
3. LETRA B
4. LETRA C
5. LETRA E
6. CERTO
7. ERRADO
8. ERRADO
9. LETRA A
10. ERRADO
11. ERRADO
12. CERTO
13. ERRADO
14. ERRADO
15. CERTO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.